رسالۂ مساحت

مولفہ

ٹاڈھنٹر صاحب ایم اے ایف آر ایس

مبتدیون کے لئے معہ بہت سی مثالون کے

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنیکولر سائنیس اینڈ لٹریچر میور سنٹرل کالج

الہ آباد

نے

اردو مین ترجمہ کیا

ساتوین دفعہ صحیح اور درست ہوکر

سنہ ۱۸۸۱ء مین

بمقام دہلی مطبع مرتضوی مین باہتمام محمد عزیز الدین مطبوع ہوا

اشتہار کتب جدید علم حساب ۱۸۸۱ء

مینے اس سال مین کتب مفصلہ ذیل علم حساب مین ترمیم اور تالیف کین

منتہی الحساب حصہ دوم مین فقط عبارتی سوالات اونکے مع حل انتخاب کئے — قیمت ۲؍ محصول ؍

منتہی الحساب حصہ سوم کے بہی عبارتی سوالات کا انتخاب کیا ہے — قیمت ۲؍ محصول ؍

ضمیمہ اول منتہی الحساب حصہ سوم مین برنارڈ اسمتھ کے کاغذات امتحان علم حساب کا ترجمہ قواعد اعمال صحاح تک — قیمت ا؍ محصول ؍

ایضاً ضمیمہ دوم کسور اعشاریہ تک — قیمت ا؍ محصول ؍

ایضاً ضمیمہ سوم کسور اعشاریہ تک — قیمت ا؍ محصول ؍

ایضاً چہارم عام سوالات — قیمت ا؍ محصول ؍

ضمیمہ منتہی الحساب حصہ دوم مین سوالات مشتق برنارڈ اسمتھ کا ترجمہ مع شرح دفعہ ۱۴۱ رسالہ حساب برنارڈ اسمتھ تک کیا ہی — قیمت ۵؍ محصول ا؍

ایضاً حصہ دوم اخیر دفعات تک کے سوال ہین — قیمت ۵؍ محصول ا؍

یہ سب اوپر کی کتابین سوا اخیر کتاب کے چہپ چکی ہین اور باقی تمام تصنیفات برنارڈ اسمتھ کے علم حساب مین معرض انطباع مین ہین فقط

ذکاء اللہ پروفیسر میور کالج الہ آباد

فہرست کتب جو موجود ہین

جنوری ۱۸۸۰ء سے جو شخص ۵ روپیہ کی نقد کتابین خریدیگا اوسکو ا؍ فی روپیہ کمیشن اور جو ۵ روپیہ سے دس روپیہ تک نقد کتابین مول لیگا اوسکو ۱؍ فی روپیہ کمیشن اور جو ۱۰ روپیہ سے ۱۹ روپیہ تک خریدیگا اوسکے ۲؍ روپیہ کمیشن دیا جائیگا اور ۱۹ روپیہ سے زائد مول لیگا اوسے ۲۰ روپیہ سیکڑہ کمیشن ہے۔
معتبر خریدارون کے واسطے اس روپیہ مین ایک مہینہ کے لئے مہلت بہی ہے لیکن میعاد معینہ پر جو روپیہ نہ دینگے
جس کسیکو خریداری منظور ہو وہ میرے پاس درخواست الہ آباد مین بہیجدے فقط ذکاء اللہ پروفیسر میور کالج الہ آباد

علم حساب

نمبر شمار	نام کتاب	قیمت	محصول
۱	برنارڈ اسمتھ کا علم حساب	۱۲؍	۱۰؍
۲	شرح ایضاً کلان تقطیع پر	۶؍	۰؍
۳	چہوٹی تقطیع پر	۴؍	۰؍
۴	برنارڈ اسمتھ مع شرح	۶؍	۲؍
۵	منتہی الحساب حصہ اول	۸؍	ا؍
۶	انتخاب ایضاً حصہ دوم	۲؍	؍

بسم اللہ الرحمن الرحیم

رڑکی کالج کا حال سب کو معلوم ہے کہ وہان کے امتحان کے واسطے علم مساحت کیسا ضروری علم ہے بغیر مساحت جانے کہ وہان کوئی کسی طالبعلم کو نہین پوچھتا اوسکی بدولت ہمارے اہل وطن کیسی دولت کماتے ہین ہر سال کتنے طالبعلم قصباتی دہاتی تحصیلی حلقہ بندی مدرسون کے روزگار پاتے ہین اونکے واسطے ایک ایسی کتاب کا ترجمہ ہونا جیسے کہ جناب ٹوڈ ہنٹر صاحب کی کتاب ہے ضرور تھا اسلئے مینے اوسکا ترجمہ کیا وہ مبتدی کیواسطے ایک کتاب ہے ساری کتاب مین کوئی بات ایسی نہین کہ اوسمین مبتدی اوجہین فقط علم حساب کا جاننا اس کتاب کے پڑہنے کے لئے ضروری ہے مضامین چھوٹے چھوٹے بابو نمین منقسم ہین ہر باب کے اخیر مین اوسی باب کی مثالین لکھی ہوئی ہین اور امثلہ متفرقہ مین دس دس مثالین ایک قسم کی آئی ہین اکثر اونمین سے جناب ممدوح ہی نے تصنیف کی ہین اور بعض کاغذات امتحان سے منتخب ہوئین ہین علم مساحت کے کل قاعدے اور بارہ سو مثالین اوسمین موجود ہین غرض یہ کتاب ایسی ہے کہ اگر اوسکو علم حساب پڑہ کر کوئی طالبعلم پڑہے تو کہین نہین رکے اس علم کا لطف اسی کتاب کے پڑہنے سے آتا ہے امثال حساب کو طالب علم دیکھتا ہے کہ وہ مساحت مین کسی اور پیرایہ مین حل ہوتے ہین حساب کے مکعب اور مجذور کے معنی یہین آکر کھلتے ہین علم ہندسہ کے ساتھ جب اوسکا اختلاط ہوتا ہے تو علم ہندسہ کی کچھ اور ہی شان نظر آنے لگتی ہے اگر اس کتاب کو پڑہ کر اقلیدس کو یا کسی اور کتاب کو علم ہندسہ کی مطالعہ کرے تو عجب لطف اوسکو حاصل ہوتا ہے علم مساحت کی جسقدر کتابین اردو مین بالفعل موجود ہین اونکو کچھہ نسبت اس کتاب سے نہین ہے یہ ایک ایسے فاضل کی کتاب کا ترجمہ ہے کہ اوسکا نظیر انگلستان مین بھی نظر نہین آتا۔ روز بروز اس کتاب کی فروخت زیادہ ہوتی جاتی ہے اسلئے اب یہ ساتوین دفعہ از سر نو صحیح ہو کر منطبع ہوئی۔ اور ساری کتاب کی شرح بھی چھاپی گئی فقط

فہرست مضامین

باب چہارم مجسمات

پانچوان باب مجسمات کی سطوح کی رقبے

علم مساحت

دیباچہ

جس علم مین طولون اور رقبون اور حجسامتون کے اندازہ کرنے اور جانچنے کے قاعدے بیان ہوتے ہین اوسے علم مساحت کہتے ہین +

ضروری ہی کہ علم مساحت جو طالب علم شروع کرے وہ پہلے علم حساب سے خوب واقف ہو اور اعداد کا جذر نکالنا جانتا ہو اور اوسکو ان علامتون سے واقفیت ہو کہ + سے جمع اور − سے یعنی تفریق اور × سے ضرب اور ÷ سے تقسیم اور √ سے جذر مراد ہی +

کچھہ علم ہندسہ سے بھی واقف ہونا ضروری ہی اسلیئے ہمنے اس کتاب مین اول تین باب فقط علم ہندسہ ہی مین لکھے ہین مبتدی پر فرض ہی کہ اول باب کو نہایت احتیاط اور ہوشیاری سے مطالعہ کرے تاکہ اوسکو وہ اصطلاحات علمی جنسے آگے کام پڑیگا خوب سمجھہ آجاوین اور اونکے معنی پر عبور ہو جاے اور الفاظ مصطلحات کے حقیقی و مجازی معنی مین تمیز ہو جاے۔ اس باب کو ختم کرکے چوتھا باب شروع کرے اور دوسرے اور تیسرے باب کی جہان ضرورت پڑے وہان اونھین بھی دیکھہ لے۔

باب اول علم ہندسہ

فصل اول حدود یعنی اصطلاحات کی تعریف

(۱) نقطہ اور خط کے الفاظ ایسے کثیر الاستعمال ہین کہ اونکے معنی بیان کرنیکی ضرورت نہین مگر جو اونکی تعریفین علم ہندسہ مین کیجاتی ہین اونکے سمجھنے مین ذہانت کو خرچ کرنا پڑتا ہی +

کتابت مین اور کتابون مین نقطہ ایک سیاہ گنڈلی سی ہوتی ہی اور یہ خواہ کیسی ہی چھوٹی سی چھوٹی ہو پھر بھی اوسکی کچھہ نہ کچھہ مقدار ہوتی ہی لیکن علم ہندسہ مین نقطہ اوسے کہتے ہین جسکی مقدار معدوم ہو

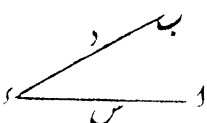
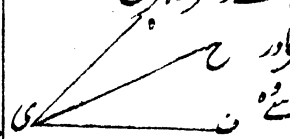
(۲) خطوط مستقیم اور منحنی دونون طرح کے ہوتے ہین کتابون مین ایک سیاہی کی لکیر ہوتی ہی خواہ وہ کیسی ہی باریک

سے باریک ہو پھر بھی کچھ نہ کچھ عرض ہوتا ہی مگر علم ہندسہ مین خط اوسے کہتے ہین جسکا عرض بالکل نہو۔

(۲) سطح کا لفظ اکثیر الاستعمال ہی اور سطح ہموار او منحنی دو طرح کے ہوتے ہین سطح ہموار کو سطح مستوی یا بسیط بھی کہتے ہین علم ہندسہ مین سطح کا دل نہین ہوتا۔

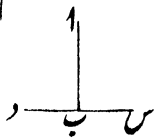
(۳) پس نقطہ وہ ہی جسکا نہ طول ہو نہ عرض ہو نہ سمک ہو اور خط وہ ہی جسکا نرا طول ہو اور سطح وہ ہی جسکا فقط طول اور عرض ہو مجسم یا جسم وہ ہی جسکا طول عرض سمک تینون چیزین ہون اس کتاب مین ہم مجسمات کا ذکر نہین کرینگے اول تین بابون مین فقط خطوط اور شکلون کا جو ایک سطح مین ہون بیان کرینگے۔

(۴) دو خطوط مستقیم باہم ملین یا ملکر ایک خط مستقیم نہ بنجائین تو اونمین سے ایک خط مستقیم کو جو میلان دوسرے خط مستقیم کے ساتھہ ہوتا ہی اوسے زاویہ مسطحہ مستقیمۃ الخطین کہتے ہین جیسے دو خطوط مستقیم ا د اور ب د کے نقطہ د پر ملنے سے د پر زاویہ پیدا ہوتا ہی

جن خطوط مستقیم سے زاویہ پیدا ہوتا ہی اونکے طولون کے بدلنے سے زاویہ مین کچھہ تغیر نہین واقع ہوتا س د اور د ر سے وہی زاویہ پیدا ہوتا ہی جو ا د اور ب د سے پیدا ہوتا ہی۔

(۵) اگر نقطے پر ایک ہی زاویہ ہو تو وہ صرف اوس حرف سے تعبیر ہوتا ہی جو اوس نقطے پر لکھا ہوا ہی اور اوسکو زاویہ کا راس کہتے ہین جیسا کہ اوپر کی دفعہ مین زاویے کو زاویہ د کہتے ہین جب کئی زاویے کسی ایک نقطے پر واقع ہون تو اونمین سے ہر ایک زاویہ تین حرفون سے بیان کیا جاتا ہی ان حرفون کے لکھنے کی ترکیب یہ ہی کہ زاویے کے راس پر جو حرف لکھا ہوا ہو اوسکو بیچمین لکھتے ہین اور اوسکے ادھر اودھر اون دو حرفونکو لکھتے ہین جنمین سے ایک حرف تو ایک خط مستقیم کے کسی مقام پر لکھا ہوتا ہی اور دوسرا حرف دوسرے خط مستقیم کے کسی مقام پر مثلاً زاویہ ف ی ح سے وہ زاویہ سمجھا جاتا ہی جو خطوط مستقیم ی ف اور ی ح سے پیدا ہوتا ہی اور ح ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ی ح اور ی ہ سے بنتا ہی اور ف ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ف ی اور ہ ی سے پیدا ہوتا ہی

(۶) اگر ایک زاویہ دوسرے زاویے پر اس طرح رکھا جا سکے کہ خطوط جنسے ایک زاویہ پیدا ہوتا ہی وہ بالکل ٹھیک ٹھیک اون خطوط مستقیم پر جنسے کہ دوسرا زاویہ پیدا ہوتا ہی منطبق ہو جائین تو ہم کہا کرتے ہین کہ زاویے آپسمین برابر ہین مثلاً اگر ب س کو ی ف پر اس طرح رکھین کہ نقطہ ب نقطہ ی پر ہو اور اس طرح رکھنے سے ب ا منطبق ی د پر ہو جاے تو زاویہ ا ب س کو زاویہ د ی ف کے برابر کہینگے۔

یہ امر ضروری ہی کہ زاویونکے برابر ہونیکا مفہوم مبتدی کے ذہن مین صحیح صحیح ہو اور وہ زاویونکی مساوات کا مشاہدہ اور امتحان اس طرح کر سکتا ہی کہ دو زاویے مقرر کرکے کاغذ کے بنائے اور ایک پر دوسرے کو رکھکر دیکھ لے کہ وہ منطبق ہو جاتے ہین مگر نظریات ہندسہ مین یہ عمل فقط ذہنی ہوتا ہی خارج مین مساوات زاویونکی اس طرح عمل کرکے نہین دیکھی جاتی کہ ایک کو دوسرے پر رکھین۔

(۷) دفعہ ۵ کی شکل کو دیکھو کہ اوسمین زاویہ ف ی ح برابر ہی زاویہ ح ی ہ کے اسلیئے کل زاویہ ف ی ہ زاویہ ف ی ح سے دوچند ہوا اور اسی طرح سے یہ امر ذہن مین آسانی سے آسکتا ہی کہ جب ایک زاویہ دوسرے زاویہ سے سہ چند ہو یا چوچند ہو تو اوسکے کیا معنی ہوتے ہین اور علی ہذا القیاس۔

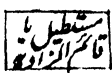
(۸) جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم قائم ہو اور زاویے متصلہ جو اوس نے اپنے پہلوؤن مین پیدا کیے ہین آپسمین برابر ہون تو ان زاویون مین سے ہر ایک زاویے کو قائمہ کہتے ہین اور خط مستقیم جو کھڑا ہی اوسے دوسرے خط مستقیم پر عمود کہتے ہین مثلاً شکل مین زاویہ ا ب س برابر ہو زاویہ ا ب د کے تو ہر ایک اونمین سے زاویہ قائمہ ہی اور ا ب عمود س د پر ہی

زاویہ قائمہ سے جو زاویہ بڑا ہو اوسے زاویہ منفرجہ کہتے ہین

زاویہ قائمہ سے جو زاویہ چھوٹا ہو اوسے زاویہ حادہ کہتے ہین

(۹) خطوط مستقیم متوازیہ وہ خطوط مستقیم ایک سطح مین سمجھتے ہین کہ اونکو سیدھا جہانتک چاہین دونون طرف کھینچین تو وہ آپسمین ایک دوسرے سے نہ ملین۔

(۱۰) اشکال مستقیمۃ الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو خطوط مستقیم نے گھیرا ہو اور اونکی حدود کا نام اضلاع ہی
مثلث وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہی جسکو تین ضلعون نے گھیرا ہو۔
شکل ذوا ربعۃ الاضلاع وہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہی جسکو چار ضلعون نے احاطہ کیا ہو جس شکل مستقیمۃ الاضلاع کے چار سے زیادہ اضلاع ہون اوسکو کثیر الاضلاع کہتے ہین اگر اوسکے پانچ ضلعے ہون تو اوسکو مخمس اور اگر چھ ضلعے ہون تو مسدس اور علی ہذا القیاس۔
کثیر الاضلاع منتظم وہ شکل ہی جسکے سب ضلعے اور زاویے آپسمین برابر ہون۔

(۱۱) مختلف قسم کے مثلث ہوتے ہین اونکے نام یہ ہین
مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہی جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون
مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہی جسکے دو ضلعے آپسمین برابر ہون۔
مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو۔
مثلث قائم الزاویہ مین آسانی کے لیے اضلاع کا لفظ فقط اون خطوط مستقیم کے واسطے استعمال مین لاتے ہین جو زاویہ قائمہ کے محیط ہین اور جو ضلع مقابل زاویہ قائمہ کے ہوتا ہی اوسے وتر کہتے ہین۔
مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہو۔
مثلث حادۃ الزاویہ وہ مثلث ہی جسکے تینون زاویے حادہ ہون

(۱۲) ذوا ربعۃ الاضلاع مختلف قسم کے ہوتے ہین اور اونکے نام یہ ہین
متوازی الاضلاع
متوازی الاضلاع وہ ہی جسکے مقابل کے ضلعے متوازی ہون۔
مستطیل یا قائم الزاویہ
مستطیل یا قائم الزاویہ وہ متوازی الاضلاع ہی جسکے زاویے قائمے ہون۔
مربع
مربع وہ شکل قائم الزاویہ ہی جسکے چارون ضلعے آپسمین برابر ہون۔

معین وہ متوازی الاضلاع ہی جسکے سب ضلعے آپسمین برابر ہون مگر اوسکے زاویے قائمے نہون۔ معین

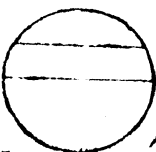
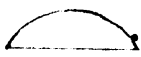
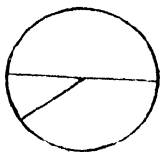
ذوزنقہ وہ ہی جسکے دو ضلعے متوازی ہون۔ ذوزنقہ

(۱۳) مثلث کے ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہتے ہین اور اس قاعدے پر جو عمود مقابل کے زاویے سے نکالین اوسے ارتفاع مثلث کہتے ہین۔

(۱۴) ذوارابعۃ الاضلاع کا وتر وہ خط مستقیم کہلاتا ہی کہ دو مقابل کے زاویونمین ملائین۔ جو خط مستقیم کہ کثیر الاضلاع کے دو زاویونمین کہ متصل نہون ملا جاے اوسے وتر کثیر الاضلاع کہتے ہین۔

(۱۵) دائرہ اوس سطح کو کہتے ہین جسکو ایک خط نے جسکا نام محیط ہی گھیرا ہو اور اوسکی بیچمین ایک خاص نقطہ ایسا ہو کہ جتنے خطوط مستقیم اوسکے محیط تک کھینچین وہ سب باہم متساوی ہون اس خاص نقطے کا نام مرکز دائرہ ہی دائرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے محیط تک کھینچا جاے۔

دائرہ کا قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز پر سے گذرے اور محیط پر دونون طرف ختم ہو

محیط کے کسی حصے کو قوس کہتے ہین۔

دائرہ کا وتر وہ خط مستقیم ہی جو قوس کے اطراف مین ملا ئین۔

قطعہ دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو وتر اور اوس قوس نے احاطہ کیا ہو کہ وتر سے قطع ہوتی ہی۔

قطاع دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو دو نصف قطرون اور اونکی درمیانی قوس نے گھیرا ہو دو نصف قطرون سے جو زاویہ بنتا ہی اوسے قطاع کا زاویہ کہتے ہین

منطقہ دائرہ وہ شکل ہی جو دو متوازی وترونکی درمیان دائرہ کا حصہ واقع ہو

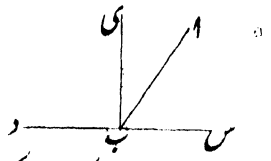
دوسری فصل مسائل ہندسہ

(۱۶) اب ہم علم ہندسہ کے بعض ضروری مسائل بیان کرتے ہین طالب علم اونکو یاد کرلین اگر اونکی اثبات کی دلیل کو جاننا چاہین تو اقلیدس دیکہین بالفعل یہ رسالہ اونھین طالب علمونکے واسطے لکھا گیا ہی جو اقلیدس کو نہین جانتے اسلیے فقط اصل مطلب بغیر اثبات کے ہم بیان کرتے ہین اوسکو طالب علم سمجہ لین اور حفظ کرلین

جب اثبات کسی شکل کا نہایت سیدھا سادا ہے تو ہمنے اوسکی اصل کو بیان کر دیا ہے طالب علم اگر اوسکو تمام و کمال اول دفعہ میں نہ بھی سمجھیگا تو بھی اوسکو اوس سے فائدہ ہوگا اور جن مسائل کا اثبات بدیہی تھا وہ بالکل ہم نے چھوڑ دیا ہے طالب علم اوسکو خود سمجھ جائیگا اور بعض باتیں ایسی لکھی ہیں کہ وہ آلات پیمائش سے بخوبی سمجھ میں آجاتی ہیں غرض جو کچھ لکھا ہے اسطرح لکھا ہے کہ طالب علم کو اوسکا اعتبار بمنزلہ یقین بلکہ عین الیقین ہوگا۔

(۱۷) ہمنے جو علم ہندسہ کے مسائل لکھے ہیں وہ چند منتخب کرکے بطور نمونے کے لکھے ہیں اور مہندسین کی تحقیقات سے جو مسائل قائم ہوئے ہیں اون سبکو نہیں بیان کیا فقط ان نمونوں سے طالب العلم کے دل میں اصول ہندسہ کے تصورات جم جائینگے اور معلوم ہو جائیگا کہ اونمیں کس طرح نتائج مختلف پیدا ہوتے ہیں اور اونکی مبادی کیا ہیں اس جاننے سے طالب علم کی رغبت تحصیل علم کی طرف زیادہ ہوگی۔

ہماری آیندہ تحریر سے معلوم ہوگا کہ دفعات ۱۸ سے ۲۱ تک زاویونکا بیان ہے ۲۲ سے ۲۷ تک مثلثونکا ذکر ہے ۲۸ سے ۳۰ تک رقبونکی مساوات کا حال ہے دفعات ۳۱ سے ۴۳ تک دائرہ کے خواص کا بیان ہے اور دفعات ۴۴ سے ۴۸ تک متشابہ مثلثون کا ذکر ہے۔

(۱۸) فرض کرو کہ خط مستقیم اب خط مستقیم س د پر ایک جانب میں زاویے اب س اور اب د پیدا کرتا ہے تو یہ زاویے ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے

دلیل اسکی یہ ہے کہ ب ی کو عمود د س پر فرض کرو تو زاویہ اب د زاویا اب ی اور ی ب د کے مجموعہ کے برابر ہے اسلیے دو زاویوں اب س اور اب د کا مجموعہ برابر ہوا تین زاویوں اب س اور اب ی اور ی ب د کے مجموعہ کے لیکن زاویہ ی ب د قائمہ ہے اور اب س اور اب ی کا مجموعہ ی ب س ہے اور ی ب س بھی قائمہ ہے اسواسطے زاویے اب س اور اب د ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے۔

(۱۹) فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم اب اور س د ایک دوسرے کو نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہیں تو زاویہ ا ی س برابر ہوگا زاویہ ب ی د کے اور زاویہ ا ی د برابر ہوگا ب ی س کے

دلیل اسکی یہ ہے کہ بموجب دفعہ ۱۸ کے زاویے ا ی س اور س ی ب ملکر برابر دو قائمو کے ہیں

اور ایسے ہی زاویے س ی ب اور ب ی د ملکر برابر دو قائمون کے ہین۔

اسواسطے زاویے ا ی س اور س ی ب ملکر برابر ہین زاویون س ی ب اور ب ی د کے۔

اسی واسطے زاویہ ا ی س برابر ہوا زاویہ ب ی د کے۔

اور اسی طرح ثابت ہو سکتا ہی کہ زاویے ا ی د برابر ہی زاویہ ب ی س کے۔

زاویون ا ی س اور ب ی د کو ان کے مقابل کے زاویے کہتے ہین اور زاویون ا ی د اور ب ی س کا بھی یہی نام ہی۔

(۲۰) فرض کرو کہ خط مستقیم ف ی خطوط مستقیم متوازی اب اور س د کو قطع کرتا ہی تو زاویہ ی ح ب برابر ہوگا زاویہ ح ہ د کے اور دو زاویے ب ح ہ اور د ہ ح ملکر برابر دو قائمونکے ہونگے۔

(۲۱) چونکہ بموجب دفعہ ۱۹ کے زاویہ ی ح ب برابر ہی زاویہ ا ح ہ کے تو دفعہ گذشتہ کے موافق زاویہ ا ح ہ برابر ہی زاویہ ح ہ د کے ان زاویونکو زوایاء متبادلہ کہتے ہین ایسے ہی زاویہ ح ہ س کا زاویہ متبادلہ ب ح ہ ہی

(۲۲) فرض کرو کہ ب س مثلث ا ب س کا ضلع د تک خارج کیا گیا ہی تو زاویہ خارجہ ا س د برابر دو مقابل کے داخلی زاویونکے ہوگا۔

دلیل یہ ہی کہ ا ب کا متوازی س ی فرض کرو تو بموجب دفعہ ۲۰ کے زاویہ ی س د برابر ہی زاویہ ا ب س کے اور بموجب دفعہ ۲۱ کے زاویہ ا س ی برابر ہی زاویہ ب ا س کے پس کل زاویہ ا س د برابر ہوا دو زاویون ا ب س اور ب ا س کے مجموعہ کے۔

(۲۳) مثلث کے تینون زاویے ملکر برابر دو قائمون کے ہوتے ہین۔

دلیل اسکی یہ ہی کہ بموجب دفعہ ۲۲ کے زاویون ا ب س اور ب ا س کا مجموعہ برابر ہی زاویہ ا س د کے پس تینون زاویون ا ب س اور ب ا س اور ا س ب کا مجموعہ ملکر برابر ہی دو زاویون ا س د اور ا س ب کے مجموعہ کے یعنی بموجب دفعہ ۱۸ کے برابر دو قائمون کے۔

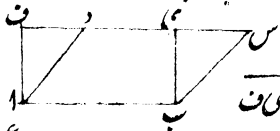
(۲۴) اگر مثلث کے دو ضلعے آپسمین برابر ہون تو اونکے مقابل کے زاویے بھی آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۵) اگر مثلث کے دو زاویے آپسمین برابر ہون تو اونکے مقابل کے ضلعے بھی آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۶) اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کے دو ضلعے برابر ہون دوسرے مثلث کے دو ضلعون کے ہر ایک اپنی اپنی نظیر کو
اور زاویے درمیانی ان ضلعون کے بھی آپسمین برابر ہون تو مثلث سب طرح سے آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۷) اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کے دو زاویے برابر ہون دوسرے مثلث کے دو زاویون کے موافق اپنی اپنی نظیر
کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر دوسرے مثلث کے ایک ضلع کے اور یہ اضلاع متصل یا مقابل متساوی
زاویون کے ہون تو سب طرح سے مثلث آپسمین برابر ہونگے۔

(۲۸) متوازی الاضلاع برابر اوس قائم الزاویہ کے ہوتا ہی جو اوسی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط
متوازیہ کے واقع ہو۔

ف د ی س
ا ب

فرض کرو کہ متوازی الاضلاع ا ب س د اور قائم الزاویہ ا ب ی ف
ایک ہی قاعدہ ا ب پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ا ب اور ف س کے واقع ہون تو متوازی الاضلاع
برابر قائم الزاویہ کے ہوگی یعنی دونون شکلین ایک ہی جگہہ گھیرینگی۔

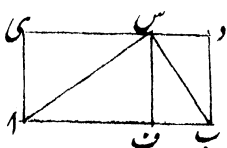
یہ بات مان لینی کچھ مشکل نہین کہ مثلث ب ی س برابر ہی مثلث ا ف د کے۔

اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ ا ب س د برابر ہی ا ب ی ف کے۔

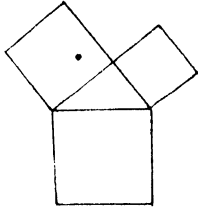
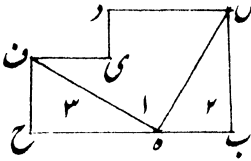
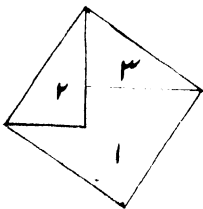
متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کو ایک خطوط متوازیہ کے درمیان کہنے کی جگہہ ہم بموجب دفعہ ۱۳
کے کہہ سکتے ہین کہ اونکا ارتفاع ایک ہی ہو۔

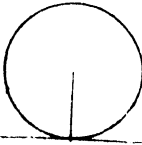
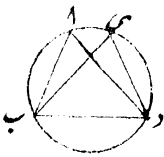
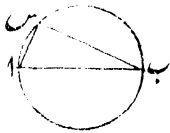
(۲۹) جس مثلث اور قائم الزاویہ کا ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوگا۔

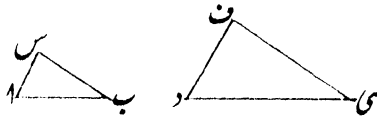
فرض کرو کہ مثلث ا ب س اور قائم الزاویہ ا ب د ی کا
ایک ہی قاعدہ ا ب اور ایک ہی ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ
سے مثلث نصف ہوگا۔

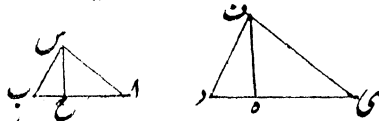
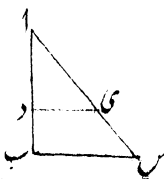
ی س د
ا ف ب

فرض کرو کہ س ف عمود ا ب کے اوپر نقطہ س سے نکلا ہو تو اس بات کے ماننے مین کچھ مشکل نہین ہی

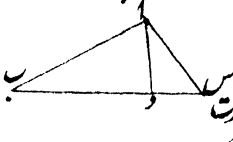
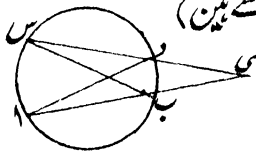
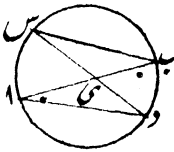
کہ مثلث ب ف س برابر ہی مثلث س د ب کے اور مثلث ا ف س برابر ہی مثلث ا ی س کے
اور اس سے یہ نتیجہ پیدا ہوتا ہی کہ ا ب د ی سے ا ب س نصف ہی
اس سے معلوم ہوا کہ جن دو مثلثون کا قاعدہ ایک ہی ہو اور اونکا ارتفاع برابر ہو وہ آپسمین برابر ہوتے ہین +

(۳۰) مثلث قائم الزاویہ مین وتر پر جو مربع بنایا جاے برابر ہوتا ہی اون مربعون کے جو اضلاع پر بنائے جائین۔

اس شکل مین مثلث قائم الزاویہ بنایا ہی اور وتر پر مربع اور اوسکی ضلعون پر مربعے بنائے ہین تو بڑا مربع برابر دونون مربعون کے مجموعہ کے ہوگا
یہ شکل علم ہندسہ کی جان ہی اوس سے بڑے بڑے کام نکلتے ہین
اب ہم اوسکی صداقت کو دکھاتے ہین۔
فرض کرو کہ شکل ب س د ی ف ح پر مرکب ہے دو مربعون سے جو متصل ضلع بہ ضلع رکھے گئے ہین۔
ح ہ برابر ب س کے بناؤ اور خطوط مستقیم س ہ اور ف ہ کھینچو کاغذ کی یا وصلی کی کل شکل کتر لو اور اوسکے تین حصے ۱ و ۲ و ۳ کی صورت کے بناؤ اور پھر ان حصون کو اس طرح ملاؤ کہ شکل ا ف ہ س کے سے پیدا ہو پس اس سے معلوم ہوا کہ ایک مربع اس طرح ایسا بنگیا جسکا ایک ضلع برابر ف ہ کے ہی

اس سے معلوم ہوا کہ ف ہ پر مربع جو بنایا جاے برابر اون مربعون کے ہوتا ہی جو ف ح اور ح ہ پر بنائے جائین۔

(۳۱) اگر خط مستقیم دائرہ کو مس کرے تو نصف قطر جو نقطہ تماس سے کھینچا جاے گا اوس خط مستقیم پر عمود ہوگا۔

(۳۲) فرض کرو کہ زاویہ ب ا د اور ب ی د ایک ہی قطعہ دائرہ ب ا ی د مین واقع ہین تو یہ زاویے آپسمین برابر ہونگے

(۳۳) فرض کرو کہ ا ب دائرہ کا قطر ہو اور محیط مین کوئی نقطہ س کا لیکر خطوط مستقیم ا س اور ب س کھینچو تو زاویہ ا س ب ایک قائمہ ہوگا۔

(۳۴) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف دو ایسے مثلث ہون کہ زاویہ ا برابر ہو زاویہ د کے اور زاویہ ب برابر ہو زاویہ ی کے اور زاویہ س برابر ہو زاویہ ف کے تو برابر زاویون کے اضلاع متناسب ہونگے۔

یعنی اگر ی ف دو چند ب س سے ہو تو ف د بھی دو چند س ا سے اور د ی دو چند ا ب سے ہوگا اور اگر ی ف سہ چند ب س سے ہو تو ف د سہ چند س ا سے اور د ی سہ چند ا ب سے ہوگا او علی ہذا القیاس ایسے دو مثلثون کو متشابہ مثلث کہتے ہین۔

(۳۵) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ف مثلث متشابہ ہین اور زاویے س اور ف نظیر ہین اور س ح کو ا ب پر اور ف ہ کو د ی پر نقاط س اور ف سے مقابل کے ضلعون پر عمود فرض کرو تو س ح کو ا ب سے وہ نسبت ہوگی جو ف ہ کو نسبت ہی د ی سے

(۳۶) فرض کرو مثلث ا ب س ہی اور خط مستقیم د ی ضلع ب س کا متوازی ہی اور اضلاع ا ب اور ا س سے ملتا ہی تو مثلث

اب س اور ا د ی متشابہ ہونگے (دفعہ ۲۰ دیکھو)

(۳۷) فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہو اور ا د عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالا جاے تو مثلث د ب ا اور د ا س متشابہ ہونگے۔

(۳۸) فرض کرو کہ اب اور س د دو وتر ایک دایرہ کے ہون (اور ضرورت کی صورتمین خارج ہوکر نقطہ ی پر ملتے ہین)

ملاؤ ب س اور ا د تو مثلث ا ی د اور ب ی س آپسمین متشابہ ہونگے اور زاویے ی ا د اور ی س ب آپسمین برابر ہونگے اور زاویے ی د ا اور ی ب س بھی باہم برابر ہونگے دفعہ ۳۱ دیکھو

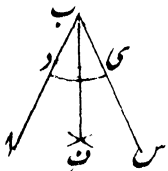
تیسری فصل ہندسہ عملی

(۳۹) اب ہم چند اشکال عملی کو حل کرینگے اور وہ عملاً بڑی کارآمد ہین اور اون سے شکلین صحیح بنتی ہین آلات مین سے فقط پرکار اور رولر یعنی مسطر مطلب آری کے واسطے کافی ہین اون سے ہمارا سارا کام چل جاتا ہی اگرچہ اور آلات بھی مثل مربع یا متوازی رولر کے کام کے ہوتے ہین مگر اونکی ضرورت کچھ ضروری نہین فصل دوم مین جو کچھ ہم نے ذکر کیا ہی اوسی پر ان اشکال عملی کا حل موقوف ہی اور عملاً نتایج کی صحت کا ثابت کرنا کوئی بڑی بات نہین وہ سب آسانی سے ثابت ہوجاتے ہین اور علماً جو تحریر اقلیدس کو جانتے ہین وہ بخوبی اونکی صحت کو سمجھ سکتے ہین غرض علماً و عملاً دونون طرح سے اونکی متانت اور صداقت ثابت ہی۔

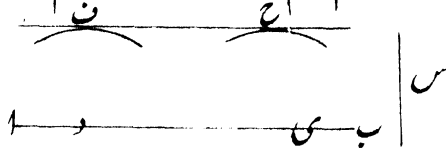
(۴۰) ایک خط مستقیم معلوم کو دو برابر حصون مین تقسیم کرو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی ا اور ب کو مرکز مقرر کرکے ایسے نصف قطر سے جو نصف خط مستقیم معلوم سے بڑا ہو دایرہ کھینچو اور فرض کرو کہ وہ نقاط د اور ی پر تقاطع کرتے ہین

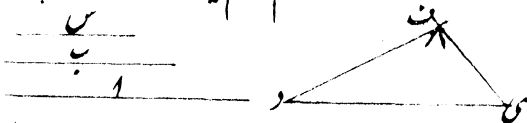
ملاؤ د ی جو اب کو نقطہ س پر قطع کرے تو ا س برابر ہوگا ب س کے

اور خط مستقیم دی زاویہ قائمہ اب پر بناتا ہی اور اس سے یہ معلوم ہوتا ہی کہ ہم اس طرح ایک خط مستقیم زاویہ قائمہ بناتا ہوا ایک خط مستقیم معلوم پر اوسکو دو برابر حصوںمیں تقسیم کرتا ہوا کھینچ سکتے ہین۔

(۴۱) ایک زاویہ معلوم کو دو برابر حصونمین تقسیم کرو۔

فرض کرو کہ اب س زاویہ معلوم ہی مرکز ب اور کسی نصف قطر پر دایرہ کھینچو کہ ب ا کو نقطہ د پر اور ب س کو نقطہ ی پر قطع کرے اور د اور ی کو مرکز مانکر کسی کافی نصف قطر پر قوسین دایرہ کی کھینچو جو نقطہ ف پر تقاطع کرین۔ ملاؤ ب ف تو زاویہ اب ف برابر ہوگا زاویہ س ب ف کے۔

(۴۲) ایک خط مستقیم معلوم کا ایک خط متوازی بعد معلوم پر کھینچو۔

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور س برابر فاصلہ معلوم کے ہی اب مین کسی دو نقطون د اور ی کو مرکز مقرر کرکے اور نصف قطر برابر س کے مقرر کرکے قوسین کھینچو اور خط مستقیم ف ح ان قوسونکو مس کرتا ہوا کھینچو تو اب کا متوازی ف ح معلوم فاصلہ س پر ہوگا۔

(۴۳) ایک مثلث بناؤ جسکے تین ضلعے برابر تین خطوط مستقیم معلوم کے ہون۔

فرض کرو کہ ا اور ب اور س خطوط مستقیم معلوم ہین۔

ایک خط مستقیم دی برابر ایک خط مستقیم معلوم ا کے کھینچو مرکز د پر اور نصف قطر برابر ب کے لیکر ایک قوس کھینچو اور مرکز ی پر اور نصف قطر برابر س کے بناکر دوسری قوس کھینچو اور فرض کرو کہ یہ قوسین نقطہ ف پر ایک دوسریکو قطع کرتے ہین ملاؤ د ف اور ف ی تو دی ف مثلث مطلوب ہوگا۔

(۴۴) نقطۂ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو۔

فرض کرو کہ آ نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہو کوئی
نقطہ د خط ب س مین لو اور مرکز د اور نصف قطر د آ پر س
ایک دائرہ کھینچو جو ب س کو نقطۂ ی پر قطع کرے اور وتر آ ی کھینچو اور مرکز آ پر اور نصف قطر آ د پر ایک دائرہ
کھینچو اور وتر د ف برابر وتر آ ی کے کھینچو اور ملاؤ آ ف تو ب س کا متوازی آ ف ہوگا۔

(۴۵) ایک خط مستقیم معلوم پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا ایک خط مستقیم ایک نقطۂ معلوم سے جو اوسمین ہو قائم کرو۔

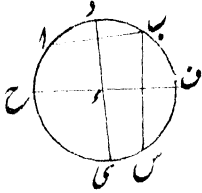
فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم آ ب ہی اور نقطۂ معلوم س ہی
کسی نقطہ د کو باہر خط مستقیم سے مرکز مقرر کر کے نصف قطر د س پر ب
دائرہ کھینچو جو خط مستقیم معلوم کو نقطۂ س پر قطع کرے ی د کو ملا کر خارج کرو کہ محیط سے نقطۂ ف پر ملے
ملاؤ س ف تو س ف زاویے قائمے آ ب پر بنائیگا۔

(۴۶) ایک خط مستقیم معلوم پر ایک نقطہ سے جو اوس سے باہر ہی عمود نکالو

فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم آ ب اور نقطہ معلوم س ہی
خط مستقیم معلوم آ ب مین کوئی سے دو نقطے د اور ی مقرر
کرو اور مرکز د اور نصف قطر د س پر ایک قوس کھینچو اور مرکز ی اور نصف قطر ی س پر دوسری قوس کھینچو۔
فرض کرو کہ یہ قوسین نقطۂ ف پر تقاطع کرتی ہین ملاؤ س ف تو س ف عمود آ ب پر ہوگا۔

(۴۷) ایک خط مستقیم معلوم کو برابر حصون مین تقسیم کرو۔

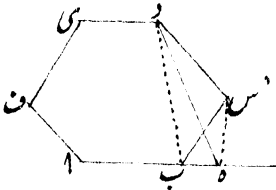
فرض کرو کہ آ ب خط مستقیم معلوم ہی اور اوسکو پانچ
برابر حصون مین تقسیم کرنا ہی۔
نقطۂ آ سے کوئی خط مستقیم آ س کھینچو اور نقطۂ ب سے اس کا
متوازی خط مستقیم ب د کھینچو اور آ س پر چار برابر طول قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ کے نشان
کرو اور ب د پر چار طول برابر پہلے طولون کے قطع کرو اور نقاط تقسیم پر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو

اور ۱ اور ۴ مین اور ۲ اور ۳ مین اور ۳ اور ۲ مین اور ۴ اور ۱ مین خطوط مستقیم کھینچو تو یہ خطوط مستقیم اب کو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرینگے۔

(۴۸) ایک دائرہ معلوم کا مرکز دریافت کرو۔

وتر اب کھینچو اور اوسکو د د برابر حصونمین تقسیم کرو۔ اور دی اوس پر زاویہ قائمہ بناتا ہوا کھینچو تو دائرہ کا مرکز دی مین ہوگا۔

ایک اور وتر ب س کھینچو اور اوسکو دو برابر حصونمین ایک خط مستقیم ف ح سے جو اوس پر زاویہ قائمہ بنائے تقسیم کرو تو مرکز دائرے کا ف ح مین ہوگا

پس دائرے کا مرکز دی اور ف ح کا نقطہ تقاطع ر ہوگا اس عمل سے یہ بھی علوم ہوتا ہی کہ دائرے مین نقاط معلوم آ اور ب اور س پر گذرتا ہوا دائرہ اس طرح کھنچتا ہی

(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم ہی اوسکے برابر ایک کثیر الاضلاع بناؤ جسکے ضلعون کی تعداد ایک کم ہو۔

فرض کرو کہ اب س دی ف کثیر الاضلاع معلوم ہو ملاؤ ب د نقطہ س سے ب د کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو جو اب ممدودہ سے نقطہ ہ پر ملے اور ملاؤ د ہ تو

بموجب دفعہ ۲۹ کے مثلث ب س د برابر ہی مثلث ب ہ د کے اور اسیواسطے کثیر الاضلاع اب س دی ف برابر ہی کثیر الاضلاع اہ دی ف کے یعنی ایسے کثیر الاضلاع کے جسکا ایک ضلع کم ہی اسی عمل کو باربار کرکے کثیر الاضلاع کے برابر مثلث بنا سکتے ہین۔

(۵۰) اسکیل جسکا قطر عشری ہو بناؤ اور اوسکا طریقہ استعمال بتاؤ۔

ایک خط مستقیم اب اتنے طول کا لو جسمین عمل کے اندر آسانی ہو اور اوسکو ایسا خارج کرو کہ کل خط اب سے دس گنا ہو جائے اور اب کے برابر ب س اور س ی بتاؤ اور پھر اسی خط کا کوئی خط

متوازی نکالو اور اوس پر بھی بن بعد اب اور ب بن و س د .... برابر اب کے بناؤ اور ا ا اور ب ب
اور س س اور د د .... ملاؤ اور ا ا کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط
متوازی اب کے کھینچو اور ب ا کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم پر اعداد ا و ۲
و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ کے نشان کرو اور ب ا کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو اور ب ا
اور ب ا کے نقاط تقسیم مین قطری خطوط مستقیم وصل کرو یعنی ب کو اوس نقطہ سے ملاؤ
جو متصل ب کے ہو اور ا کو اوس نقطہ ب ا سے ملاؤ جو متصل پہلے نقطے کے ہو اور ۲ کو لو س
نقطے سے ملاؤ جو دوسرے نقطے کے متصل ہو اور علی ہذا القیاس۔

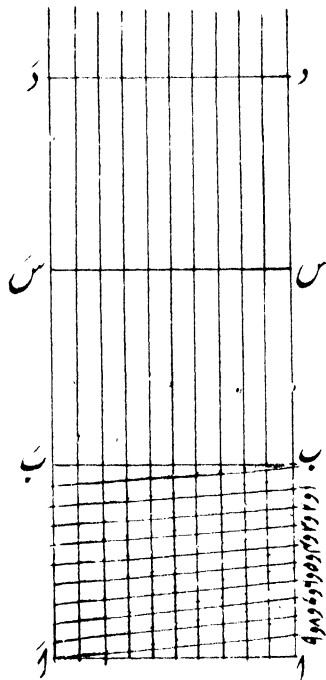
پس اب اسکیل بنگیا۔

اس بات کو سمجھ لو کہ شکل پوری اسکیل کی بنائی نہین گئی اسلیے کہ صفحہ مین گنجایش نہین تھی دوسے
آگے کا حصہ شکل مین نہین بنایا۔ گو اکثر ا ا کو عمود اب پر بناتے ہین مگر یہ عمودی ہونا ضروری نہین
جب طول معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سے اونکے موافق خطوط مستقیم کھینچتے ہین اور جب خطوط مستقیم معلوم
ہوتے ہین تو اسکیل سے اونکے طول معلوم کرتے ہین۔

مثلاً فرض کرو کہ اب ایک انچ کو تعبیر کرتا ہی اور ۲،۵۷ انچ طول کا خط کھینچنا منظور ہی اب پرکار لو
اور اوسکی ایک ساق کے سر کو د پر رکھو اور پرکار کو کھولو جبتک کہ دوسری ساق کا سرا ۵ پر آجاے
پس طول ۲،۵ انچ کا حاصل ہو گیا جو قریب قریب مطلوب طول کے ہی اب پرکار کی ایک ساق کو
د د پر سرکاؤ اور دوسری ساق کو اوس قطری خط پر جو پانچ سے کھینچا گیا ہی پرکار کو بقدر ضرورت
کشادہ بھی کرتے جاؤ کہ جب دونون ساقونکے دونون سرے اوس ایک خط پر کہ ساتوان متوازی ا د کا
ہی آجائین تو فاصلہ مابین پرکار کے دونون سرون کے ۲،۵۷ انچ کو تعبیر کریگا۔

اب اگر اب بجاے ایک انچ کے دس انچ کو تعبیر کرے تو فاصلہ جو ابھی دریافت ہوا ہی ۲۵،۷ کو
تعبیر کریگا اور اگر اب ۱۰۰ انچ کو تعبیر کرے تو فاصلہ مذکور ۲۵۷ انچ کو تعبیر کریگا۔

اب ایک خط مستقیم معلوم کا طول دریافت کیا چاہو تو پرکار کو کھولکر اوسکے دونون ساقونکے سرونکو خط کے

انجاموںپر رکہو اور پرکار کی ایک ساق کے سرکو خط مستقیم ب بَ وس سَ و دَ ... پر اور دوسرے سرے کو قطری خطوط مستقیم پر رکہو اور پرکار کو ہلاتے جلاتے رہو جبتک کہ اون خطوط مستقیم مین سے کہ متوازی آدَ کے کسی ایک خط مستقیم پر دونون ساقین آ جائین تو اوس سے طول معلوم ہو جائیگا مثلاً فرض کرو کہ پرکار کی ایک ساق س سَ پر اور دوسری ساق قطری خط مستقیم پر ہی جو ۹ سے شروع ہوتا ہی اور دونون سرے اوس خط پر ہین جو پانچوان متوازی آب کا ہی تو طول مطلوب ۹۵ء۱ اگنا طول آب کا ہوگا

(۵۱) اسی طرح ایسا اسکیل بہی بنا سکتے ہین جسکا قطر اثنا عشری ہو اس صورت مین فقط ذیل کے عدد کو ۱۲ سے بدل دین اور پہر موافق سابق کے عمل کرین جس ترکیب سے ہمنے ۲ء۵۷ انچ طول کا خط مستقیم دریافت کیا تھا اوس ترکیب سے ہم خط مستقیم $۲ + \frac{۵}{۱۲} + \frac{۷}{۱۴۴}$ طول کا دریافت کرینگے پس اگر آب ایک فٹ کو تعبیر کریگا تو

توخطوط مستقیم ایسے طول کا دریافت ہوگا جسکا طول ۲ فیٹ ۵ $\frac{۳۷}{۱۴۴}$ انچ ہی
اور ایسی ہی دفعہ ۵۰ مین بُعد کا طول دریافت کیا گیا ہی وہ اس اسکیل کی موافق اب سی وہ نسبت
رکھیگا جو ۱ + $\frac{۹}{۱۲}$ + $\frac{۵}{۱۴۴}$ ایک سے نسبت کہتا ہی اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کری تو بعد ا فٹ ۹ $\frac{۵}{۱۲}$ انچ سی تعبیر ہوگا

دوسرا باب طولونکے باب مین

چوتھی فصل پیمانہا طولانی

(۵۲) غالبًا طالبعلم طولانی پیمانونسے واقف ہوگا مگر احتیاطًا اونکو ہم یہان لکھ دیتے ہین

۱۲ انچ کا ایک فٹ

۳ فیٹ کا ایک گز

۶ فیٹ کا ایک فیدم

۱۶ $\frac{۱}{۲}$ فٹ کا یعنی ۵ $\frac{۱}{۲}$ گز کا ایک پول یا ایک روڈ

۴۰ پول کا ایک فرلنگ

۸ فرلنگ کا ایک میل

اس سے یہ نتائج حاصل ہوتے ہین

انچ	فیٹ	گز	پول	فرلنگ	میل
۱۲	۱				
۳۶	۳	۱			
۱۹۸	۱۶ $\frac{۱}{۲}$	۵ $\frac{۱}{۲}$	۱		
۷۹۲۰	۶۶۰	۲۲۰	۴۰	۱	
۶۳۳۶۰	۵۲۸۰	۱۷۶۰	۳۲۰	۸	۱

(۵۳) زمین کے ماپنے کیواسطے گنٹر صاحب کی جریب کا بڑا رواج ہی اور یہ جریب ۲۲ گز کی ہوتی ہی اور سو برابر کڑیان اوسمین ہوتی ہین اسیواسطے اونمین سے ہر ایک کا طول ۲۲ء گز ہوتا ہی یعنی ۷ء۹۲ انچ کا پس ۲۵ کڑیونکا ایک پول ہوتا ہی اور ۱۰ جریبونکا یا ۱۰۰۰ کڑیونکا ایک فرلنگ اور ۸۰ جریب یا ۸۰۰۰ کڑیونکا ایک میل ہوتا ہی ہندوستانی جریب مین ۲۰ گٹھے ہوتے ہین اور ہر گٹھہ مین ۳ گز ہوتے ہین +

پانچوین فصل مثلث قائم الزاویہ

(۵۴) مثلث قائم الزاویہ جو تین خطوط مستقیم سے بنتا ہے اوسمین سے اگر دو کا طول معلوم ہو تو تیسرے خط مستقیم کا طول معلوم ہو سکتا ہے اس طول کے دریافت کرنیکے واسطے ہم قاعدہ بیان کرینگے وہ دفعہ ۳۳ کی شکل نظری پر موقوف ہین اور اس مطلب کو پھر اور زیادہ صفائی سے بیان کرینگے۔

(۵۵) مثلث قائم الزاویہ کے دو ضلعے معلوم ہین وتر دریافت کرو

قاعدہ ضلعون کے مربعونکو جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر دریافت کرو۔

(۵۶) مثالین

(۱) ایک ضلع ۸ فیٹ اور دوسرا ۶ فیٹ ہے۔

مربع ۸ کا ۶۴ اور مربع ۶ کا ۳۶ ہے اور ۳۶ اور ۶۴ کا حاصل جمع ۱۰۰ ہے اور جذر ۱۰۰ کا ۱۰ ہے پس وتر ۱۰ فیٹ ہے۔

(۲) ایک ضلع ۲ فیٹ ہے اور دوسرا ۱۰ انچ ہے۔

۲ فیٹ برابر ۲۴ انچ کے ہین اور مربع ۲۴ کا ۵۷۶ ہے اور ۱۰ انچ کا مربع ۱۰۰ ہے اور ۵۷۶ اور ۱۰۰ کا حاصل جمع ۶۷۶ ہے اور ۶۷۶ کا جذر ۲۶ ہے پس وتر ۲۶ انچ ہے۔

(۵۷) مثال (۲) مین ایک ضلع فٹون مین بیان کیا گیا تھا اور دوسرا ضلع انچون مین وتر کے دریافت کرنیکے قاعدہ کو پیچھے عمل مین لائے پہلے فٹون مین انچ بنائے کہ دونون ضلعے ہمجنس ہو جائین اسی طرح تمام علم مساحت مین یہ ضرور ہے کہ جتنے طول معلوم ہون اون سب کو ہمجنس بنالین یعنی تجنیس مین کرنی ضرور ہے یہ ہمکو اختیار ہے کہ ہم تمام طولون کو انچون مین تعبیر کرین یا فٹون مین تعبیر کرین یا گزون یا میلون مین غرض جسمین چاہین مگر یہ نہین کرنا چاہئے کہ ایک طول ایک پیمانے مین اور دوسرا طول کسی دوسرے پیمانے مین تعبیر ہو سب کا ہمجنس کرنا ضرور ہے۔

(۵۸) دفعہ ۵۶ مین جو دو مثالین حل ہوئین ہین اونمین پورا پورا جذر نکلا ہے اسلئے وتر کا طول ہی

ٹھیک ٹھیک دریافت ہو گیا مگر یہ بھی ہوتا ہی کہ جذر پورا نہین نکلتا ایسی حالت مین مراتب اعشاریہ کے بقدر ضرورت نکالتے ہین۔

(۵۹) مثالین

(۱) ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ۲ فیٹ ۸ انچ ہی۔

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ = ۳۲ انچ

```
  ۳۲        ۴۰
  ۳۲        ۴۰
 ----      ------
  ۶۴       ۱۶۰۰
 ۹۶        ۱۰۲۴
 ----      ------
 ۱۰۲۴      ۲۶۲۴

۲۶۲۴،۰۰۰۰ (۵۱،۲۲
۲۵
۱۰۱) ۱۲۴
     ۱۰۱
۱۰۲۲) ۲۳۰۰
      ۲۰۴۴
۱۰۲۴۲) ۲۵۶۰۰
       ۲۰۴۸۴
       ------
        ۵۱۱۶
```

پس اگر دو مراتب اعشاریہ تک عمل کرین تو وتر تقریبا ۵۱،۲۲ انچ ہوگا

(۲) ایک ضلع ۲،۴ فیٹ اور دوسرا ضلع ۱،۲ گز ہی۔

۱،۲ گز = ۳،۶ فیٹ

```
  ۲،۴       ۳،۶
  ۲،۴       ۳،۶
 -----     -----
   ۹۶       ۲۱۶
  ۴۸       ۱۰۸
 -----     ------
 ۵،۷۶      ۱۲،۹۶
            ۵،۷۶
           ------
           ۱۸،۷۲

۱۸،۷۲۰۰ (۴،۳۲
۱۶
۸۳) ۲۷۲
    ۲۴۹
۸۶۲) ۲۳۰۰
     ۱۷۲۴
     -----
      ۵۷۶
```

اب اگر عمل دو مراتب اعشاریہ تک کرین تو وتر تقریبا ۴،۳۲ فیٹ معلوم ہوگا اور زیادہ تر قریب نکالنا منظور ہو تو ۴،۳۳ فیٹ ہوگا۔

(۶۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہی دوسرا ضلع دریافت کرو۔

قاعدہ وتر کے مربع مین سے ضلع کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر نکالو یا وتر اور ضلع کے مجموعہ اور تفاوت کو باہم ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکال لو

(۶۱) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ضلع ۸ فیٹ ہی۔

مربع ۱۰ کا ۱۰۰ اور مربع ۸ کا ۶۴ ہی ۶۴ کو ۱۰۰ مین سے تفریق کرو تو ۳۶ حاصل ہونگے ۳۶ کا
جذر ۶ ہے اسلئے دوسرا ضلع ۶ فیٹ ہی۔

یا اس طرح کہ وتر اور ضلع معلوم کا مجموعہ ۱۸ ہی اور اونکا تفاوت ۲ ہی اور ۱۸ اور ۲ کا حاصل ضرب
۳۶ ہے اور ۳۶ کا جذر ۶ ہی۔

(۲) وتر ۲۶ انچ اور ضلع ۱۰ انچ ہی

۲۶ کا مربع ۶۷۶ اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہے ۱۰۰ کو ۶۷۶ مین سے تفریق کرو تو حاصل تفریق
۵۷۶ ہوگا اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے پس دوسرا ضلع ۲۴ انچ ہے۔

یا اسطرح کہ ۲۶ اور ۱۰ کا مجموعہ ۳۶ ہی اور اونکا فرق ۱۶ ہی اور ۳۶ اور ۱۶ کا حاصل ضرب
۵۷۶ ہی اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہی۔

(۶۲) دفعہ ۶۰ کے قاعدہ کی دو صورتین بیان کین اول صورت کا تعلق تو دفعہ ۵۹ سے ظاہر
معلوم ہوتا ہی اور دوسری صورت اوسکی ایسی ہی کہ اوسکے عمل مین آسانی اور تسہیل ہوتی ہی
اور کچھہ تھوڑا سا عمل کرنا پڑتا ہی۔

(۶۳) دفعہ ۶۱ کی دونون مثالون مین پورا پورا جذر دریافت ہوگیا اور اسی سبب سے
ضلع کا طول ٹھیک ٹھیک معلوم ہوگیا لیکن یہ بھی صورت واقع ہوتی ہے کہ
جذر پورا پورا نہین نکلتا تو اوس صورت مین جذر کا عمل جتنے مرتبہ کی اعشاریہ تک
چاہین جاری رکھین اوس سے تقریبی قیمت حسب ضرورت دریافت ہوجائیگی

(۶۴) مثالین

(۱) وتر ۱ فیٹ ۹ انچ ہے اور ایک ضلع ۱۴ انچ ہے۔

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۲۱ + ۱۴ = ۳۵

۲۱ − ۱۴ = ۷

۳۵ × ۷ = ۲۴۵

۲۴۵٫۰۰۰۰۰۰ (۱۵٫۶۵

ابؔ اگر دوہی مرتبے تک اعشاریہ نکالین تو ضلع مطلوب کا طول تقریباً ۱۵٫۶۵ معلوم ہوگا

(۲) وتر ۲٫۷ گز اور ایک ضلع ۳٫۴ فیٹ ہی

۲٫۷ گز = ۸٫۱ فیٹ

۸٫۱ + ۳٫۴ = ۱۱٫۵

۸٫۱ − ۳٫۴ = ۴٫۷

۵۴٫۰۵ (۷٫۳۵

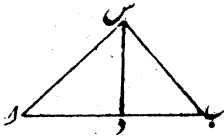
پس اگر عمل دوہی مرتبے اعشاریہ تک کرین تو ضلع مطلوب کا طول ۷٫۳۵ فیٹ معلوم ہوگا۔

(۶۵) اب ہم چند مثالین ایسی لکھتے ہین کہ جنکا حل ان قاعدون پر موقوف ہی۔

(۱) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۴۸٫۰ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵٫۸ فیٹ ہی وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

بموجب دفعہ ۶۲ وتر اور دوسرے ضلع کے مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب ۴۸٫۰ کا مربع ہی اسواسطے اگر ۴۸٫۰ کے مربع کو ۵٫۸ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ہوگا اس طرح سے ہم کو وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲۸۸ دریافت ہوگا۔

پس وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵٫۸ ہی اور فرق ۲۸۸ ہی انکو جمع کرکے ۲ پر تقسیم کرو تو ۳۴۴ حاصل ہونگے یہ وتر کا طول ہوگا اور ۵٫۸ مین سے ۳۴۴ کو تفریق کرو تو ۱۴۵ حاصل ہونگے یہ دوسرا ضلع ہوگا۔

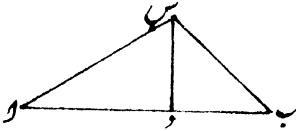
(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہی اور اوسکا ارتفاع دریافت کرو

فرض کرو کہ ا ب س مثلث اور س د ارتفاع ہی تو س د

ا ب کو دو برابر حصون مین تقسیم کریگا اور ا د = ½

تو دفعہ ۶۰ کے دوسرے قاعدہ کے موجب س د کو دریافت کرتے ہین

۱ + ½ = ۳/۲ ۱ - ½ = ½ ۳/۲ × ½ = ۳/۴

اب ۳/۴ کا جذر برابر ہی ½ جذر ۳ کے اور ۳ کا جذر پورا پورا نہین دریافت ہو سکتا اگر تین مرتبے کے اعشاریہ تک جذر نکالین تو ۱٫۷۳۲ حاصل ہونگے اور نصف اوسکا ۰٫۸۶۶ ہی پس ارتفاع کا طول تقریباً ۰٫۸۶۶ فیٹ ہی۔

(۳) ایک مثلث کا قاعدہ ۵۶ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۵ فیٹ اور ایک ضلع ۲۵ فیٹ ہی دوسرا ضلع دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب = ۵۶ اور س د = ۱۵ اور ب س = ۲۵

بموجب دفعہ ۶۰ کے ہم ب د کو دریافت کرتے ہین کہ

۲۵ + ۱۵ = ۴۰ اور ۲۵ - ۱۵ = ۱۰ اور ۴۰ × ۱۰ = ۴۰۰ اور ۴۰۰ کا جذر ۲۰ ہی۔

پس ب د = ۲۰ اسی واسطے ا د = ۵۶ - ۲۰ = ۳۶

بموجب دفعہ ۵۵ کے ا س کو دریافت کرتے ہین کہ ۳۶ کا مربع ۱۲۹۶ ہی اور ۱۵ کا مجذور ۲۲۵ ہی اور

۱۲۹۶ اور ۲۲۵ کا حاصل جمع ۱۵۲۱ ہی اور ۱۵۲۱ کا جذر ۳۹ ہی پس ا س = ۳۹

پانچوین فصل کی مثالین

ان قائم الزاویہ مثلثون مین اضلاع معلوم سے وتر دریافت کرو

(۱) ۳۲۵ فیٹ ۱۹۵ فیٹ (۲) ۴۵۸۷ فیٹ ۳۹۳۷ فیٹ

(۳) ۲۷۸ فیٹ ۸ انچ ۲۶۲ فیٹ ۶ انچ۔

(۴) نصف میل اور ۵۴۳ گز ۱ فٹ۔

ان مثلثات قائم الزاویہ مین وتر فٹون مین دو مرتبہ کی اعشاریہ تک اضلاع معلومہ مفصلہ ذیل سے دریافت کرو

(۵) ۷،۳۴ فیٹ ۲۴،۲ فیٹ (۶) ۵۳۹۵،۴ فیٹ ۴،۳۸۷ فیٹ

(۷) ۴۱۴ فیٹ ۶ انچ ۲۲۸ فیٹ ۹ انچ (۸) چوتھائی میل ۲۷۴ گز ۲ فیٹ

ان قائم الزاویہ مثلثون مین وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۹) ۷۲۵ فیٹ ۴۴۶ فیٹ (۱۰) ۱۷۴۱۶ فیٹ ۱۴۲۰۸ فیٹ

(۱۱) ۲۶۹ فیٹ ۵ انچ ۲۵۰ فیٹ ۸ انچ (۱۲) ۳۴۰ گز ۱ فٹ اور ایک فرلنگ

ان قائم الزاویہ مثلثون مین وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرے ضلع کو فٹون مین دو مرتبہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳) ۷،۴۶ فیٹ ۳۴،۱ فیٹ (۱۴) ۷،۴۹۸ فیٹ ۳۷،۶۵ فیٹ

(۱۵) ۴۲۴ فیٹ ۳ انچ ۲۷۰ فیٹ ۶ انچ (۱۶) ۵ فرلنگ اور ۹۱۶ گز ۲ فیٹ

(۱۷) مثلث کے اضلاع ۲۶۲،۲ فیٹ ۱۲۸۱۵ فیٹ اور ارتفاع ۱۱۴۸۴ فیٹ ہین قاعدہ کو دریافت کرو

(۱۸) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فیٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۱۲۵ فیٹ ہی وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک زینہ ۲۵ فیٹ لمبا سیدھا ایک دیوار کے برابر کھڑا ہی تو بتاؤ زینہ کو کتنا دور سرکائین کہ زینہ کا سرا دیوار سے ایک فیٹ نیچے اوتر آئے۔

(۲۰) ایک زینہ ۴۰ فیٹ لمبا ۴۲ فیٹ بلند کھڑکی پر بازار کے ایک طرف مکانات پر پہنچتا ہی اگر زینہ پلٹ کر دوسری طرف بازار کے مکانات پر لگائین تو وہ ۲۴ فیٹ بلند کھڑکی تک پہنچتا ہی تو بازار کا عرض دریافت کرو۔

(۲۱) ایک مکان سے ۱۴ فیٹ کے فاصلے پر ایک زینہ کے پیر ہین اور سرا اوسکا مکان کی ۴۸ فیٹ بلندی پر زمین سے اونچا لگا ہوا ہی جب اس زینہ کو اوسکے پیرون پر اولٹ کر دوسری طرف بازار کے لگایا تو مکان کی ۴۰ فیٹ بلندی پر زمین سے سرا اوسکا جا کر لگا تو بازار کا عرض بتاؤ۔

(۲۲) ایک مربع کا ضلع ایک انچ ہی اوسکے قطر کی مقدار دس مرتبہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو۔

(۲۳) مربع کا ایک ضلع ۱۱۰ فیٹ ہی اوسکا قطر دریافت کرو۔

(۲۴) دائرہ کا نصف قطر ۸۲٫۶۶ فیٹ ہی اور مرکز سے جو عمود وتر پر نکالا جایگا ۱٫۱۷ فیٹ ہی وترکو دریافت کرو۔

(۲۵) ایک مستطیل زمین کے دو متصل ضلعون پر ایک ٹیا بنی ہوئی ہی مستطیل کا ایک ضلع ۱۹۲ گز اور دوسرا ۱۴۷ گز ہی تو بتاؤ اگر اوسکے قطر مین جائین تو اضلاع مین چلنے کی بنسبت کتنی فاصلہ کے طی کرنے سے بچینگے

(۲۶) ایک چھت ۸۰ فیٹ چوڑی سلامی کی بنی ہوئی ہی اور ہر ایک طرف کی سلامی ۱۷ فیٹ ہی تو بتاؤ چھت کی سلامی کا کتنا کنارہ کتنا اونچا اولتی سے ہوگا۔

(۲۷) جس مربع کا ضلع ۸ فیٹ ہو اوسکے گرد جو دائرہ بنایا جائی اوسکا نصف قطر کیا ہوگا۔

(۲۸) ایک دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی اوسمین جو مربع بنایا جاے اوسکا ضلع دریافت کرو۔

(۲۹) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی تو بتاؤ ۸ فیٹ کی وتر پر مرکز سے جو عمود نکالین اوسکا طول کیا ہوگا۔

(۳۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہی تو جس وتر پر عمود مرکز سے نکالا گیا ۱۲ انچ کا ہو اوسکا طول دریافت کرو

(۳۱) دائرہ کا نصف قطر ۶ برابر حصون مین تقسیم ہوا ہی اور پانچ نقاط تقسیم سے خطوط مستقیم زاویے قائمے بناتے ہوئے محیط تک کھینچے گئے ہین طول ان خطون کا انچون مین تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی۔

(۳۲) ایک دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی اور مرکز سے ۱۲ فیٹ کے فاصلے پر ایک نقطہ ہی اوسی دائرہ کا مماس نکالا گیا ہی تو اوس خط مستقیم کا طول دریافت کرو۔

چھٹی فصل اشکال متشابہ

(۶۶) فرض کرو کہ اب س اور دی ف دو متشابہ مثلث ہین تو بموجب فقرہ ۳۴ کے اب کو ب س سے وہ نسبت ہوگی جو د ف کو ہی ف س

پس اگر دو ضلعے ایک مثلث کے معلوم ہون اور مثلث متشابہ کا ایک ضلع نظیر کا معلوم ہو تو اوسکا دوسرا

ضلع بھی دریافت ہو سکتا ہی اس ضلع کے دریافت کرنیکا عمل مثل تناسب یا اربعہ متناسبہ کے ہوگا

(۶۷) مثالین۔

(۱) فرض کرو کہ اب = ۵ اور ب س = ۶ اور دی = ۷

۵ : ۶ :: ۷ : ی ف

تو ی ف = $\frac{۶ \times ۷}{۵}$ = $\frac{۴۲}{۵}$ = ۸ $\frac{۲}{۵}$

(۲) فرض کرو کہ اب = ۵ اور اس = ۴ اور دی = ۷

۵ : ۴ :: ۷ : د ف

پس د ف = $\frac{۴ \times ۷}{۵}$ = $\frac{۲۸}{۵}$ = ۵ $\frac{۳}{۵}$

(۶۸) علوم ریاضیہ کی نظریات اور عملیات مین متشابہ مثلثون سے اکثر کام پڑتا ہی مثلاً دفعہ ۶۵ مین ہم نے بیان کیا ہو کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اوسکا ارتفاع ۸۶۶، فٹ ہی اب یہ تناسب ہمیشہ ہر مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع اور ارتفاع مین ہوگا پس اگر مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۷ فیٹ ہو تو ارتفاع ۷×۸۶۶، فیٹ ہوگا دفعہ ۶۳ کی شکل مین ہمنے بیان کیا کہ مثلث ادی اور ب ی س متشابہ ہین اور ی ا کو ی د سے وہ نسبت ہی جو ی س کو ی ب سے اس سے معلوم ہوتا ہی کہ مسئلہ تناسب کے موافق حاصل ضرب ی ا اور ی ب کا برابر ہی حاصل ضرب ی س اور ی د کے یہ دائرہ کا ایک خاصہ ہی اور قابل یاد رکھنے کے ہی اور بہت بکار آمد ہی۔

(۶۹) متشابہ مثلثون کی اعانت سے ہم ارتفاع کسی شی کا اوسکے سایہ کو پیمایش کر کے دریافت کر سکتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا اور وہ زمین سے تین فیٹ اونچی کھڑی ہوئی اور اوسکا سایہ ۴ فیٹ پڑا اور ایک درخت کا سایہ بھی ۵۲ فیٹ اوس وقت پڑ رہا تھا تو ہم تناسب سے درخت کا ارتفاع دریافت کر سکتے ہین۔

۴ : ۳ :: ۵۲ : ارتفاع۔

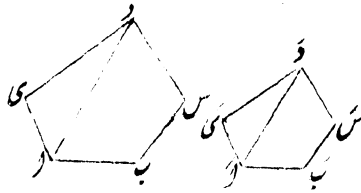
پس ارتفاع = $\frac{۵۲ \times ۳}{۴}$ فیٹ یعنی ۳۹ فیٹ ۔

(۷۰) متشابہ مثلثونسے خودبخود خیال متشابہ مستقیمۃ الاضلاعونکی طرف جاتا ہی متشابہ مستقیمۃ الاضلاعین وہ ہین جنکے زاویے متناظرہ آپسمین برابر ہون اور اونکے گرد اضلاع متناسب ہون ۔

(۷۱) مثلاً دو پانچ ضلعی کی شکلون اب س د ی اور اَ بَ سَ دَ یَ مین زاویے ا اور ب اور س اور د اور ی برابر ہون زاویون اَ اور بَ اور سَ اور دَ اور یَ کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اضلاع گرد ان زاویونکے متناسب ہون یعنی اب کو ب س سے وہ نسبت ہی جو اَبَ کو ہی بَ سَ اور ب س کو س د سے وہ نسبت ہی جو بَ سَ کو سَ دَ سے اور علیٰ ہذا القیاس تو یہ دونون شکلین متشابہ ہونگین ۔

(۷۲) اشکال مستقیمۃ الاضلاع کے متشابہ ہونیکے واسطے دو خاصیتونکا بیان ہوا ہی یعنی مساوات زاویونکی اور متناسب ہونا اضلاع کا ۔

نظریات ہندسہ مین ثابت ہی کہ اگر مثلثونمین ان خاصیتونمین سے ایک خاصیت ہو تو ضرور ہی کہ اوسمین دوسری خاصیت بھی پائی جاے اور عملیات مین بھی اسبات کا ثابت کرنا کچھہ مشکل نہین اور وہ اسطرح ہوتا ہی کہ دو مثلث کاغذ کے اسطرح کترو کہ ایک مثلث کے اضلاع دوچند یا سہ چند دوسرے مثلث کے اضلاع سے ہون تو اونمین یہ امر ظاہر معلوم ہوگا کہ زاویے متناظرہ آپسمین برابر ہین یعنی نظیر کے جن زاویونکو منطبق ایک دوسرے پر کروگے وہ بالکل منطبق ہو جاینگے مگر اون اشکال مستقیمۃ الاضلاع مین جنکے ضلعے تین سے زیادہ ہین ایک خاصیت بغیر دوسری خاصیت کے پائی جا سکتی ہی مثلاً مربع اور مستطیل کے زاویے آپسمین برابر ہوتے ہین مگر اونکے اضلاع متناسب نہین ہوتے اب مربع اور معین لو تو اونکے اضلاع متناسب کے درمیان زاویے ایک شکل کے برابر دوسری شکل کے زاویون کے نہین ہین

(۷۳) متشابہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہمیشہ متساوی التعداد متشابہ مثلثونمین تقسیم ہو سکتے ہین مثلاً خطوط مستقیم س ا اور د ا اور سَ اَ اور دَ اَ کے ۔

کھینچنے سے دفعہ کے پانچ ضلع کی شکلو اوتین زوج متشابہ مثلثونمین تقسیم کرسکتے ہین۔

(۷۴) دفعہ۶۶ مین جو متشابہ مثلثونکی نسبت بیان کیا گیا وہ اور اشکال مستقیمۃ الاضلاع کی نسبت بھی بیان ہوسکتا ہی یعنی اگر دو خطوط مستقیم ایک شکل مین معلوم ہون اور اونکی نظیر کا ایک خط دوسری شکل مین معلوم ہو تو دوسرے خط معلوم کی نظیر کا خط مستقیم قاعدہ تناسب کے موافق دریافت ہوسکتا ہی

(۷۵) متشابہ شکلین جیسے کہ خطوط مستقیم سے احاطہ ہوتی ہین اسیطرح خطوط منحنی سے محدود ہوسکتی ہین۔ مثلاً دو نقشے مختلف طول اور عرض کے ایک ہی ملک کو تعبیر کرین تو دونون نقشے متشابہ ہونگے ایک نقشے مین پیمانہ ایک انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے اور دوسرے نقشے مین پیمانہ نصف انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے تو جو خط ایک نقشے مین ہوگا اوسکی نظیر کا خط دوسرے نقشے مین دوچند ہوگا۔

(۷۶) متشابہ ہونیکا مفہوم اس تعریف سے خوب ذہن مین بیٹھ جاتا ہی کہ متشابہ شکلین وہ ہین جنکی صورتین متماثل ہون یعنی ایک سی ہون مگر اونکا طول اور عرض مختلف ہو تمام دائرے متشابہ شکلین ہین

(۷۷) اب ہم چند مثالین لکھتے ہین جنکا حل اشکال کے متشابہ ہونے پر موقوف ہی

(۱) دفعہ۷۳ کی شکل مین فرض کرو کہ ای = ۲ انچ اور اس = ۴ ½ انچ۔ اور اَیَ = ۱۳/۴ انچ اَسَ کو دریافت کرو۔

$$۲ : ۴\tfrac{1}{2} :: ۱\tfrac{3}{4} : اَسَ$$

$$\frac{۴\frac{1}{2} \times ۱\frac{3}{4}}{۲} = \frac{۴۵}{۱۶} = ۲\frac{۱۳}{۱۶}$$

پس اَسَ = ۲ ۱۳/۱۶ انچ

(۲) مثال گذشتہ مین خطوط مستقیم اد اور اَدَ کی نسبت دریافت کرو۔

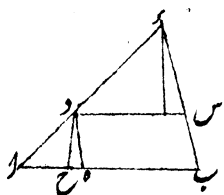
چونکہ ای = ۲ اور اَیَ = ۱ ¾ اور کسی خط مستقیم مثلاً اَدَ کو اپنی نظیر کے خط مستقیم اد سے وہ نسبت ہے جو ۲ کو ۱ ¾ سے یعنی ۲ کو ۷/۴ سے یعنی ۸/۴ کو ۷/۴ سے یعنی ۸ کو ۷ سے ۔

(۳) دفعہ ۳ کی شکل مین اگر ب س = ۱۵ اور ب ا = ۱۲ تو ب د کو دریافت کرو۔
مثلث اب س اور د ب ا متشابہ ہین تو

ب س : ب ا :: ب ا : ب د

یعنی ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ب د

پس ب د = $\frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵} = \frac{۱۴۴}{۱۵} = \frac{۴۸}{۵} = ۹\frac{۳}{۵}$

(۴) اب س د ایک ذوزنقہ ہی اضلاع متوازیہ اب اور س د مین فاصلہ ۴ فیٹ ہی۔
اب = ۱۰ فیٹ اور د س = ۶ فیٹ۔
فرض کرو کہ ا د اور ب س نقطہ ر تک بڑہائے گئے ہین اب مطلوب یہ ہی کہ ر کا فاصلہ عمودی د س سے دریافت کرین۔
د ح عمود اب پر نکالو اور ب س کا متوازی د ہ نکالو
تو ب ہ = د س پس اہ = ۱۰-۶ = ۴ اور د ح = ۴
مثلث ا د ہ اور د ر س متشابہ ہین۔
اسی واسطے بموجب دفعہ ۳۵ کے

اہ : ح د :: د س : فاصلہ مطلوب۔

پس فاصلہ مطلوب = $\frac{۶ \times ۴}{۴} = \frac{۹}{۲} = ۴\frac{۱}{۲}$

چھٹی فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۶ کی شکل مین اد = ۵ انچ دی = ۴ اور اب = ۷ تو ب س کو دریافت کرو۔
(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۲ فیٹ ۶ انچ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو۔
(۳) ایک آدمی کا قد ۶ فیٹ تھا جب وہ سیدھا کھڑا ہوا تو اوسکا سایہ ۸ فیٹ ۶ انچ کا پڑا اور اسی وقت ایک جھنڈی کا سایہ ۶۵ فیٹ ۹ انچ پڑ رہا تھا تو اوس جھنڈی کا ارتفاع دریافت کرو۔
(۴) ۳ فیٹ لمبی لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا تو اوسکا سایہ ۴ فیٹ ۶ انچ تھا تو بتاؤ ۴۵

فیٹ بلندی کا سایہ کتنا پڑیگا۔

(۵) کسی نقشے مین ایک میل کا پیمانہ ایک آٹھوان انچ ہی اور ملک کا طول ۵۰۰ میل ہی تو بتاؤ اوس نقشے کا طول کیا ہوگا۔

(۶) دو شہرونمین ۱۳۱ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ مین اونکے مقامات کے درمیان ۷ ۳/۴ انچ فاصلہ ہی تو بتاؤ نقشہ کس پیمانے کے موافق بنایا گیا۔

(۷) دو شہرونمین ۲۷۵ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ کے اندر اونکے مقامون کے درمیانمین ۶ ۳/۴ انچ کا اور دو اور شہرونکے مقامات کے درمیان ۸ ۱/۲ انچ کا تو بتاؤ ان شہرونکے درمیان کتنا فاصلہ ہی۔

(۸) دفعہ ۲۶ کی شکل مین اگر ب س = ۲۰ انچ اور دی = ۱۶ اور ب د = ۶ تو ب ا کو دریافت کرو

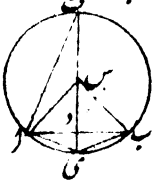
(۹) دفعہ ۲۶ کی شکل مین اگر ا د = ۸ انچ اور دی = ۷ اور ب د = ۳ تو ب س کو دریافت کرو

(۱۰) دفعہ ۳۶ کی شکل مین اگر دی = ۷ انچ اور ب س = ۱۰ اور ب د = ۲ تو د ا کو دریافت کرو۔

(۱۱) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہین اور فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۵ فیٹ ہو اور دو باقی ضلعے بڑہا کر ملائے جائین تو ملاپ کے نقطہ کا فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ مین سے بڑے ضلع سے دریافت کرو۔

(۱۲) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ہین اور اونکا طول ۹ فیٹ اور ۱۴ فیٹ ہی اگر دو خط متوازی ان اضلاع متوازیہ کی شکل کے اندر کھینچے جائین اور یہ چارون خط باہم متساوی البعد ہون تو ان خطوطونکا طول دریافت کرو

ساتوین فصل اوتار دائرہ

(۷۸) فرض کرو کہ دائرہ کا وتر اب ہی اور س مرکز ہی اور س د عمود اب پر اور خارج ہو کر محیط سے نقطہ ی پر ملتا ہی تو وتر ا ب کا نقطہ وسط د ہی اور قوس ا ی ب کا نقطہ وسطی ی ہی قوس کا وتر اب ہی اور نصف قوس کا وتر ا ی یا ی ب ہی اور قوس کا ارتفاع د ی ہی

(۷۹) ی س کو بڑہا کر محیط سے نقطہ ف پر ملاؤ تو بموجب دفعہ ۳۲ کے زاویہ ی ا ف قائمہ ہی اس سے معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۳۵ کے مثلث ی ا ف اور ی د ا متشابہ ہین اسلیئے ی د کو ی ا سے وہ نسبت ہی

جو ی ا کو ہی ی ف سے اسی واسطے۔

ی د × ی ف = ی ا × ی ا

اور نیز بموجب دفعہ ۵۶ کے

ی د × د ف = ا د × د ب

اسباب میں فقط انہیں دو بڑے نتیجوں کا ذکر ہی سارا باب اونھیں کے استعمال سے بھرا پڑا ہی ہم آسانی کے لیے ان دونوں نتیجوں کو قاعدہ بنا کے لکھتے ہیں مگر جو شخص ان نتایج کو سمجھہ گیا ہو اوسکو ان قاعدوں کا حفظ کرنا ضرور نہیں۔

(۸۰) قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر معلوم ہی دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

قاعدہ وتر نصف قوس کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر دائرہ ہوگا۔

(۸۱) مثالیں۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی۔

$\frac{12 \times 12}{4}$ = ۳۶ پس قطر دائرہ ۳۶ انچ ہی۔

(۲) قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی

[illegible] ۴ × ۴ × $\frac{3}{4}$ = ۱۲ پس قطر ۱۲ فیٹ ہی۔

(۸۲) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہی قوس کا ارتفاع دریافت کرو۔

قاعدہ وتر نصف قوس کے مربع کو قطر دائرہ پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع قوس ہوگا۔

(۸۳) مثالیں

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی اور قطر دائرہ کا ۳۶ انچ ہی۔

$\frac{12 \times 12}{36}$ = ۴ پس ارتفاع قوس ۴ انچ۔

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی۔

[illegible] = $\frac{4}{3}$ پس ارتفاع قوس $1\frac{1}{3}$ فیٹ ہی۔

(۸۴) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہین نصف قوس کا وتر دریافت کرو

قاعدہ دائرہ کے قطر کو ارتفاع قوس مین ضرب دو حاصل ضرب جذر نصف قوس کا وتر ہوگا۔

(۸۵) مثالین۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ ہی اور دائرہ کا قطر ۳۶ انچ ہی۔

۳۶×۴=۱۴۴ اور ۱۴۴ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی

(۲) قوس کا ارتفاع ۱⅓ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی

۴/۳ × ۱۲ = ۱۶ اور ۱۶ کا جذر ۴ ہی پس نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہی

(۸۶) وتر قوس اور ارتفاع قوس معلوم ہین دائرہ کا قطر دریافت کرو

قاعدہ نصف وتر کے مربع کو ارتفاع پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر کا باقی حصہ ہوگا پس خارج قسمت اور ارتفاع معلوم کا مجموعہ قطر ہوگا۔

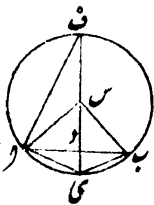
(۸۷) مثالین۔ (۱) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ۔

(۴×۴)/۲ = ۸ پس قطر کا باقی حصہ ۸ فیٹ ہوا ہی اسیواسطے قطر ۱۰ فیٹ ہی۔

(۲) وتر قوس ۲۱ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ ہی۔

(۱۰٫۵×۱۰٫۵)/۴ = ۱۱۰٫۲۵/۴ = ۲۷٫۵۶۲۵ پس قطر کا باقی حصہ ۲۷٫۵۶۲۵ فیٹ ہی۔

اسیواسطے قطر ۳۱٫۵۶۲۵ فیٹ ہی۔

(۸۸) اس باب در باب مجسم مین جو قاعدے بیان ہوئے ہین انکی استعانت سے مختلف سوالات دفعہ ۷۰ کی شکل سے متعلق ——— ہم حل کرکے نمونے کے طور پر دکھاتے ہین۔

(۸۹) ارتفاع قوس اور وتر دائرہ معلوم ہین قوس کا وتر دریافت کرو

یہان ی د اور ی ف معلوم ہونے سے د ف معلوم ہوگا اسواسطے بموجب دفعہ ۸۴ کے ا د معلوم ہو جایگا۔

(۹۰) مثالین۔

(۱) قوس کا ارتفاع ۹ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہی۔

یہان ی د = ۹ اور دف = ۱۶ اسواسطے اد کا مربع = ۹ × ۱۶ = ۱۴۴

پس اد = ۱۲ فیٹ اسواسطے اب = ۲۴ فیٹ۔

(۲) قوس کا ارتفاع ۲ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہی

یہان ی د = ۲ اور دف = ۸ اسواسطے اد کا مربع = ۲ × ۸ = ۱۶

پس اد = ۴ فیٹ اسی واسطے اب = ۸ فیٹ۔

(۹۱) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہین ارتفاع قوس دریافت کرو۔

یہان قطر معلوم کا نصف اس اور وتر معلوم کا نصف اد معلوم ہین۔

اول موافق دفعہ ۶۰ کے س د دریافت کرو اور اوسکو س ی مین سے تفریق کرو تو دی

دریافت ہوجایگا۔

(۹۲) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہی۔

یہان اس = ۱۲$\frac{1}{2}$ فیٹ اور اد = ۱۲ فیٹ

۱۲$\frac{1}{2}$ + ۱۲ = ۲۴$\frac{1}{2}$ اور ۱۲$\frac{1}{2}$ − ۱۲ = $\frac{1}{2}$ اور ۲۴$\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ = $\frac{49}{4}$ اور $\frac{49}{4}$ کا جذر $\frac{7}{2}$ ہی یعنی

۳$\frac{1}{2}$ اور ۱۲$\frac{1}{2}$ − ۳$\frac{1}{2}$ = ۹ اسی واسطے دی = ۹ فیٹ۔

(۲) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ

یہان اس = ۵ فیٹ اور اد = ۴ فیٹ

۵ + ۴ = ۹ اور ۵ − ۴ = ۱ اور ۹ کا جذر ۳ ہی اور ۵ − ۳ = ۲

اسی واسطے دی = ۲ فیٹ

(۹۳) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہین نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

یہان اس اور او معلوم ہین اول موافق دفعہ ۹۱ کے دی کو معلوم کرین
اور پھر دفعہ ۵۵ یا دفعہ ۸۴ کے موافق ای کو دریافت کرین -

(۹۴) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور قطر دائرہ ۵۰ انچ ہین
یہان اس = ۲۵ اور او = ۷ پس موافق دفعہ ۶۰ کے س د = ۲۴ حاصل ہوگا -
اسی واسطے دی = ۱ اب بموجب دفعہ ۵۵ کے یا ۸۴ کے ای برابر ۵۰ کے جذر کے ہے
اگر چار مرتبہ کے اعشاریہ تک جذر نکالین تو ای = ۷٫۰۷۱۰ حاصل ہوگا پس
نصف قوس کا وتر ۷٫۰۷۱ انچ ہی اگر اعشاریہ سات مرتبہ تک نکالین تو ۷٫۰۷۱۰۶۷۸ حاصل ہونگے -

(۲) قوس کا وتر ۸۵ انچ ہی اور دائرہ کا قطر ۲۰۰ انچ -
یہان اس = ۱۰۰ اور او = ۲۹ پس دفعہ ۶۰ کے موافق ۹۱۵۹ کا جذر س د ہے پس
اعشاریہ کے چار مرتبہ تک عمل کرنے سے س د = ۹۵٫۷۰۲۷ کے تقریباً حاصل ہوگا
اسی واسطے دی = ۴٫۲۹۷۳ اب ای کا حساب موافق دفعہ ۵۵ کے یا موافق دفعہ ۸۴ کے کرو
اگر اس اور او اور دی بالکل ٹھیک ٹھیک معلوم ہون تو دونون قاعدون سے ایک ہی نتیجہ
حاصل ہوگا لیکن اس صورت مین دی بالکل ٹھیک ٹھیک نہین معلوم اسلیئے دونون قاعدون
سے جو دو نتیجے نکلتے ہین اونمین ذرا اختلاف ہوتا ہی دفعہ ۸۴ کا قاعدہ نہایت آسان ہی
اور اوسکے موافق ای ۸۵۹٫۴۶ کا جذر ہی اسلیئے ای = ۲۹٫۳۲ تقریباً پس نصف
قوس کا وتر تقریباً ۲۹٫۳۲ انچ ہی -

(۹۵) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہی قوس کا وتر دریافت کرو -
یہان ای اور ی ف معلوم ہین اول ہم دفعہ ۸۲ کے موافق ی د کو
پھر بموجب دفعہ ۶۰ کے اد کو دریافت کرتے ہین -

(۹۶) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی اور قطر دائرہ ۳۶ انچ ہی۔

بموجب دفعہ ۸۲ کے ی د = ۴ اور بموجب دفعہ ۶ کے آد ۱۲۸ کا جذر ہی۔

اس سے معلوم ہوتا ہی کہ اد = ۱۱٫۳۱۴ تقریباً اسی واسطے اب = ۲۲٫۶۲۸ تقریباً پس قوس کا وتر ۲۲٫۶۲۸ انچ تقریباً ہی۔

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی۔

دفعہ ۸۲ کی طرح یہاں ی د = ۱ $\frac{1}{2}$ اور دفعہ ۶ کے موافق آد جذر ۱۶ − $\frac{16}{9}$ یعنی $\frac{128}{9}$ کا جذر ہی۔
اسی واسطے آد ۱۲۸ کی جذر کی $\frac{1}{3}$ ہی اب اعشاریہ کے تین مرتبہ تک عمل کرنے سے اد = ۳٫۷۷۱
اور اسی واسطے اب = ۷٫۵۴۲ پس وتر قوس تقریباً ۷٫۵۴۲ فیٹ ہی۔

(۹۷) قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر معلوم ہی قطر دائرہ دریافت کرو

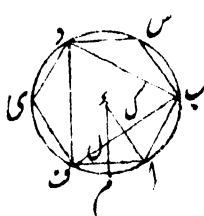
اب یہاں آد اور آی معلوم ہیں دفعہ ۶ کے موافق ی د کو معلوم کرکے ی ف کو موافق دفعہ ۸ کے دریافت کرو

(۹۸) مثالیں

(۱) قوس کا وتر ۴۸ انچ اور نصف قوس کا وتر ۲۶ انچ ہی پس
یہاں اد = ۲۴ اور ای = ۲۶ پس دفعہ ۶ کے موافق ی د = ۱۰ حاصل ہوتا ہی
اب موافق دفعہ ۸ کے ی ف = $\frac{۲۶ \times ۲۶}{۱۰}$ = ۶۷٫۶

پس دائرہ کا قطر ۶۷٫۶ ہی

(۲) قوس کا وتر ۲۰ انچ ہی اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۵ انچ ہی
یہاں اد = ۱۰ اور ای = ۱۰٫۵ پس موافق دفعہ ۶ کے ی د ۱۰٫۲۵ کا جذر ہی اعشاریہ کے چار مرتبہ نکالو تو ی د = ۳٫۲۰۱۵ کے حاصل ہوگا اور موجب دفعہ ۸ کے
ی ف = $\frac{۱۰٫۵ \times ۱۰٫۵}{۳٫۲۰۱۵}$ اس سے معلوم ہوتا ہی کہ ی ف = ۳۴٫۴۳۷ تقریباً
پس قطر دائرہ ۳۴٫۴۳۷ انچ تقریباً ہی

(۹۹) بطور مشق کی ہم مثلث متساوی الاضلاع اور بارہ ضلع کے کثیر الاضلاع منتظم کو دائرہ میں بنا کر اونکی اضلاع

ایک دائرہ کھینچو اگر نصف قطر کے برابر متواتر و ب لو ب س اور
س د... وتر کھینچین تو ایسے چھہ وتر برابر دائرہ کے کل
محیط مین سما ئینگے یا اوسکو یون بیان کرو کہ اگر دائرہ کے
اندر مسدس بنائین تو مسدس کا ضلع نصف قطر دائرہ کے برابر ہوگا
خطوط مستقیم ف ب اور ب د اور د ف کھینچین تو مثلث متساوی الاضلاع بنجائیگا۔
فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک انچ ہی اور ف ب کا معلوم کرنا منظور ہی۔ یہ ایک مثال
دفعہ ۹۵ کی ہی۔
فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز ر ہی ر ا کو کھینچو کہ ب ف کو نقطہ ک پر قطع کرے۔
ہمکو معلوم ہی کہ ر ک = ½ پس ب ک ¾ کا جذر ہی یعنی جذر ۳ کا ½ اسیواسطے ب ف ۳ کا جذر ہی
اگر اعشاریہ کے سات مرتبہ تک عمل کرین تو ب ف = ۱٫۷۳۲۰۵۰۸ انچ حاصل ہوگا
اب پھر فرض کرو کہ ا ل عمود ا ف پر ہی اور اوس عمود کو بڑہا کر محیط سے نقطہ م پر ملاؤ اور ا م وصل کرو
تو ا م اوس بارہ ضلع کی شکل کا ضلع ہوگا جو دائرہ مین بنائی جاے ا م کا حساب دفعہ ۹۲
کے موافق کر سکتے ہین۔
ا ل = ½ اور ر ا = ۱ پس ر ل = ½ جذر ۳ کے = ۰٫۸۶۶۰۲۵۴
اسیواسطے ل م = ۰٫۱۳۳۹۷۴۶ پس ا م ۰٫۲۶۷۹۴۹۲ کا جذر یعنی ۰٫۵۱۷۶۴ تقریبًا ہی۔
پس جو بارہ ضلعی کی شکل دائرہ کے اندر بنائی جاے اوسکا ضلع ۰٫۵۱۷۶۴ انچ تقریبًا ہی۔

ساتوین فصل کی مثالین

(۱) ارتفاع قوس ۱۵ انچ اور وتر نصف قوس ۴ فیٹ ۶ انچ ہی قطر دریافت کرو۔
(۲) ارتفاع قوس ۲٫۲۸ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۵ فیٹ ہی قطر دریافت کرو۔
(۳) نصف قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ انچ ہی اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہی ارتفاع قوس دریافت کرو۔
(۴) ایک قوس کا نصف وتر ۴٫۲۶ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۲۲٫۶۵ فیٹ ہی قوس کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۵) قوس کا ارتفاع ۱ فیٹ ۳ انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۱ فیٹ ۳ انچ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو

(۶) ارتفاع قوس ۴۲۴ء۳ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۸۷۶ء۲۸ فیٹ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو

(۷) قوس کا وتر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔

(۸) قوس کا وتر ۷۵ء۱۵ فیٹ اور ارتفاع قوس ۸ء۲ فیٹ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(۹) وتر قوس ۱۵ انچ اور قطر دائرہ ۲۰ انچ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(۱۰) قوس کا وتر ۹۰ انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۰۰ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(۱۱) نصف قوس کا وتر ۲ فیٹ ۶ انچ ہی اور قطر دائرہ ۴ فیٹ ۲ انچ وتر قوس دریافت کرو۔

(۱۲) نصف قوس کا وتر ۴ء۲ فیٹ اور قطر دائرہ ۱۶ فیٹ وتر قوس دریافت کرو۔

(۱۳) قوس کا وتر ۱۲ گز اور نصف قوس کا وتر ۱۹ فیٹ ۶ انچ قطر دائرہ دریافت کرو۔

(۱۴) قوس کا وتر ۲۹ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۰ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو۔

آٹھوین فصل محیط دائرہ

(۱۰۰) دائرہ کے قطر اور محیط کے طولون کی نسبت دریافت کرنے کی اکثر ضرورت پڑتی ہی گو یہ نسبت بالکل صحیح صحیح نہ بیان ہو سکے مگر پھر بھی وہ ایسی صحت کے دریافت ہو سکتی ہی کہ مطالب عملی کی کارروائی مین کچھہ خلل نہین عائد ہوتا۔

(۱۰۱) قطر دائرہ معلوم ہی محیط دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ قطر کو ۳ ۱/۷ یعنی ۲۲/۷ مین ضرب دو یا یون قاعدہ کو بیان کرو کہ قطر کو ۲۲ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۷ پر تقسیم کرو حاصل محیط ہوگا

(۱۰۲) مثالین۔

(۱) قطر دائرہ ۴ فیٹ ۸ انچ ہی۔

۴ فیٹ ۸ انچ = ۵۶ انچ   ۵۶ × ۲۲/۷ = ۸ × ۲۲ = ۱۷۶

پس محیط تقریباً ۱۷۶ انچ ہی یعنی ۱۴ فیٹ ۸ انچ کے قریب قریب

(۲) دائرہ کا قطر ۴۲٫۲۵۶ فیٹ ہی

۴۲٫۲۵۶
۲۲
۸۴۵۱۲
۸۴۵۱۲
۷) ۹۲۹٫۶۳۲
۱۳۲٫۳۷۶

پس محیط دائرہ ۱۳۲٫۳۷۶ فیٹ ہی

(۱۰۳) دفعہ ۱۰۱ مین جو قاعدہ بیان ہوا اوس سے محیط جتنا نکلنا چاہیے اوس سے ذرا بڑا نکلتا ہی محیط دائرہ درحقیقت قطر کے ۳ ۱/۷ گنے سے کم ہی لیکن ۳ ۱۰/۷۱ گنے سے بڑا ہی اکثر ۳ ۱/۷ مین ضرب دینے کا قاعدہ عملاً صحیح ہی۔

(۱۰۴) اگر ہم چاہین تو دفعہ ۱۰۱ کے قاعدہ کو تناسب کی صورت مین اس طرح رکھہ سکتے ہین کہ ۷ کو ۲۲ سے وہ نسبت ہی جو قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے نسبت ہی۔

(۱۰۵) اور اس سے بہی زیادہ صحیح تناسب یہ ہی کہ ۱۱۳ کو ۳۵۵ سے وہ نسبت ہی جو قطر دائرہ کو نسبت ہی محیط دائرہ سے اس قاعدے سے بہی محیط جتنا ہونا چاہیے اوس سے ذرا زیادہ نکلتا ہی مگر یہ غلطی ایسی کم ہوتی ہی کہ اس حساب سے ۱۹ سو میل کے اندر ایک فیٹ سے بہی کم غلطی پڑتی ہی ایسے بڑے حساب مین ایسی چہوٹی غلطی کو کالعدم جانتے ہین۔

(۱۰۶) اس تناسب کو اس صورت مین بدل لیتے ہین کہ قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے وہ نسبت ہی جو ۱ کو نسبت ہی ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳ سے اس تناسب کا حساب ۶۰۰ مرتبہ کے اعشار تک کیا گیا ہی لیکن ان ہندسون مین سے جتنے ہم چاہین استعمال مین لا سکتے ہین اکثر ۳٫۱۴۱۶ کے استعمال کو صحت عملی کے لیئے کافی سمجہتے ہین اکثر کتب ریاضیہ مین اس عدد ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵ کو حرف ک سے تعبیر کرتے ہین

(۱۰۷) اوپر کے بیان سے ظاہر ہی کہ جب قطر معلوم ہو تو محیط دریافت کرنیکا قاعدہ اس طرح بیان ہو سکتا ہی کہ قطر کو ۳ ۱/۷ مین ضرب دو اور اگر زیادہ تر صحت جو ہمین منظور نظر ہو تو قطر کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دیو دوسرے قاعدے سے بہی محیط جتنا ہونا چاہیے اوس سے کچہہ زیادہ نکلتا ہی مگر غلطی اوسمین ۱/۱۰۰۰۰۰ حصے محیط سے زیادہ تر نہوگی اس طرح سے غلطی ۵۰ میل مین ایک فٹ سے کم واقع ہوگی

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہین کہ قطر کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو تو اوسکو اس طرح بھی کہہ سکتے ہین
کہ ۳٫۱۴۱۶ کو قطر مین ضرب دو اور یہی کیفیت اون سب قاعدون مین ہی جہان ضرب
اعداد کا بیان ہوا ہی۔

(۱۰۹) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴۲٫۷ انچ ہی۔

۳٫۱۴۱۶
۴۲٫۷
۲۱۹۹۱۲
۶۲۸۳۲
۱۲۵۶۶۴
۱۳۴٫۱۴۶۳۲

پس محیط تقریباً ۱۳۴٫۱۴۶۳۲ انچ ہی

(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہی

۳٫۱۴۱۶
۸۰۰۰
۲۵۱۳۲٫۸۰۰۰

پس محیط تقریباً ۲۵۱۳۲٫۸ میل ہی

(۱۱۰) طالب علم کو چاہیے کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر ناپا کرے مثلاً ایک پہیہ اور اوسکے
محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھے اگرچہ نتیجے بالکل صحیح اوسکو حاصل نہین ہونگے مگر پھیر
بھی اوسکو دل مین یقین ہو جائیگا کہ محیط ۳⅐ گنا قطر سے تقریباً ہوتا ہی۔

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہی قطر دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳⅐ پر تقسیم کر دو یعنی ۲۲/۷ پر یا اس قاعدہ کو یون بیان کرو کہ محیط کو
۷ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ تر صحت سے جواب نکالنا
منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو۔

(۱۱۲) مثالین

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہی۔

```
        ۵۰
        ۷
۲  | ۳۵۰
۱۱ | ۱۷۵
     ۱۵٫۹
```

پس قطر ۱۵٫۹ فیٹ تقریباً ہی

(۲) محیط دائر ۳۶۰ فیٹ ہی

```
۳٫۱۴۱۶) ۳۶۰٫۰۰ (۱۱۴٫۵۹
        ۳۱۴۱۶
        ۴۵۸۴۰
        ۳۱۴۱۶
        ۱۴۴۲۴۰
        ۱۲۵۶۶۴
         ۱۸۵۷۶۰
         ۱۵۷۰۸۰
          ۲۸۶۸۰۰
          ۲۸۲۷۴۴
            ۴۰۵۶
```

پس قطر ۱۱۴٫۵۹ فیٹ ہی

(۱۱۳) اب ہم چند سوالات جو اس قاعدہ پر موقوف ہین حل کرینگے ۔

(۱) ایک پہیہ ایک میل چلنے مین ۱۰۰۰ دفعہ چکر لگائے تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہی۔

یہان ۱۰۰۰ گنا محیط پہیہ کا برابر ۱۷۶۰ گز کے ہی پس محیط ۱٫۷۶ گز ہی۔

توبموجب دفعہ ۱۱۱ کے قطر $\frac{7}{22}$ × ۱٫۷۶ گز یعنی ۰٫۰۸ × ۷ گز یعنی ۰٫۵۶ گز ہی۔

(۲) فرض کرو کہ زمین کا فاصلہ آفتاب سے ۹۵۰۰۰۰۰۰ میل ہی اور زمین آفتاب کے گرد ۳۶۵ $\frac{1}{4}$ دن مین ایک دائرہ مین حرکت کرتی ہی تو بتاؤ زمین ایک منٹ مین کتنے میل چلتی ہی

زمین جو دائرہ بناتی ہی اوسکا محیط ۲ × ۹۵۰۰۰۰۰۰ × ۳٫۱۴۱۶ میل یعنی قریب ۵۹۶۹۰۴ میل کے ہی اور ۳۶۵ $\frac{1}{4}$ دن مین ۵۲۵۹۶۰ منٹ ہین پس میلون کی تعداد کو منٹون کی تعداد پر تقسیم کرو تو ۱۱۳۵ میل تقریباً حاصل ہونگے ۔

آٹھوین فصل کی مثالین

(۱) محیط دائرہ کو ۳ $\frac{1}{7}$ گنا قطر سے فرض کرکے ان قطرون سے دائرون کے محیطونکو دریافت کرو۔

(۱) ۱۴ فیٹ (۲) ۸۶ گز ۱ فٹ۔

(۳) ۲۱۳ گز ۲ فیٹ ۸ اینچ (۴) ۱ فرلنگ ۶۰ گز

محیط دائرہ کو ۳.۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کر کے ان معلوم قطرونسے دائرونکے محیط دریافت کرو۔

(۵) ۲۷ فیٹ (۶) ۶۱ گز ۲ فیٹ

(۷) ۵۵۵ گز ۱ فٹ ۶ اینچ (۸) ۱ فرلنگ ۸۰ گز

محیط دائرہ کو ۳ ۱/۷ گنا قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطون سے دائرونکے قطر دریافت کرو۔

(۹) ۶۶ گز (۱۰) ۱۰ جریب (۱۱) ۳ فرلنگ ۴ جریب (۱۲) ۱ میل

محیط دائرہ کو ۳.۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطونکے دائرونکے قطر دریافت کرو

(۱۳) ۱ فٹ (۱۴) ۲۵ فیٹ (۱۵) ۱۰۸ گز ۱ فٹ (۱۶) ۱ فرلنگ

(۱۷) فرض کرو کہ عطارد ۸۸ دن مین آفتاب کے گرد ایک دائرہ مین حرکت کرتا ہی جسکا نصف قطر ۳۷۰۰۰۰۰۰ میل ہی تو بتاؤ عطارد کتنے میل ایک سکنڈ مین چلتا ہی۔

(۱۸) گاڑی کے پہیہ کا قطر ۲۸ اینچ ہی تو بتاؤ نصف میل چلنے مین کتنے چکر کریگا۔

(۱۹) ایک گول روش کے گرد سڑک بنی ہوئی ہی اوسکا محیط بیرونی ۶۰۰ فیٹ ہی اور محیط اندرونی ۴۸۰ فیٹ ہی اوسکا عرض دریافت کرو۔

(۲۰) ایک دائرہ کے قطر اور محیط مین فرق ۱۰ فیٹ ہی قطر دائرہ دریافت کرو

تیسرا باب رقبونکے بیان مین

نوین فصل مربع یا مسطح پیمانونکی جدول

(۱۱۴) رقبونکے پیمانون کی جدول جسکو اکثر مسطح یا مربع پیمانون کی جدول کہتے ہین یہان لکھنی آسانی مطالب کے لیئے مناسب ہی

۱۴۴ مربع اینچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہی

اسلیئے ۳۶۰ درجون مین چار قائمے پیدا ہوتے ہین۔ اور ایک درجہ ۶۰ دقیقون مین اور دقیقہ ۶۰ ثانیون مین تقسیم ہوتا ہے۔ دقیقہ اور منٹ کے ایک ہی معنی ہین اور ثانیہ اور سکنڈ ایک ہی چیز ہین۔

(۱۱۶) درجہ اور دقیقہ اور ثانیہ کے واسطے اختصاراً رموز ° ′ ″ مقرر کر لئے ہین +

مثلاً ۶ درجے ۳۲ دقیقے ۴۷ ثانئے لکھنے ہون تو اس طرح لکھینگے کہ ۶° ۳۲′ ۴۷″

(۱۱۷) دائرہ کے مرکز پر جو زاویہ محاذی کسی قوس کی واقع ہون اوسکے درجون کی تعداد معلوم ہے قوس کا طول دریافت کرو +

قاعدہ ۳۶۰ کو درجون کی تعداد معلوم سے وہ نسبت ہوگی جو محیط دائرہ کو ہی قوس کے طول سے

(۱۱۸) مثالین

(۱) دائرہ کا محیط ۴۸ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر محاذی قوس کے ۵۴ درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو

۳۶۰ : ۵۴ :: ۴۸ : طول مطلوب

$$\frac{48\times54}{360}=\frac{4\times54}{30}=\frac{18\times4}{10}=7.2$$

پس قوس کا طول ۷،۲ انچ ہے

(۲) دائرہ کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہے اور قوس کے محاذی زاویہ مرکز پر ایک درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو

۳۶۰ : ۱ :: ۲۵۰۰۰ : طول مطلوب

```
360)25000(69.4
    216
    ---
     340
     324
     ---
      160
      144
      ---
       16
```

قوس کا طول ۶۹،۴ میل ہے

(۱۱۹) قوس کا طول معلوم ہی جو زاویہ مرکز پر اوسکے محاذی واقع ہوا اوسکے درجون کی تعداد دریافت کرو

قاعدہ محیط دائرہ کو طول قوس سے وہ نسبت ہی جو ۳۶۰ کو زاویہ مطلوب کے درجونکی تعداد سے

(۱۲۰) مثالین

(۱) محیط دائرہ ۵۰ فیٹ اور طول قوس ۸ فیٹ

۵۰ : ۸ :: ۳۶۰ : تعداد مطلوب دریافت

$\frac{۳۶۰ \times ۸}{۵۰} = \frac{۲۸۸}{۵} = ۵۷\frac{۳}{۵}$

زاویہ $۵۷\frac{۳}{۵}$ درجون کا ہے

(۲) محیط دائرہ ۲۵۰۰۰ میل اور قوس ۷۵۰ میل

۲۵۰۰۰ : ۷۵۰ :: ۳۶۰ : تعداد درجات مطلوب

$\frac{۳۶۰ \times ۷۵۰}{۲۵۰۰۰} = \frac{۳۶ \times ۷۵}{۲۵۰} = \frac{۳۶ \times ۳}{۱۰} = ۱۰٫۸$

پس زاویہ ۱۰٫۸ درجہ کا ہے

(۱۲۱) قوس کا وتر اور نصف قوس کا بھی وتر معلوم ہین قوس کا طول دریافت کرد

قاعدہ وتر نصف قوس کے آٹھ گنے مین کل قوس کا وتر تفریق کرد اور حاصل تفریق کو ۳ پر تقسیم کرد

یہ قاعدہ بالکل ٹھیک ٹھیک نہین اوسی قوس کا طول جتنا ہونا چاہیے اوسی کچھہ کم دریافت ہوتا ہے

اگر زاویہ مرکز پر قوس کے سامنے ۴۴ درجہ کا ہو تو غلطی بقدر $\frac{۱}{۲۰۰۰}$ طول قوس کے واقع

ہوگی جتنا زاویہ بڑہتا گہٹتا جائیگا غلطی بھی اوتنی بڑہتی گہٹتی جائیگی

(۱۲۲) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور نصف قطر دائرہ ۲۵ انچ ہے

بموجب دفعہ ۹۴ کے نصف قوس کا وتر ۷٫۰۷۱۰۶۷۸ انچ ہے

۷٫۰۷۱۰۶۷۸
۸
۵۶٫۵۶۸۵۴۲۴
۱۴
۳ | ۴۲٫۵۶۸۵۴۲۴
۱۴٫۱۸۹۵۱۴۱

پس قوس کا طول ۱۴٫۱۸۹۵۱۴۱ انچ ہے

(۲) وتر قوس ۸ء۵ انچ ہے اور نصف قطر دائرہ ۰۰ء۱ انچ ہے
بموجب دفعہ ۹۴ کے وتر نصف قوس کا ۳۲ء۲۹ انچ ہے

۲۹ء۳۲
۸
۲۳۴ء۵۶
۵۸
۳) ۱۷۶ء۵۶
۵۸ء۸۵

پس قوس کا طول ۸۵ء۵۸ انچ ہے

(۱۲۳) دفعہ ۱۲۱ قاعدہ کے استعمال سے جس غلطی کا ہم نے بیان کیا ہے وہ جتنی قوس چھوٹی ہوگی اوتنی ہی غلطی بہ نسبت بڑی قوس کے غلطی کے کم ہوگی اسواسطے بعضی صورتون مین اس کی ضرورت ہوگی کہ بجاے کل قوس کے طول کے نصف قوس کے طول کا حساب بموجب قاعدے کے اسطرح کرین کہ ایک چوتہائی قوس کی وتر کو آٹھہ گنا کرکے اوسمین سے نصف قوس کا وتر تفریق کرین اور حاصل تفریق کو دو مین ضرب دین اور حاصل ضرب کو تین پر تقسیم کرین

(۱۲۴) دفعہ ۱۲۱ مین جو قاعدہ قوس کی طول دریافت کرنیکا لکھا ہے اوس سے زیادہ صحیح قاعدہ یہ ہے مگر اوسکو وہان برتنا چاہیے جہان زیادہ تر صحت منظور ہو

قاعدہ چوتہائی قوس کے وتر کو ۲۵۶ گنا کرو اور ماحصل پر وتر قوس زیادہ کرو اور نصف قوس کے وتر کو چالیس گنا کرکے تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۴۵ پر تقسیم کرو

اس قاعدے سے قوس کا طول جتنا ہونا چاہیے اوس سے ذرا زیادہ نکلتا ہے اگر دائرہ کے مرکز پر زاویہ ۴۵ درجہ کا ہو تو اوسکے سامنے کی قوس کے طول مین غلطی کم ۱/۸۰۰۰۰۰۰۰ حصہ قوس سے واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑہیگا اوتنی غلطی بڑی ہوگی اور جتنا زاویہ گھٹیگا اوتنی ہی غلطی گھٹیگی +

(۱۲۵) اب ہم بعض مثالین مشق کے لئے حل کرتے ہین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے تو کل ۶۰ درجہ کے قطاع کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

چونکہ قطر ایک فٹ ہے تو محیط دائرہ کا ۲ × ۱۴۱۶ء۳ یعنی ۲۸۳۲ء۶ ہے

۳۶۰ : ۶۰ :: ۲۸۳۲ء۶ : طول قوس

پس قوس کا طول ۱،۰۴۷۲ ہی اور دو نصف قطرون کا طول جو ۲ فیٹ ہی زیادہ کرو تو کل مجموعہ اضلاع ۳،۰۴۷۲ فیٹ ہی۔

(۲) ۶۰ درجہ کی قطاع کا کل مجموعہ اضلاع ۲۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو۔

مثال گذشتہ کی نتیجہ کو استعمال مین لاؤ تو یہہ تناسب حاصل ہوگا

۳،۰۴۷۲ : ۲۰ :: ۱ : نصف قطر مطلوب

اس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر مطلوب = $\frac{۲۰}{۳،۰۴۷۲}$ فیٹ = ۶،۵۶۳۴ فیٹ تقریبًا

فصل نہم کی مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی اور قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۲۰° ہے تو قوس کا طول دریافت کرو۔

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۹ فیٹ ۷ انچ ہی اور قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۱۰° ۴' ہی قوس کا طول دریافت کرو

(۳) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ہے اور قوس کا طول ۵ انچ ہی تو زاویہ جو اوسکے سامنے مرکز پر ہوا اوسی دریافت کرو

(۴) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور قوس کا طول برابر نصف قطر کے ہی تو قوس کے سامنے جو زاویہ مرکز پر ہوا اوسکو دریافت کرو

(۵) ایک قوس کا طول ۳۶ انچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۹ انچ قوس کو دریافت کرو

(۶) قوس کا وتر ۵۶ انچ ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۱۹ انچ ہے قوس دریافت کرو

(۷) قوس کا وتر ۶ انچ ہی اور دائرہ کا نصف قطر ۹ انچ ہی قوس کو دریافت کرو

(۸) دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے تو ۹۰° کے قطاع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو۔

(۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہے اوس قطعہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو کہ جسکے قوس کے سامنے زاویہ مرکز پر ۹۰° ہے

(۱۰) دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے دائرہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۱۱) نصف دائرہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو

(۱۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر [illegible] ہے اوسکے سامنے کے قوس کا طول دریافت کرو

تیسرا باب رقبونکے بیان مین

نوین فصل مربع یا سطح پیمانون کی جدول

(۱۲۶) رقبونکے پیمانون کی جدول جسکو اکثر سطح یا مربع پیمانونکی جدول کہتی ہین یہان لکھنے انسانی مطالب کے لئے مناسب ہے +

۱۴۴ مربع انچ سے ایک مربع فٹ بنتا ہے

۹ مربع فیٹ سی ایک مربع گز بنتا ہے

۳۶ مربع گز سے ایک مربع فیدم بنتا ہے

۲۷۲¼ مربع فیٹ سی یعنی ۳۰¼ مربع گز سے ایک مربع پول یا رود بنتا ہی

۱۶۰۰ مربع پول سے ایک مربع فرلنگ بنتا ہی

۶۴ مربع فرلنگ کا ایک مربع میل ہوتا ہے

اس سے یہ جدول مرتب ہوتی ہے

مربع انچ ۱کو	مربع فیٹ	مربع گز	مربع روڈ	مربع فرلنگ	مربع میل
۱۴۴	۱				
۱۲۹۶	۹	۱	.	.	
۳۹۲۰۴	۲۷۲¼	۳۰¼	۱		
۶۲۷۲۶۴۰۰	۴۳۵۶۰۰	۴۸۴۰۰	۱۶۰۰	۱	
۴۰۱۴۴۸۹۶۰۰	۲۷۸۷۸۴۰۰	۳۰۹۷۶۰۰	۱۰۲۴۰۰	۶۴	۱

(۱۲۷) یہ اصطلاحات بہی رقبونکے بتلانیمین کام آتے ہین کڑی کا مربع جریب کا مربع روڈ ایکڑ بسوہ بیگہہ بسوانسی کچوانسی وغیرہما

ایک مربع جریب مین ۲۲×۲۲ یعنی ۴۸۴ مربع گز ہوتے ہین ایک روڈ ۴۰ پول کا یعنی ۱۲۱۰ مربع گز کا ہوتا ہے اور ایک ایکڑ ۴ روڈ کا ہوتا ہی یعنی ۴۸۴۰ مربع گز کا پس ایک ایکڑ ۱۰ جریب کا مربع ہوتا ہے

ایک مربع جریب مین ۱۰۰×۱۰۰ یعنی ۱۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتے ہین اسلئے ایک ایکڑ مین ۱۰۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتی ہین - ایک ہندوستانی جریب کا مربع بیگہہ کہلاتا ہے

ایک بگیہ مین ۲۰ بسوہ اور بسوہ مین ۲۰ بسوانسی اور بسوانسی مین ۲۰ کچوانسی ہوتے ہین

گیارہوین فصل سطح قائم الزاویہ یعنے مستطیل *

(۱۲۸) فرضکرو کہ ایک قائم الزاویہ ۴ انچ لنبی اور ۳ انچ چوڑی ہے ایک ایک انچ کے فاصلہ سے خطوط متوازی الاضلاع تک کہیچو تو قائم الزاویہ بارہ برابر شکلونمین منقسم ہوگی اور اونمین سے ہر ایک ایک مربع ہے جو ایک انچ لنبا اور ایک انچ چوڑا ہی تو قائم الزاویہ مین ۱۲ مربع انچ ہین اور اوسکو اسطرح بیان کیا کرتے ہین کہ قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہے

۱۲ کا اعداد ۴ اور ۳ کا حاصلضرب ہے جنسے کہ قائم الزاویہ کا طول اور عرض تعبیر ہوتا ہے +

(۱۲۹) اگر ایک قائم الزاویہ ۸ انچ لنبی اور ۵ انچ چوڑی ہو تو ہم اوپر کی طرح دکہلا سکتے ہین کہ اوسکا رقبہ ۸ گنا ۵ مربع انچ کا یعنی ۴۰ مربع انچ ہے اور اسیطرح اگر قائم الزاویہ ۹ انچ لنبا اور ۷ انچ چوڑا ہو تو اوسکا رقبہ ۹ گنا ۷ مربع انچ کا ہی یعنی ۶۳ مربع انچ ہے اور علی ہذا القیاس

(۱۳۰) اسیطرح اگر ایک قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہو تو رقبہ اوسکا ۱۲ مربع فیٹ ہوگا یعنی قائم الزاویہ ۱۲ برابر شکلون مین منقسم ہوگی جنمین سے ہر ایک ایک فٹ لنبی اور ایک فٹ چوڑی ہوگی اگر ایک قائم الزاویہ ۴ گز لنبی اور ۳ گز چوڑی ہو تو اوسکا رقبہ ۱۲ مربع گز ہوگا اور علی ہذا القیاس +

(۱۳۱) مبتدیون کو بڑی غور سے اس بات کو دیکھنا چاہیئے کہ رقبے کسطرح ناپے جاتے ہین جتنی چیزین قابلیت مساحت کی رکہتی ہین اون سب مین ایک اصول مساحت بالعموم مستعمل ہوتا ہے مثلاً جب ہم طول ناپتے ہین تو ضرور کسی طول کو ایک پیمانہ معین ٹہراتے ہین خواہ وہ ایک انچ ہو خواہ ایک فٹ اور اس پیمانہ ہی سے اور طولون کا اندازہ بتلاتے ہین پس جب کہتے ہین کہ ایک خط کا طول ۷ انچ ہے تو اوس سے یہ مراد ہوتی ہی کہ خط ہمارے پیمانہ معین ایک انچ سے ۷ گنا ہے اسیطرح جب ہم رقبے ناپتے ہین تو کسی رقبہ کو ضرور ایک پیمانہ معین مقرر کرتے ہین اوسی پیمانہ سے مقابلہ کرکے

اور رقبون کا اندازہ تبلاتے ہین - رقبونکے اندازہ تبلانے کے واسطے مربع کو پیمانہ مقرر کرتے ہین اسمین بڑی آسانی ہوتی ہے اور یہ پیمانہ کا مربع خواہ ایک مربع انچ ہو خواہ ایک مربع فٹ ہو یا مربع کڑی وغیرہ

(۱۲۲) کسی قائم الزاویہ کے رقبہ کے دریافت کرنیکے لئے ضرور ہے کہ ہم طول اور عرض کو ایک جنس کے پیمانہ مین بیان کرین پس جو اعداد طول اور عرض کو تعبیر کرینگے اونکا حاصل ضرب قبہ کو تعبیر کریگا اگر طول اور عرض دونو انچون مین تعبیر ہون تو رقبہ انچ مربعون مین بیان ہوگا اور اگر طول اور عرض دونو فٹون مین تعبیر ہون تو رقبہ مربع فٹون مین تعبیر ہوگا اور علی ہذا القیاس

(۱۲۳) اب طالب علم کی سمجھہ مین آگیا ہوگا کہ شکلونکے رقبونکا کس طرح حساب کرتے ہین اور قاعدون کو کس طرح صحت کے ساتھہ استعمال مین لاتے ہین - قواعد کو اختصار کے ساتھہ ہم بیان کرینگے اگر طالب علم اوپر کے بیانات کو سمجھہ گیا ہوگا تو اوسکو آگے سمجھنے مین دقت نہین واقع ہوگی

(۱۲۴) قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ طول کو عرض مین ضرب دو حاصل ضرب قبہ ہوگا -

بعض اوقات عرض اور طول کی جگہہ قاعدہ اور ارتفاع کو بیان کیا کرتے ہین یعنی قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۱۲۵) مثالین

(۱) ایک قائم الزاویہ کا طول ۳ فیٹ ۴ انچ اور عرض ۲ فیٹ ۶ انچ ہے

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

$$40 \times 30 = 1200$$

رقبہ ۱۲۰۰ مربع انچ ہے

یا اس طرح کہ ۳ فیٹ ۴ انچ = $3\frac{1}{3}$ فیٹ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = $2\frac{1}{2}$ فیٹ

$$3\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} = \frac{10}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$$

پس رقبہ $8\frac{1}{3}$ مربع فٹ ہے

(۲) قائم الزاویہ کا طول نصف میل ہے اور عرض ۲۲۰ گز ہے

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہین کہ قطر کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو تو اوسکو اس طرح بھی کہہ سکتے ہین کہ ۳٫۱۴۱۶ کو قطر مین ضرب دو اور یہی کیفیت اون سب قاعدون مین ہی جہان ضرب اعداد کا بیان ہوا ہی۔

(۱۰۹) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴۲٫۷ انچ ہی۔

```
   ۳٫۱۴۱۶
     ۴۲٫۷
---------
  ۲۱۹۹۱۲
  ۶۲۸۳۲
 ۱۲۵۶۶۴
---------
۱۳۴٫۱۴۶۳۲
```

پس محیط تقریباً ۱۳۴٫۱۴۶۳۲ انچ ہی

(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہی

```
   ۳٫۱۴۱۶
     ۸۰۰۰
-----------
۲۵۱۳۲٫۸۰۰۰
```

پس محیط تقریباً ۲۵۱۳۲٫۸ میل ہی

(۱۱۰) طالب علم کو چاہیے کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر ناپا کرے مثلاً ایک پہیہ اور اوسکے محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھے اگرچہ نتیجے بالکل صحیح اوسکو حاصل نہین ہونگے مگر پھر بھی اوسکو دل مین یقین ہو جائیگا کہ محیط $3\frac{1}{7}$ گنا قطر سے تقریباً ہوتا ہی۔

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہی قطر دائرہ دریافت کرو۔

قاعدہ محیط دائرہ کو $3\frac{1}{7}$ پر تقسیم کرو یعنی $\frac{22}{7}$ پر یا اس قاعدہ کو یون بیان کرو کہ محیط کو ۷ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ تر صحت سے جواب نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو۔

(۱۱۲) مثالین

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہی۔

کہ ۱۴۴ مربع انچ کا ایک مربع فٹ ہوتا ہی مربع فٹ ایک قائم الزاویہ ہے جسکا طول ۱۲ انچ اور عرض ۱۲ انچ ہے اور اسیواسطے بموجب دفعہ ۱۳۰ کے ایک مربع فٹ ۱۲ × ۱۲ مربع انچ یعنے ۱۴۴ مربع انچ ہے +

(۱۴۰) اگر ہمکو مربع کا رقبہ معلوم ہو تو مربع کے ضلع کا طول اس طرح دریافت کرسکتے ہین کہ جو عدد رقبہ کو تعبیر کرتا ہو اوسکا جذر نکالین مثلاً مربع کا رقبہ ۱۲۱ مربع انچ ہو تو ۱۲۱ کا جذر ۱۱ ہے پس مربع کے ضلع کا طول ۱۱ انچ ہے اب فرض کرو کہ مربع کا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے اب یہان جذر پورا نہین نکل سکتا ہے اسلئے ضلع کا طول صحیح صحیح نہین دریافت ہوسکتا ہے اگر تین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین تو ۱۲٫۲۴۷ انچ طول مطلوب دریافت ہوگا +

(۱۴۱) طالب علم کو ہمیشہ مربع فٹ اور فٹ مربع مین تمیز کرنی لازم ہے مثلاً ۳ مربع فیٹ سے مراد اوس رقبہ سی ہے جو تین ایسی حصون مین منقسم ہوتا ہے کہ ہر ایک اونمین ایک مربع فیٹ ہے اور ۳ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہی جسکا ضلع طول مین ۳ فیٹ ہی اور اوس شکل مین ۹ مربع فیٹ ہین اور اسیطرح ۴ فیٹ مربع سے مراد اوس مربع سے ہی جسکا ضلع ۴ فیٹ طول مین ہے پس اوس مربع مین ۱۶ مربع فیٹ ہین +

(۱۴۲) اب چند مثالین مشق کے واسطے اس باب کے قواعد سے حل کرتے ہین

(۱) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہے تو بتاؤ اوس کمرہ مین ۳۰ انچ چوڑے عرض کا فرش ۶؍ گز کا کتنا اور کس قیمت کا لگے گا

اول فرش مطلوب کا طول دریافت کرتے ہین کمرہ کا طول ۱۸ ½ فیٹ ہی۔

اور عرض ۱۱ ¼ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ کمرہ کا رقبہ $\frac{۳۷}{۲} \times \frac{۴۵}{۴}$ مربع فیٹ ہی یعنی $\frac{۱۶۶۵}{۸}$ مربع فیٹ ہی اور فرش کا عرض ۲ ½ فیٹ ہی اس سے معلوم ہوا کہ فرش کا طول $\frac{۱۶۵۶}{۸}$ کو ۲ ½ پر تقسیم کرنیسے حاصل ہوگا یعنی $\frac{۱۶۵۶}{۸} \times \frac{۲}{۵}$ فیٹ یعنی $\frac{۳۳۳}{۴}$ فیٹ اب آگے علم حساب کا کام ہے کہ ایک گز کی قیمت ۶ ؍ ہے تو قیمت $\frac{۳۳۳}{۴}$ فیٹ کی کیا ہوگی ماحصل $\frac{۱}{۳} \times \frac{۳۳۳}{۴} \times ۶$ آنہ

یعنی ۳۳۳ آنہ یعنی ۶۶ ۲/۱ آنہ کی یعنی ۱۰ روپیہ ۶ آنہ ۶ پائی ہے

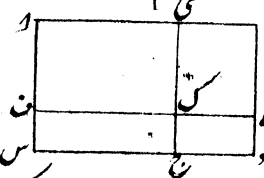
کچھہ اِن باتونکے بیان کرنیکی ضرورت نہین معلوم ہوتی کہ حساب سے جو فرش نکلا ہی اوس سے زیادہ فرش کمرہ مین لگیگا اسلئے کہ فرش کے ٹکڑے جب جوڑے جائینگے تو کچھہ فرش کا ٹکڑا جوڑنے مین یا سیون مین ضایع جائیگا

(۲) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہے اور ۱۰ فیٹ بلند ہے تو چارون دیوارونکا رقبہ دریافت کرو ۔

اب دو دیوارون مین سے ہر ایک دیوار مین ۱۰ × ۳۷/۲ مربع فیٹ ہین اور دو دیوارین اور ہین اونمین سے ہر ایک کا رقبہ ۱۰ × ۴۵/۴ مربع فیٹ ہی اسلئے کل رقبہ برابر اوس قائم الزاویہ کے رقبہ کے ہی جسکا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اور قاعدہ ۳۷ + ۴۵/۲ فیٹ ہی پس کل رقبہ ۱۰ × ۱۱۹/۲ فیٹ ہے یعنی ۵۹۵ مربع فیٹ

(۳) ایک قطعہ زمین قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسپر گھاس اوگی ہوتی ہی اور وہ ۱۲۰ فیٹ لنبا اور ۱۰۰ فیٹ چوڑا ہی ایک سڑک بجری کی ۴ فیٹ چوڑی گرد گھاس کے بنی ہوئی ہے تو اوس سڑک کا رقبہ دریافت کرو

طول ۱۲۸ فیٹ اور عرض ۱۰۸ فیٹ اوس قائم الزاویہ کا ہے جسمین سڑک بھی داخل ہے اسواسطے رقبہ اس قائم الزاویہ کا ۱۲۸ × ۱۰۸ مربع فیٹ یعنی ۱۳۸۲۴ مربع فیٹ اور رقبہ قطعہ گھاس کا ۱۲۰ × ۱۰۰ مربع فیٹ یعنی ۱۲۰۰۰ مربع فیٹ ہی اور رقبہ سڑک کا ۱۳۸۲۴ − ۱۲۰۰۰ مربع فیٹ یعنی ۱۸۲۴ مربع فیٹ ہی

(۴) ایک قائم الزاویہ چار حصون مین دو خطوط متوازی سے تقسیم ہوئی ہی اور یہ خطوط متوازی اضلاع کے فاصلہ معلوم سے کھینچے گئے ہین تو ان چارون قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

فرض کرو کہ ا ب س د قائم الزاویہ ہی اور ا ب ۱۶ انچ اور ا س ۹ انچ اور ا ی ۱۰ انچ اور ا ف ۶ انچ ہے

نقطہ ی سے ا س کا متوازی ی ک ح اور نقطہ ف سے ا ب کا متوازی ف ک ہ کھینچا گیا ہی

تو ی ب = ۶ انچ اور ف س = ۲ انچ

د ی ک ف کا رقبہ = ۱۰×۱۰ یعنی ۱۰۰ مربع انچ کی

ی ہ ب ک کا رقبہ = ۶×۴ یعنی ۲۴ مربع انچ کے

ف ک ح س کا رقبہ = ۱۰×۲ یعنی ۲۰ مربع انچ کے

ک ہ ح د کا رقبہ = ۶×۲ یعنی ۱۲ مربع انچ کے

ان چارون رقبون کا مجموعہ ۱۴۴ مربع انچ ہے اور وہ برابر ہے ۱۶×۹ مربع انچ کے

اگرچہ یہ مثال نہایت آسان ہی مگر اوس سے علم حساب کے ایک بڑے مسئلہ کا ثبوت آنکھونکے سامنے دکھائی دیتا ہی

۱۰ اور ۶ کا مجموعہ ضرب دیا گیا ۷ اور ۲ کے مجموعہ مین برابر ہی ۱۰×۷ اور ۶×۷ اور ۱۰×۲ اور ۶×۲ کے مجموعہ کے

(ز ۵) ایک قائم الزاویہ ۵/۸ انچ لمبی اور ۳/۷ انچ چوڑی ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

بموجب قاعدہ دفعہ ۱۳۴ کے رقبہ ۵/۸×۳/۷ مربع انچ ہے یعنی ۱۵/۵۶ مربع انچ کے

لیکن دفعہ ۱۲۸ کے قاعدہ کا اثبات اوس صورت مین ہی کہ اعداد صحیح ہون اسلیئے اس بات کا ثابت کرنا

ضرور ہوا کہ قاعدہ اوس صورت پر بھی حاوی ہے کہ طول اور عرض کسرین ہون

کسرونکا نسب نما متحد کیا تو ۳۵/۵۶ انچ اور ۲۴/۵۶ انچ ہوئی اب فرض کرو کہ ایک انچ کا ۱/۵۶ حصہ طول کا پیمانہ واحد ہے

قائم الزاویہ کے طول مین ۳۵ اور عرض مین ۲۴ ایسی پیمانہ واحد سے تعبیر ہوگا

اور اسیواسطے قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۵×۲۴ مربع اس پیمانہ واحد کی ہونگے اور ایک انچ مربع مین اس پیمانہ واحد کے

۵۶×۵۶ مربع ہین اسلیئے قائم الزاویہ کا رقبہ $\frac{۳۵ \times ۲۴}{۵۶ \times ۵۶}$ مربع انچ

یعنی $\frac{۵ \times ۳}{۸ \times ۷}$ مربع انچ یعنی ۱۵/۵۶ مربع انچ ہے

گیارہوین فصل کی مثالین

مربعون کے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے مربع گزون مین دریافت کرو

(۱) ۱۴ گز (۲) ۲۴ گز (۳) ۳۷ ۱/۲ گز (۴) ۳۰ ۱/۴ گز

مربعونکے اضلاع کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے رقبے مربع گزون اور مربع فٹون مین دریافت کرو

(۵) ۱۰ گز ۲ فیٹ　　(۶) ۱۲ گز ۱ فٹ

(۷) ۱۸ گز ۲ فیٹ　　(۸) ۲۰ گز ۱ فٹ

مربعونکے اضلاع کے طول بتفصیل ذیل ہین اونکے رقبے مربع گزون مربع فٹون مربع انچون مین دریافت کرو

(۹) ۳ گز ۲ فیٹ ۴ انچ　　(۱۰) ۵ گز ۲ فیٹ ۸ انچ

(۱۱) ۸ گز ۱ فٹ ۹ انچ　　(۱۲) ۱۴ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ

مربعون کے اضلاع کے طول بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ایکر روڈ اور پول مربعون مین دریافت کرو

(۱۳) ۴ جریب ۵۰ کڑی　　(۱۴) ۷ جریب ۲۵ کڑی

(۱۵) ۱۲ جریب ۵۴ کڑی　　(۱۶) ۲۶ جریب ۵۶ کڑی

مربعون کے قطر بتفصیل ذیل ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱۷) ۲۵۵ فیٹ　　(۱۸) ۸۸ گز ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۹) ۱۲ جریب ۲۵ کڑی　　(۲۰) ۱۸ جریب ۳۶ کڑی

مربعون کے رقبے بتفصیل ذیل ہین اونکے اضلاع دریافت کرو

(۲۱) ۱۷۶۴ مربع گز　　(۲۲) ۷۲۲۵ مربع گز

(۲۳) ۷۲۵۲۹ مربع گز　　(۲۴) $\frac{1}{16}$ مربع میل

(۲۵) ۱۶۰ ایکر　　(۲۶) ۲ $\frac{1}{2}$ ایکر

(۲۷) ۹۴۰۶۴۰۱۶ مربع فیٹ　　(۲۸) ۳ ایکر ۱ روڈ ۱۳ پول ۵ $\frac{3}{4}$ مربع گز

ان مربعونکے رقبے بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اضلاع کے طول کو تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۹) ۱۲۰ مربع فیٹ　　(۳۰) ۲۸۷ مربع فیٹ

(۳۱) ۸۴ مربع گز ۱ مربع فٹ　　(۳۲) ۵۲۶ مربع گز ۲ مربع فیٹ ۹۰ مربع انچ

(۳۳) ۱۵۰ ایکر　　(۳۴) ۲ $\frac{3}{4}$ ایکر

(۳۵) جس مربع کا رقبہ ۲ مربع انچ ہے اوسکا قطر دریافت کرو +

(۳۶) شطرنج کی بساط ۱۰۰ مربع انچ ہی اور اوسکے ہر طرف آٹھہ آٹھہ خانے مربع کی صورت کے بنے ہوئے ہین تو بتاؤ ایک خانہ کا طول کیا ہے +

قائم الزاویون کے طول عرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے فٹ مربعون مین دریافت کرو

(۳۷) ۱۴ سے ۲۰ (۳۸) ۲۴ سے ۱۸

(۳۹) ۱۵½ سے ۱۸ (۴۰) ۱۸¼ سے ۲۰½

قائم الزاویونکے طول وعرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز اور فٹون مین دریافت کرو

(۴۱) ۵ گز ۲ فیٹ سے ۶ گز (۴۲) ۷ گز ۱ فٹ سے ۸ گز ۲ فیٹ

(۴۳) ۱۰ گز ۱ فٹ سے ۱۲ گز ۱ فٹ (۴۴) ۹ گز ۲ فیٹ سے ۸ گز ۲ فیٹ

قائم الزاویون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع گز فٹ انچ مین دریافت کرو

(۴۵) ۲ گز ۱ فٹ سے ۳ گز ۱ فٹ ۳ انچ

(۴۶) ۳ گز ۱ فٹ ۴ انچ سے ۴ گز ۲ فیٹ

(۴۷) ۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ سے ۴ گز ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴۸) ۶ گز ۱ فٹ ۹ انچ سے ۸ گز ۲ فیٹ ۱۱ انچ

قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اوسکے رقبے ایکر روڈ پول مین دریافت کرو

(۴۹) ۵ جریب ۴ کڑی سے ۶ جریب ۲۵ کڑی

(۵۰) ۷ جریب ۴ کڑی سے ۸ جریب ۱۲ کڑی

(۵۱) ۹ جریب ۲۴ کڑی سے ۱۰ جریب ۶۳ کڑی

(۵۲) ۱۰ جریب ۸۰ کڑی سے ۱۲ جریب ۴۰ کڑی

رقبے اور طول قائم الزاویون کی بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے عرض دریافت کرو

(۵۳) رقبہ ۱۰۵۶ مربع فیٹ طول ۱۱ گز

(۵۴) رقبہ ایک ایکر طول ۱۱۰ گز

(۵۵) رقبہ ایک مربع میل طول ۵ میل

(۵۶) رقبہ ۱۰۰۰ ایکر طول ۲ ½ میل

(۵۷) رقبہ ۲ ⅝ ایکر طول ۱۱۵ ½ میل

(۵۸) رقبہ ۵ ½ ایکر طول ۳۲ جریب

(۵۹) رقبہ ۷ ایکر ۱ روڈ ۱۵ پول طول ۴۵۳ گز ۲ فیٹ ۳ انچ

(۶۰) ایک تختہ ۱۸ انچ چوڑا ہی اوسکا کیا طول رکھین کہ وہ مساحت مین ایک مربع گز ہو

(۶۱) ایک قائم الزاویہ ۹ انچ سے ۱۸ انچ ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کونسی اعشاریہ مربع گز کی ہے

(۶۲) قائم الزاویہ ۱۲۱ گز لمبی اور ۲۵ گز چوڑی ہے اوسکا رقبہ کو ایکر کی کسر مین بیان کرو

(۶۳) چوتھائی میل چوڑا ایک بازار ہی اگر بازار کے ایک طرف ۴ ½ فیٹ چوڑا فرش بنائین تو
تو بتاؤ وہ کتنے مربع گز ہوگا

(۶۴) ایک کھیت مستطیل کی شکل کا ہی اور اوسمین سے زمین کاٹ کر ایک مستطیل کی شکل کا باغ ایسا
بنا ہے کہ اوسمین پون ایکر زمین آئی ہی اور اوسکا ایک ضلع تو کھیت ہی کا ضلع ہی اور اوسکا
طول ۲ ½ جریب ہی دوسرے ضلع کا طول دریافت کرو

(۶۵) ایک مستطیل کا قطر ۵۸ فیٹ ہی اور ایک ضلع ۴۲ فیٹ ہی رقبہ دریافت کرو

(۶۶) چار مربعونکے ضلعے جدا جدا ایک اور ۲ اور ۴ اور ۱۰ فیٹ ہین ان چارون مربعون کے برابر
جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۶۷) اضلاع مربعون کی جدا جدا ۵ اور ۶ اور ۷ فیٹ ہین اوس مربع کا ضلع دریافت کرو
جو ان تین مربعون کے برابر ہو

(۶۸) مکان مین شیشہ کا دروازہ ۸ فیٹ ۶ انچ سے ۵ فیٹ ۳ انچ کا لگا ہوا ہے اور اوسمین شیشے
پر کالے ۴ انچ سے ۵ انچ لگے ہوئے ہین تو اونکے تعداد بتاؤ کیا ہے

(۶۹) ایک مکان ۱۵ ہی ۱۲ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسکے فرش مین چوکر ۳ فیٹ ۴ انچ لمبی اور ۶ انچ چوڑے کتنی لگینگے

(۷۰) ۱۶ انچ لنبی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی ۴۲ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی چہت مین لگینگی +

(۷۱) ایک جگہہ ۱۸ فیٹ لنبی اور ۱۲ فیٹ ۹ انچ چوڑی ہے اوسمین ۹ انچ لنبی اور ۴½ چوڑی اینٹین کتنی بچہینگی +

(۷۲) کاٹھہ کا فرش ۴۴ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ لنبے اور ۱۰ انچ چوڑے تختے کتنے بچہینگے +

(۷۳) ایک کمرہ ۵۰ فیٹ لنبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا ہے اوسکے فرش مین ۱۲ فیٹ ۸ انچ لنبے اور ۹½ انچ چوڑے تختے کتنے صرف ہونگے

(۷۴) ایک مکان ۱۵ فیٹ لنبا اور ۹ فیٹ چوڑا ہے اگر ایک آدمی ۲۷ انچ لنبی ۱۸ انچ چوڑی جگہہ گہیرے تو اوس مکان مین کتنے آدمی کہڑے ہونگے

(۷۵) ۴۵۰ صفین آدمیون کی کہڑی ہوئی تہین اور ہر ایک صف مین ۱۴ آدمی تہے اگر یہ آدمی ایک بہر ہوئے مربع کی صورتمین کہڑے ہوتے تو بتاؤ ایک ضلع مین کتنے آدمی ہوتے

(۷۶) اگر ایک گیہون کا درخت نو مربع انچ جگہہ گہیرے تو ایک ایکر مین کتنے گیہون کے درخت لگینگے +

(۷۷) ایک جنگل آدہ میل لنبا اور چوتہائی میل چوڑا ہے اور ایک مربع جریب مین ۴ درخت ہین تو بتاؤ اوس جنگل مین کتنے درخت ہونگے

(۷۸) ایک ملک کی صورت مستطیل کی سی ہے اور ۴۰۰ میل لنبا اور ۲۰۰ میل چوڑا ہے اور اوسمین ۲۰۰۰۰۰۰۰ باشندے بستے ہین تو بتاؤ ایک آدمی کتنے ایکر مین بستا ہے

(۷۹) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا ہے اور اوسکے وسط مین فرش مخمل کا ۲۱ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا تیار ہوا ہے تو بتاؤ باقی جگہہ کے فرش مین ۲۷ انچ عرض کا کپڑا کتنا لگیگا

(۸۰) ایک مربع کا ضلع ۵۰ گز ہے اور مربع کے باہر چارون طرف ۱۰ گز چوڑا رستہ بنا ہوا ہے تو ۱ فٹ ۴ انچ لنبی ۱۰ انچ چوڑے پتہر کتنے اوس رستہ کے فرش مین لگینگے

(۸۱) ایک قائم الزاویہ صحن ۴۳ فیٹ لنبا ۲۶ فیٹ چوڑا ہے ایک رستہ ۴ فیٹ ۶ انچ گرد اس صحن کے

اوسے باہر بنا ہوا ہی تو بتاؤ ۹ انچ لمبی ۴ ۱/۲ انچ چوڑی اینٹین اوس رستہ کی فرش مین کتنی بچھینگی +

(۸۲) ۹ انچ لمبی ۴ ۱/۲ انچ چوڑی اینٹین ۲۹۰۰ ایک خاص صحن مین بچھی ہین تو بتاؤ کتنے کہپرے ۶ انچ مربع کے اوس رستہ کے نوین حصہ مین بچھینگے +

(۸۳) اگر متصل کے اضلاع ایک مستطیل قطعے کے ۹ اور ۱۶ ہون اور دوسرے مستطیل کے اضلاع متصل ۶۳ اور ۲۵ ہون اور اون مین سے ہر ایک مین برابر مربعے بنائین تو اونکے ضلعونکی نسبت آپسمین بتلاؤ کہ کیا ہوگی +

(۸۴) ایک کمرہ ۱۱ فیٹ لمبا ۱۲ فیٹ چوڑا ۱۰ فیٹ ۶ انچ اونچا ہے اوسکی دیوارون پر ۲۰ انچ عرض کا کاغذ کتنا لمبا لگے گا +

(۸۵) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۰ انچ لمبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۶ انچ اونچا ہے تو بتاؤ کتنے مربع فیٹ کاغذ اوسکے دیوارون کے منڈھنے مین صرف ہوگا +

(۸۶) ایک مستطیل ۴۸ فیٹ سے ۴۲ فیٹ ہی تو بتاؤ اوس مربع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا مجموعہ اضلاع برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو +

(۸۷) ایک مستطیل مین ۱۳۲۲۳ مربع فیٹ ہین اور طول اوسکا بہ نسبت عرض کے سہ چند ہی تو اوسکے ضلعے دریافت کرو

(۸۸) سات کاغذ کے تختون کا وزن ۲ ۱/۲ تولہ ہے اور تختہ ۹ انچ سے ۶ ۳/۸ انچ ہے تو اوسی قسم کے کاغذ کے تختہ کا وزن دریافت کرو جو ۱۶ ۲/۳ انچ سے ۱۱ انچ ہو +

(۸۹) مثال دیگر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کے مجموعہ اضلاع آپسمین برابر ہون تو مربع کا رقبہ بڑا مستطیل کے رقبہ سے ہوگا +

(۹۰) مثالین دیگر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کا مجموعہ اضلاع برابر ہون تو مربع کا رقبہ مستطیل سے بقدر اوس مربع کے زیادہ ہوگا جسکا ضلع برابر مربع اور مستطیل کے اضلاع کے تفاوت کے ہو +

(۹۱) ایک کہیت ۵ جریب ۱۰ گٹھہ طول مین اور ۴ جریب ۷ گٹھہ عرض مین ہے اوسکا لگان بشرح ایک روپیہ ۱۳ر فی بیگھہ کے دریافت کرو +

(۹۲) ایک قطعہ زمین ۵ ۳۵ ۲ ۴ گز لنبا اور ۲۰۸ گز چوڑا ہی اوسکا لگان بشرح ۴ پونڈ ۱۰ شلنگ فی ایکر دریافت کرو

(۹۳) ایک صحن مستطیل ۸ ۱ فیٹ ۶ انچ سی ۱۲ فیٹ ۳ انچ ہے تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۴ ر فی مربع فیٹ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی +

(۹۴) اگر ۹ مربع فیٹ مین بجری ڈالنے کے اندر ایک اٹھنی صرف ہوتی ہو تو ایک صحن مین جسکا قطر ۳۰ گز ہے بجری ڈالنے مین کیا لاگت لگیگی

(۹۵) ایک رقبہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ ہی اوسکے فرش مین ۶ ر ۸ پائی مربع گز کے حساب سے کیا صرف ہوگا

(۹۶) ایک بازار کا طول ۱ فرلانگ ۹۲ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا عرض ۲۲ گز ۸ انچ ہے تو ۸ $\frac{1}{2}$ آنہ فی گز کے حساب سے اوسکے فرش مین کیا لاگت لگیگی +

(۹۷) ایک قائم الزاویہ میدان ۹۶ فیٹ طول مین اور ۴۸ فیٹ عرض مین ہے اور اوسمین چار قائم الزاویہ قطعے گھاس کے بنے ہوتے ہین اور ہر ایک قطعہ ۲۲ $\frac{1}{2}$ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ہے تو بتاؤ باقی زمین کے فرش مین ۸ $\frac{1}{2}$ آنہ مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگیگی +

(۹۸) ایک قطعہ زمین مستطیل کی صورت کا ۸۵ گز طول مین اور ۶۵ گز عرض مین ہے اور اوسکے اندر چارون طرف یکسان عرض کی سڑک ۴ گز چوڑی بنی ہوئی ہے تو ار ۲ پائی مربع گز کے حساب سے اوس سڑک کے درست کرنے مین کیا لاگت لگیگی +

(۹۹) ایک صحن مربع تھا جسکے فرش بنانے مین ۳ ر ۹ پائی فی مربع گز کے حساب سے ۸۴ روپیہ ۲ ر ۵ پائی صرف ہوئے تو بتاؤ اوس صحن کے ضلع کا طول کیا ہے +

(۱۰۰) ۲ $\frac{3}{4}$ پائی گز کے حساب سے ایک مربع باغ کے گرد مینڈ بنوانے مین ۲۰ روپیہ ۳ ر ۲ $\frac{3}{4}$ پائی صرف ہوئے تو اوس باغ کا ضلع دریافت کرو +

(۱۰۱) ایک مربع کھیت کا لگان ۳۲ روپیہ ہی اور لگان کی شرح ۳ روپیہ ۲ ر ۶ پائی فی ایکر ہے اگر اس کھیت کے گرد جھاڑی رکھین اور اوسمین ۹ پائی گز صرف ہو تو بتاؤ کل لاگت کیا لگیگی

جن کمرون کے طول اور عرض بہ تفصیل ذیل ہون تو بتاؤ اونکے فرش کیواسطے کتنے گز کپڑے کی ضرورت ہوگی

(۱۰۲) ۱۸ فیٹ سے ۱۲ فیٹ کپڑا ۱ گز عرض
(۱۰۳) ۲۴ فیٹ سے ۱۲ فیٹ ۶ انچ کپڑا ۱ گز عرض کا
(۱۰۴) ۱۲ فیٹ سے ۱۵ فیٹ کپڑا ۲۷ انچ عرض کا
(۱۰۵) ۱۷ فیٹ ۳ انچ سے ۹ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۲۷ انچ عرض کا
(۱۰۶) ۲۸ فیٹ سے ۲۳ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا
(۱۰۷) ۲۷ فیٹ ۳ انچ سے ۲۲ فیٹ ۴ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا
کمرون کا طول اور عرض اور کپڑے کی قیمت معلوم ہے اونکے فرش کی قیمت نیچے کی مثالونمین دریافت کرو
(۱۰۸) ۱۲ فیٹ ۴ انچ سے ۱۲ فیٹ ۲ انچ قیمت کپڑے کی ۱ر ۶ پائی مربع فٹ
(۱۰۹) ۲۴ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ چھت کی قیمت ۱۳ر ۶ پائی مربع گز
(۱۱۰) ۲۳ فیٹ ۹ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ کپڑے کی قیمت ۲ر ۹ پائی مربع گز
فرش کی قیمت ان کمرونمین دریافت کرو طول عرض کمرونکا اور عرض اور قیمت کپڑے کی معلوم ہے
(۱۱۱) ۴۴ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ۸ انچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ر ۶ پائی گز
(۱۱۲) ۱۸ فیٹ ۹ انچ سے ۱۷ فیٹ ۴ انچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑے کی قیمت ۴ر ۹ پائی گز
(۱۱۳) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑے کا عرض ۱ گز ۸ انچ اور کپڑے کی قیمت ۶ر گز
(۱۱۴) ۱۸ فیٹ ۸ انچ سے ۱۲ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۳ر گز
(۱۱۵) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑے کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۴ر گز
(۱۱۶) ۲۱ فیٹ ۸ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑے کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑے کی قیمت ۲ر ۴½ پائی گز
(۱۱۷) ۱۷ فیٹ ۶ انچ سے ۱۰ فیٹ ۱۰ انچ کپڑے کا عرض ۲ فیٹ ۴ انچ ۳ر ۹ پائی قیمت
(۱۱۸) ۲۵ فیٹ لنبے فرش مین ۵۰ مربع گز کا فرش روپیہ ۱۳ر کا خرچ ہوا تو بتاؤ کپڑے کا عرض کیا ہے
(۱۱۹) ایک کمرے کے وسط مین ۱۳ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۹ فیٹ ۹ انچ لنبا فرش کیا ہوا ہے تو بتاؤ یہہ کتنا فرش ہے اور ۲۷ انچ عرض کا کپڑا ۱۸ر ۶ پائی گز کا کتنا اور کس قیمت کا اوسمین صرف ہوگا

اور اگر فرش کے کنارے اور دیوارونکے درمیان سب جگہہ ۲½ فیٹ کا فاصلہ ہو تو بتاؤ کتنی جگہ فرش سے خالی رہیگی

(۱۲۰) ایک کمرہ ۳۴ فیٹ لنبا ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ہے تو اوسکی دیوارونمین ایک گز عرض کا کاغذ کتنا صرف ہوگا

(۱۲۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۱۹ فیٹ ۱۰ انچ چوڑا اور ۱۴ فیٹ اونچا ہے اور کاغذ پون گز عرض کا ہے تو بتاؤ اوسکی دیوارون مین کتنا کاغذ صرف ہوگا

(۱۲۲) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۱۸½ فیٹ چوڑا ۱۴ فیٹ اونچا ہے تو دیوارون پر کاغذ لگانیکا صرف ۱۲ پائی مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۱۲۳) ایک کمرہ ۷ گز ۱ فٹ ۱۱ انچ لنبا اور ۶ گز ۱ انچ چوڑا ۱۲ فیٹ بلند ہے اور ایک فٹ چوڑا کاغذ ہے اور ۳ پائی گز کا کاغذ ہے تو بتاؤ اوس کمرہ مین کاغذ منڈھنے مین کیا صرف ہوگا

(۱۲۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۱۵ فیٹ چوڑا ۱۱ فیٹ بلند ہے ایک مربع گز کی سفیدی پھرانے مین ۲ پائی صرف ہوتے ہین اور ایک آتش دان ۴ فیٹ ۲ انچ طول مین اور ۳ فیٹ عرض مین ہے اور ایک دروازہ ۷ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ عرض مین ہے اور دو کھڑکیان ۶ فیٹ ۲ انچ سے ۵ فیٹ ہین تو بتاؤ اوس کمرہ کی تمام سفیدی کرانے مین کیا صرف ہوگا

بارہوین فصل متوازی الاضلاع کے

(۱۴۱) دفعہ ۲۰ مین ہم نے ثابت کیا ہے کہ متوازی الاضلاع برابر اوس قائم الزاویہ کے ہوتی ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع

(۱۴۲) متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ۔ قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب رقبہ کا ہوگا

(۱۴۳) مثالین

(۱) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ ہے

۵×۳ = ۱۵ پس رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہے

[illegible] متوازی الاضلاع [illegible]

(۲) متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۳ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۳ انچ

۳ فیٹ ۹ انچ = ۴۵ انچ و ۲ فیٹ ۳ انچ = ۲۷ انچ

۴۵ × ۲۷ = ۱۲۱۵ پس رقبہ ۱۲۱۵ مربع انچ ہے

یا اسطرح کہ ۳ فیٹ ۹ انچ = $۳\frac{۳}{۴}$ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ = $۲\frac{۱}{۴}$ فیٹ

$۳\frac{۳}{۴} \times ۲\frac{۱}{۴} = \frac{۱۵}{۴} \times \frac{۹}{۴} = \frac{۱۳۵}{۱۶} = ۸\frac{۷}{۱۶}$ پس رقبہ $۸\frac{۷}{۱۶}$ مربع فیٹ ہے

(۱۴۶) اگر ہمکو متوازی الاضلاع کا رقبہ اور دو امتداد ارتفاع اور قاعدہ مین سے ایک معلوم ہو تو دوسرا موافق دفعہ ۱۳۶ کے معلوم ہوسکتا ہے

(۱۴۷) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین +

(۱) معین کا رقبہ ۱۸۰ مربع فیٹ اور ہر ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

$\frac{۱۸۰}{۱۵} = ۱۲$ پس ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے +

(۲) ایک متوازی الاضلاع کے متصل کے ضلعے ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ اوس مربع کے رقبہ سے دو تہائی ہے جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کے مجموعہ کے ہے تو اوسکا ارتفاع دریافت کرو

متوازی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۱۶ + ۳۲ فیٹ یعنی ۴۸ فیٹ ہے اس سے معلوم ہوا کہ اوس مربع کا ضلع جسکا مجموعہ اضلاع متوازی الاضلاع کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہے ۱۲ فیٹ ہے اسواسطے مربع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ ہے پس متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ کے $\frac{۲}{۳}$ یعنی ۹۶ مربع فیٹ کے برابر ہے اب اگر ہم اوس ضلع کو جو ۸ فیٹ طول مین ہے قاعدہ بنائین تو ارتفاع $\frac{۹۶}{۸}$ یعنی ۱۲ فیٹ ہوگا اور ۱۶ فیٹ کے ضلع کو قاعدہ بنائین تو $\frac{۹۶}{۱۶}$ یعنی ۶ فیٹ ارتفاع ہوگا

(۳) معین کا ہر ایک ضلع ۱۸ فیٹ ہے اور اوسکا ایک قطر بھی ۱۸ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

اس قطر کے کھینچنے سے معین دو مثلث متساوی الاضلاعون مین تقسیم ہوگیا اور بموجب دفعہ ۱۴۸ کے ہر ایک مثلث کا ارتفاع ۱۸ × ۸۶۶ء فیٹ ہے اور یہ ارتفاع برابر معین کے ارتفاع کے بھی ہے پس معین کا رقبہ مربع فٹون مین ۱۸ × ۱۸ × ۸۶۶ء یعنی ۲۸۰٫۶ مربع فیٹ کے برابر تقریباً ہے

گیارہوین فصل کی مثالین

متوازی الاضلاعون کے رقبے دریافت کرو اونکے قاعدے اور ارتفاع یہ معلوم ہین

(۱) قاعدہ ۱۴ گز ارتفاع ۵ گز

(۲) قاعدہ ۱۵ گز ۲ فیٹ ارتفاع ۱۱ گز ۱ فٹ

(۳) قاعدہ ۱۶ گز ۲ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۱۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ (۴) قاعدہ ۱۸ جریب ۱۶ گز ارتفاع ۹ جریب ۴۸ گز

متوازی الاضلاعون کے مربعوں اور قاعدے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو

(۵) رقبہ ۱۱۲۵ مربع فیٹ قاعدہ ۴۵ گز (۶) رقبہ ۳ ½ ایکر قاعدہ ۱۴۲ گز

(۷) رقبہ ۳ ۹ مربع فیٹ ۱۴۰ مربع انچ قاعدہ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ

(۸) رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۳ مربع فیٹ ۳۴ مربع انچ قاعدہ ۱۳ گز ۱ فٹ ۹ انچ

(۹) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۴ فیٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کے متصل ضلع ۳ فیٹ ہے تو مقابل کے ضلع کی کسی نقطہ سے عمود قاعدہ پر نکالین تو اوسکا طول دریافت کرو +

(۱۰) متوازی الاضلاع کے متصل کے اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ نصف اوس مربع کی جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کی مجموعہ اضلاع کے ہے تو مقابل کے اضلاع کے درمیان فاصلہ عمود کو دریافت کرو

(۱۱) معین کا ہر ایک ضلع ۴۲ فیٹ ہے اور اوسکا قطر ۴۲ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) معین کا ہر ایک ضلع ۲۴ فیٹ ہے اور ہر ایک اوسکے کلان دو چند ہر ایک اوسکے خورد سے ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

بارہوین فصل مثلث کی بیان مین

(۱۴۸) دفعہ ۲۹ مین ہم نے ثابت کیا ہے کہ اوس قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع ہو یہی قاعدہ ذیل کی دلیل ہے +

(۱۴۹) مثلث کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب مثلث کا رقبہ ہوگا

یہ ظاہر ہے کہ خواہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دین یا نصف ارتفاع کو قاعدہ مین ضرب دین یا قاعدہ اور ارتفاع کے حاصل ضرب کا نصف لین سب صورتون مین نتیجہ ایک ہی پیدا ہوگا

(۱۵۰) مثالین

(۱) قاعدہ مثلث کا ۳ گز اور ارتفاع ۴ فیٹ ۶ انچ ہے

۳ گز = ۹ فیٹ ۴ فیٹ ۶ انچ = $۴\frac{۱}{۲}$ فیٹ

$۹ \times ۴\frac{۱}{۲} = ۹ \times \frac{۹}{۲} = \frac{۸۱}{۲}$ اور $\frac{۸۱}{۲}$ کا $\frac{۱}{۲} = \frac{۸۱}{۴} = ۲۰\frac{۱}{۴}$

پس مثلث کا رقبہ $۲۰\frac{۱}{۴}$ مربع فیٹ ہے

(۲) مثلث کا قاعدہ ۴۵ فیٹ اور ارتفاع ۳۶ فیٹ ہی

۳۶ کا نصف ۱۸ ہی ۴۵ × ۱۸ = ۸۱۰ پس رقبہ ۸۱۰ مربع فیٹ ہی

(۱۵۱) اگر ہمکو مثلث کا رقبہ اور اوسکی دو امتداد مین سے ایک امتداد یعنے قاعدہ اور ارتفاع مین سے ایک معلوم ہو تو دوسرا دریافت ہوسکتا ہی اسواسطے کہ اگر رقبہ کے عدد کو دوچند کرین اور اوسکو ارتفاع کے عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت قاعدہ ہوگا اور اگر دوچند رقبہ کے عدد کو قاعدہ کے عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا

(۱۳۹) مثلث کے تین ضلعے معلوم ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ تینون ضلعون کے نصف مجموعہ مین سے ہر ایک ضلع کو جدا جدا تفریق کرو اور تینون باقیون اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپسمین ضرب دو حاصل ضرب کا جذر مثلث کا رقبہ ہوگا

(۱۴۰) مثالین

(۱) ایک مثلث کے اضلاع ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ ہین

۲ فیٹ ۲ انچ = ۲۶ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ = ۲۸ انچ

۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

۲۶ + ۲۸ + ۳۰ = ۸۴ اور ۸۴ کا $\frac{۱}{۲}$ = ۴۲

۴۲ - ۲۶ = ۱۶ اور ۴۲ - ۲۸ = ۱۴ اور ۴۲ - ۳۰ = ۱۲

۴۲ × ۱۶ × ۱۴ × ۱۲ = ۱۱۲۸۹۶ پس ۱۱۲۸۹۶ کا جذر ۳۳۶ ہے

پس رقبہ ۳۳۶ مربع انچ ہے

(۲) اضلاع مثلث کے ۲۴ و ۲۵ و ۲۶ فیٹ ہین

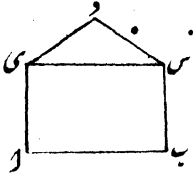
۲۴ + ۲۵ + ۲۶ = ۷۵ اور ۷۵ کا $\frac{1}{2}$ = ۳۷٫۵

۳۷٫۵ - ۲۴ = ۱۳٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۵ = ۱۲٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۶ = ۱۱٫۵

۳۷٫۵ × ۱۳٫۵ × ۱۲٫۵ × ۱۱٫۵ = ۷۲۷۷۳٫۴۳۷۵ اور

۷۲۷۷۳٫۴۳۷۵ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر تین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین تو ۲۶۹٫۷۶۶
حاصل ہونگے پس رقبہ ۲۶۹٫۷۶۶ مربع فیٹ کے قریب قریب ہے

(۱۴۱) اب ہم بعض مثالین مشق کے لئے حل کرتے ہین

(۱) ایک مدرسہ کی چھت سلامی کی بنی ہوئی ہے اوسکا عرض ۲۴ فیٹ ہے اور دیوارین اوسکی زمین سے
۳۰ فیٹ بلند ہین اور چھت کی لگر کا فاصلہ اولتی سے ۱۰ فیٹ ہے تو اوس مدرسہ کا رقبہ تبلاؤ

یہ شکل مستطیل اور مثلث سے مرکب ہے ا ب یا ی س
عرض ہے اور دیوارونکی بلندی یعنی ا ی یا ب س
۳۰ فیٹ ہے اور اولتی سے چھت کا عمودی فاصلہ
وہ عمود ہے جو نقطہ د سے ی س پر نکالا جا چھت کی سب سے بلند حصے کو لگر کہتے ہین اسلئے د لگر پر ہے
اور مثلث ی د س کو سلامی کی چھت کہتے ہین اور جہان چھت دیوار سے ملی ہے اوسے اولتی کہتے ہین
اب یہان مستطیل ا ب س ی کا رقبہ ۲۴ × ۳۰ مربع فیٹ یعنے ۷۲۰ مربع فیٹ ہین اور مثلث کا
رقبہ ۲۴ × ۵ مربع فیٹ یعنی ۱۲۰ مربع فیٹ ہے پس کل رقبہ ۸۴۰ مربع فیٹ ہے

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر یک ضلع ایک فٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

نصف مجموعہ اضلاع = $\frac{3}{2}$ اور $\frac{3}{2}$ - ۱ = $\frac{1}{2}$

$\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$ اسواسطے رقبہ مین تعداد مربع فٹون کی $\frac{3}{16}$ کا جذر ہے یعنے ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$

ہم اس نتیجہ کو اس طرح بھی حاصل کرسکتے ہین کہ دفعہ ۶۵ مین ثابت ہوا ہے کہ مثلث کا ارتفاع نصف جذر ۳ کا ہے اسواسطے بموجب دفعہ ۱۴۹ کے رقبہ مثلث کا ۳ کی جذر کے ایک چوتھائی ہے پس رقبہ تخمیناً ۴۳۳ء مربع فیٹ ہے اور سات مرتبہ کی اعشاریہ تک ۴۳۳۰۱۲۷ء مربع فیٹ رقبہ ہوگا +

(۳) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۵ فیٹ ہین جو عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالین اوسکا طول دریافت کرو اور وتر کے دو حصے جو اس عمود سے ہون اونکا بھی طول دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۴۹ کے مثلث کا رقبہ ۶۰ مربع فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۵۵ کے وتر کا طول ۱۷ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۱۵۱ کے عمود $\frac{120}{17}$ فیٹ یعنی $7\frac{1}{17}$ فیٹ ہے

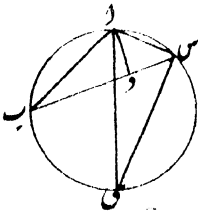
بموجب دفعہ ۸۰ کے عمود سے جو دو حصے ہونگے اونمین سے چھوٹا حصہ

$8\times8-\frac{120}{17}\times\frac{120}{17}$ کا جذر یعنے $64-\frac{14400}{289}$ کا جذر یعنے

$\frac{4096}{289}$ کا جذر یعنے $\frac{64}{17}$ اسیواسطے دوسرا حصہ $17-\frac{64}{17}$ یعنے $\frac{225}{17}$ ہے

(۴) مثلث کے اضلاع معلوم ہین جو دائرہ اوس مثلث پر بنایا جائے اوسکا قطر دریافت کرو

جو تحقیقات اب ہم لکھتے ہین اوس سے ایک عمدہ نتیجہ نکلتا ہے اور یہہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ مسائل ہندسیہ کی تصدیق اور توضیح کس کس طرح سے ہوتی ہے

فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور ا ی اوس دائرہ کا قطر ہے جو مثلث ا ب س پر بنایا جائے اور قاعدہ ب س پر ا د عمود ہے ملاؤ س ی

بموجب دفعہ ۳۴۳ کے زاویہ ا س ی قائمہ ہے پس اسلئے وہ زاویہ ا د ب کی برابر ہے اور

بموجب دفعہ ۴۴ کے زاویہ ا ی س برابر ہے زاویہ ا ب د کے اسیواسطے بموجب دفعہ ۲۳ کے ب ا د برابر ہوا زاویہ ی ا س کے

اسیواسطے بموجب دفعہ ۴۴ کے مثلث ا ب د اور ا ی س متشابہ ہین پس ا ب کو ا د سے وہ نسبت ہے جو ا ی کو ہے ا س سے اور اسیواسطے ا ب × ا س = ا د × ا ی

پس ا ی = ا ب × ا س / ا د = ا ب × ا س × ب س / ا د × ب س

پس اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ مثلث کر اوپر جو دائرہ بنایا جائے اوسکا قطر برابر ہے اوس خارج قسمت کے جو تینون اضلاع کے حاصل ضرب کو مثلث کے دوچند رقبہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے

مثلاً فرض کرو کہ اضلاع مثلث کے ۲۶ انچ اور ۲۸ انچ اور ۳۰ انچ ہین تو بموجب دفعہ ۵۲ اسکے ۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہے پس دائرہ کا قطر جو مثلث کے گرد بنے انچون مین

= ۳۰ × ۲۸ × ۲۶ / ۲ × ۳۳۶ = ۶۵/۲ = ۳۲ ½

تیرہوین فصل کی مثالین

مثلثون کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۱۸ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ ہے

(۲) قاعدہ ۸ گز ۱ فٹ ارتفاع ۵ گز ۲ فیٹ ہے

(۳) قاعدہ ۱۰ گز ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ ہے

(۴) قاعدہ ۱۴ جریب ۵ کڑی ارتفاع ۱۲ جریب ۲۴ کڑی ہین

قائم الزاویہ مثلثون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ دریافت کرو

(۵) وتر ۴۲۱ اور ضلع ۲۹ ہے

(۶) وتر ۳۰۷ اور ضلع ۱۵۲ ہے

قائم الزاویہ مثلثون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ تقریباً دریافت کرو

(۷) وتر ۱۰ اور ضلع ۷ ہے

(۸) وتر ۱۳ ضلع ۹ ہے

مثلثون کے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۹) ۵ و ۵ و ۶ (۱۰) ۶۵ و ۶۵ و ۱۱۲

(۱۱) ۸۵ اور ۸۵ و ۱۵۴ (۱۲) ۳۷۳ و ۳۷۳ و ۵۰۴

(۱۳) ۷۷ و ۷۵ و ۶۸ (۱۴) ۲۰ و ۴۹۳ و ۵۰۷

(۱۵) ۱۰۵ و ۱۱۶ و ۱۴۳ (۱۶) ۱۱۱ و ۱۷۵ و ۱۷۶

(۱۷) ۴۲ و ۸۷۵ و ۸۸۸ (۱۸) ۳۱۹ و ۴۴۴ و ۴۵۵

(۱۹) ۵۳۳ و ۸۷۵ و ۸۸۸ (۲۰) ۳۵۰۱ و ۳۶۰۴ و ۳۶۰۵

(۳) مثلثون کے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۱) ۲ و ۳ و ۴ (۲۲) ۶ و ۷ و ۹

(۲۳) ۷ و ۸ و ۱۳ (۲۴) ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

(۲۵) ۲۳ و ۳۳ و ۴۰ (۲۶) ۱۷ و ۳۶ و ۷۳

(۲۷) اضلاع مثلث ۱۱ و ۲۴ و ۳۱ ہین تو ثابت کرو کہ رقبہ اوس کا ۶۶ √۳ ہے

(۲۸) مثلث کے اضلاع ۶۱ و ۶۲ و ۶۳ ہین ثابت کرو کہ رقبہ ۷۴۴ √۵ ہے

(۲۹) مثلث کے اضلاع ۶۸ و ۷۵ و ۷۷ ہین بڑے ضلع کا متوازی ایک خط مثلث کو کاٹتا ہوا کھینچا گیا ہے اور باقی ضلعون کو برابر حصون مین تقسیم کرتا ہے تو رقبہ مثلث کے دونو حصونکا جنمین وہ تقسیم ہوتا ہے دریافت کرو

(۳۰) مثلث کے اضلاع ۱۱۱ اور ۱۷۵ اور ۱۷۶ ہین بڑے ضلع کے متوازی دو خط مثلث کو کاٹتے ہوئے کھینچے گئے ہین اور باقی ضلعون مین سے ہر ایک ضلع کو تین برابر حصون مین تقسیم کرتی ہین تو مثلث جو تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مثلث کے اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہین مقابل کے زاویہ سے جو ۱۴ فیٹ کے ضلع پر

عمود نکلے گا اوسکو دریافت کرو +

(۳۲) مثلث کے اضلاع ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ فیٹ ہین تو ۲۵ فیٹ کے ضلع پر مقابل کے زاویہ سے عمود نکالا جائے اوسے دریافت کرو اور مثلث جو اس عمود سے دو حصون مین تقسیم ہوا ونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر ایک نقطہ ایک ضلع کے دونو انجاموں سے ۶۰ فیٹ اور ۸۰ فیٹ کے فاصلہ پر کیا گیا ہے تو اون چارون مثلثون کا رقبہ دریافت کرو جو اس نقطہ سے مربع کے کونون مین ملانے سے پیدا ہون +

(۳۴) ا ب س ایک مثلث ہی اور ا د عمود نقطہ ا سے ب س پر نکلا ہی اگر ا د = ۱۳ فیٹ اور عمود جو نقطہ د سے ا ب اور ا س پر نکالین ۵ فیٹ اور ۴۶۱۰ فیٹ ہون تو مثلث کے ضلعے اور اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۵) ایک تین کون کھیت کا قاعدہ ۱۱۶۶ گز کی ہی اور ارتفاع ۸ ۳۰۷ گز کی اور وہ کھیت ۲۴ روپیہ کو فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکر کیا قیمت کھیت کی ہے +

(۳۶) ایک مثلثی کھیت کے اضلاع ۳۵۰ اور ۴۴۰ اور ۵۰۷ گز ہین اور ۲۶۲ روپیہ کو وہ کھیت فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکر کیا قیمت کھیت کی ہے +

(۳۷) ایک مثلث کے ضلع ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین اوسکا رقبہ انچ مربع تک صحیح صحیح دریافت کرو

(۳۸) ایک کھیت مثلث قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اوسکے ضلعے جو زاویہ قائمہ کے محیط ہین ۱۰۰ گز اور ۲۰۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔ اگر زاویہ قائمہ سے عمود مقابل کے ضلع پر نکال کر مثلث کو دو حصون مین تقسیم کرین تو ہر ایک مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۳۹) ایک مثلث کی اضلاع مین وہ نسبت ہی جو اعداد ۵ و ۱۲ و ۱۳ مین اور مجموعہ اضلاع ۵۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۴۰) اضلاع مثلث مین وہ نسبت ہین جو اعداد ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ مین اور مجموعہ اضلاع ۷۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو +

(۴۱) ارو پائی گز کے حساب سے سفیدی کرائی ایک گھر کی چھت کی دریافت کرو اور یہہ چھت

سلائی کی بنی ہوئی ہے اوسکا عرض ۲۰ فیٹ ہے اور زمین سے ۳۴ فیٹ بلند اولتی ہے اورچھت کا ارتفاع عمودی اولتی سے ۱۲ فیٹ ہے

قطر اون دائرونکے دریافت کرو جو ان مثلثون پر بنائی جائین جنکی ضلعے بتفصیل ذیل ہین

(۴۲) ۳۹۳ و ۲۸۵ و ۶۸

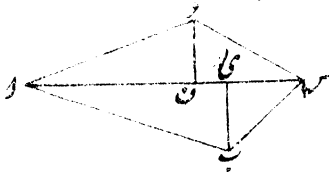
(۴۳) ۱۳۶ و ۱۲۵ و ۹۹

(۴۴) ۱۲۳ و ۱۲۲ و ۴۹ (۴۵) ۲۴۴ و ۲۴۴ و ۱۱۱

چودہوین فصل ذوارلعبۃ الاضلاع کے بیان مین

(۵۰) وتر کھینچنے سے ہر ذوارلعبۃ الاضلاع دو مثلثون مین تقسیم ہوسکتی ہے اور ہر مثلث کا رقبہ دریافت ہوسکتا ہے اسلیے ان دونو مثلثون کے رقبونکا مجموعہ ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ ہوگا

(۱۵۶) مثالین

(۱) ذوارلعبۃ الاضلاع ا ب س د کا وتر ا س ۱۲ فیٹ ہے اور عمود ب ی ۳ فیٹ اور عمود د ق ۴ فیٹ ہے

رقبہ مثلث ا س ب $= \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$

رقبہ مثلث ا س د $= \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$

$18 + 24 = 42$

پس ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ ۴۲ مربع فیٹ ہے

(۲) ذوارلعبۃ الاضلاع کا وتر ۸۸ گز ہے اور دو مقابل کے ضلعون وتر پر نکالے گئے ۳۰ گز اور ۲۵ گز ہین رقبہ دریافت کرو

$\frac{1}{2} \times 88 \times 30 = 1320$ اور $\frac{1}{2} \times 88 \times 25 = 1100$

$1320 + 1100 = 2420$

پس ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۴۲۰ مربع گز ہے یعنے نصف ایکر

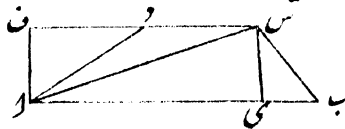
(۱۵۷) دفعہ گذشتہ کی مثالونمین اور اوسی قبیل کی اور مثالون مین ظاہر ہے کہ بجائے اسکے کہ رقبہ کا جدا جدا حساب لگائین ہم اس قاعدہ کو کام مین لا سکتے ہین کہ عمودون کے مجموعہ کو وتر مین ضرب دین اور حاصل کا نصف ۱/۲ لین

دفعہ ۱۵۶ کی اول مثال مین عمودون کا مجموعہ ۷ فیٹ ہے اسیواسطے رقبہ مربع فٹون مین $\frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۷ = ۴۲$ اور دوسری مثال مین عمودون کا مجموعہ ۵۵ ہے اور اسیواسطے رقبہ مربع گزون مین $= \frac{1}{2} \times ۸۸ \times ۵۵ = ۲۴۲۰$

(۱۵۸) خاص صورتون مین جنمین وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین رقبہ دریافت کرنیکا یہ قاعدہ ہے کہ وترون کے حاصل ضرب کا نصف ۱/۲ لو شکل کہینچنے سے یہ قاعدہ بدیہی معلوم ہوتا ہے فرض کرو کہ ا ب س د ایسے ذو اربعۃ الاضلاع ہے جسکے وتر ا س اور د ب ایک دوسرے کو قائمہ زاویون پر قطع کرتے ہین اور ی نقطہ تقاطع ہے نقطہ ا اور س سے ب د کے متوازی خطوط مستقیم اور نقطہ ب اور د سے ا س کے متوازی خطوط مستقیم بنالو

اب قائم الزاویہ ک ل م ن بن گیا - یہ بات آسانی سے سمجھہ مین آتی ہے کہ مثلث ا ی ب برابر ہے مثلث ب ک ا کے اور مثلث س ی د برابر ہے مثلث د م س کے اور مثلث ب ی س برابر ہے مثلث س ب ل کے اور مثلث د ی ا برابر ہے مثلث ا ن د پس ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د قائم الزاویہ ک ل م ن کا نصف ہے اور اسیواسطے ذو اربعۃ الاضلاع ا س اور ب د کا نصف حاصل ضرب ہے

(۱۵۹) معین کے قطر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اسلئے قاعدہ مذکورہ بالا معین سے متعلق ہوسکتا ہے

(۱۶۰) اکثر ذو زنقہ کے رقبہ دریافت کرنے کے واسطے خاص قاعدہ کا بیان کیا کرتے ہین

فرض کرو کہ ا ب س د ذو اربعۃ الاضلاع ہے جسکے ضلعے ا ب اور س د متوازی ہین نقطہ س سے

س ی عمود ا ب پر اور د سے ا ف عمود س د پر نکالو تو

رقبہ مثلث ا ب س = ½ ا ب × س ی

رقبہ مثلث ا د س = ½ س د × ا ف

اب ہم اس بات کو مان لیتے ہین کہ ا ف = س ی اسواسطے ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ برابر ہے حاصل ضرب س ی اور نصف مجموعہ ا ب اور س د کے اسواسطے قاعدہ ذیل اس سے مستنبط ہوتا ہے +

(۱۶۱) رقبہ ذوزنقہ کا دریافت کرو

قاعدہ۔ دونو متوازی ضلعون کے درمیان جو عمودی فاصلہ ہو اوسکو دونو متوازی الاضلاع کے مجموعہ مین ضرب دو حاصل ضرب کا ½ ذوزنقہ کا رقبہ ہوگا +

(۱۶۲) مثالین

(۱) ایک ذوزنقہ کی متوازی ضلعے ۲ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۴ انچ اور اونکے درمیان عمودی فاصلہ ۱ فٹ ۸ انچ ہے

۲ فیٹ ۶ انچ = ۲ ½ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ = ۳ ⅓ فیٹ

۱ فٹ ۸ انچ = ۱ ⅔ فیٹ اور ۲ ½ + ۳ ⅓ = ۵ ⅚

½ × ۵ ⅚ × ۱ ⅔ = ½ × ۳۵/۶ × ۵/۳ = ۱۷۵/۳۶ = ۴ ۳۱/۳۶

پس ذوزنقہ کا رقبہ ۴ ۳۱/۳۶ مربع فیٹ ہے

(۲) ذوزنقہ کے متوازی ضلعے ۴،۳۲ فیٹ اور ۵،۴۸ فیٹ ہین اور فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۲،۱۸ فیٹ ہے +

۴،۳۲ + ۵،۴۸ = ۹،۸ اور ۹،۸ کا ½ = ۴،۹

۲،۱۸ × ۴،۹ = ۱۰،۶۸۲

پس ذوزنقہ کا رقبہ ۱۰،۶۸۲ مربع فیٹ ہے

(۱۶۳) ہم نے قاعدہ ذوزنقہ کے رقبہ دریافت کرنے کا نہایت سیدھا سادہ دفعہ ۱۶۰ مین قائم کیا ہے مگر ایک اور عمل دلچسپ اور عمدہ ہے اوسکا بھی ذکر کرتے ہین +

فرض کرو کہ ا ب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہے جسکے اضلاع د س اور ا ب متوازی ہین ب س کے نقطہ وسط ح سے خط مستقیم ہ ح ک متوازی ا د کا نکالو جو اضلاع متوازیہ سے نقاط ک اور ہ پر ملے

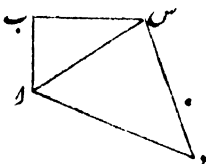
تو مثلث ب ح ہ اور س ح ک برابر ہین اسلئے ذو زنقہ ا ب س د برابر متوازی الاضلاع ا ہ ک د کے

اور چونکہ ہ ب برابر ہے س ک کے اس سے ثابت ہوتا ہے کہ ا ہ نصف مجموعہ ا ب اور س د کا ہے

پس ذو زنقہ برابر متوازی الاضلاع کے ہے جسکا قاعدہ برابر نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کے ہے اور اوسکا ارتفاع برابر اونکے درمیانی عمودی فاصلہ کے ہے اس سے قاعدہ دفعہ ۱۶۱ کا ثابت ہوتا ہے

نقطہ ح سے ایک خط مستقیم متوازی ا ب کا ا د سے نقطہ ل پر ملتا ہوا کھینچو تو ا د کا نقطہ وسط ل ہے

اور ل ح = ا ہ پس نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کا برابر اوس خط مستقیم کے ہے جو باقی اضلاع کے نقاط وسط مین ملائین

(۱۶۴) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) ا ب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہے

ا ب = ۳ فیٹ اور ب س = ۴ فیٹ

س د = ۶ فیٹ اور د ا = ۷ فیٹ

اور زاویہ ا ب س قائمہ ہے ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۵۵ کے ا س برابر ہے ۹ + ۱۶ کے جذر کے یعنی ۲۵ کے جذر کے پس ا س = ۵

مثلث ا ب س کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ۴ × ۳ = ۶

مثلث ا س د کا رقبہ موافق دفعہ ۱۵۲ کے اسطرح حاصل ہوتا ہے کہ

۵ + ۶ + ۷ = ۱۸ اور ۱۸ کا $\frac{1}{2}$ = ۹ اور ۹ − ۵ = ۴ اور ۹ − ۶ = ۳ اور ۹ − ۷ = ۲

۹ × ۴ × ۳ × ۲ = ۲۱۶

۲۱۶ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر تین مرتبۂ اعشاریہ کے جذر مین نکالین تو ہمکو ۱۴٫۶۹۷ حاصل ہونگے

پس ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۰۶۹۷ مربع فیٹ ہی

(۲) معین کے قطر ۸۰ اور ۶۰ فیٹ ہین اوراوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ضلع کا طول بہی اور ارتفاع بہی دریافت کرو

$\frac{1}{2} \times 80 \times 60 = 2400$ پس رقبہ ۲۴۰۰ مربع فیٹ ہے

معین کے قطر ایک دوسرے کو نقطۂ تقاطع پر نصف کرتے ہین پس ضلع کی طول دریافت کرنیواسطے اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر جسکے ضلعے ۴۰ اور ۳۰ فیٹ ہین دریافت کرو بموجب دفعہ ۵۵ کے

وتر ۲۵۰۰ کا جذر یعنی ۵۰ ہے پس ضلع ۵۰ فیٹ ہوا

$\frac{2400}{50} = 48$ پس معین کا ارتفاع ۴۸ فیٹ ہوا

چودہوین فصل کی مثالین

ذوار بعۃ الاضلاعون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۱) وتر ۸۰۵ فیٹ عمود ۱۲۱ اور ۲۹۴ فیٹ

(۲) وتر ۴۵ فیٹ عمود ۲۳ فیٹ ۵ انچ اور ۱۸ فیٹ ۳ انچ

(۳) وتر ۱ جریب ۴۹ کڑی عمد ۶ جریب ۲۷ کڑی اور ۹ جریب ۶ کڑی

(۴) وتر ۳ جریب ۱۷ کڑی عمد ۲ جریب ۱۵ کڑی اور ۱ جریب ۵۷ کڑی

(۵) وتر ۱۹ گز ۲ فیٹ مجموعہ عمودون کا ۱۴ گز ۱ فٹ

(۶) ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ ۳ ایکر ۱ رود ۱۶ پول اور ایک وتر ۲ جریب ۵ اون عمودون کا مجموعہ دریافت کرو جو مقابل کے زاویون سے وتر پر گرائے گئے

اشکال ذو زنقہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۷) متوازی الاضلاع ۳۰ فیٹ اور ۴۰ فیٹ ہین عمود کی فاصلہ ۱۸ فیٹ

(۸) اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۴ فیٹ ہے

(۹) اضلاع متوازیہ ۱۴ گز اور ۱۶ گز ہین عمودی فاصلہ ۱۲ گز

(۱۰) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۶۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۱۶۰ کڑی

(۱۱) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۱۲۲۵ کڑی اور عمودی فاصلہ ۲۴۰ کڑی

(۱۲) اضلاع متوازیہ ۷۵۰ کڑی اور ۱۲۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۵۴۰ کڑی

(۱۳) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۳۴ ⅛ ایکر ہے مجموعہ اضلاع متوازیہ ۲۴۲ گز ہے اونکے درمیان کا عمودی فاصلہ دریافت کرو

(۱۴) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۸ ایکر ۲ رود ۱۷ پول ہے اور اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۹۷ گز ہے فاصلہ عمودی اونکے درمیان دریافت کرو

(۱۵) ـ مثال مین ایک خط مستقیم اضلاع متوازیہ کا متوازی عین وسط مین کھنچا ہے تو ذوزنقہ جن دو حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ۹ مثال مین دو خطوط مستقیم متوازی اضلاع متوازیہ کی اسطرح کھینچے گئے ہین کہ باقی اضلاع کو تین برابر حصون مین تقسیم کرتے ہین ان خطوط سے ذوزنقہ جن تین حصون مین تقسیم ہوتا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) ذواربعۃ الاضلاع کے وتر ۲۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) ایک معین کے وتر ۸ گز اور ۱۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) ایک معین کے قطر ۴۶ گز اور ۳۹ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور ۴ ر فی گز مربع کے حساب سے اوسکے فرش بچھانے مین کیا صرف ہوگا

(۲۰) رقبہ ایک معین کا ۵۲۲۰۴ مربع فیٹ ہے اور ایک وتر ۲۴۸ فیٹ ہے دوسرا وتر دریافت کرو

(۲۱) ا ب س د ذواربعۃ الاضلاع مین ا ب = ۲۸ فیٹ اور ب س = ۴۵ فیٹ س د = ۵۱ فیٹ اور د ا = ۵۲ فیٹ اور وتر ا س = ۵۳ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۲) ا ب س د ذواربعۃ الاضلاع ہے ا ب = ۴۸ جریب اور ب س = ۲۰ جریب اور قطر ا س = ۵۲ جریب اور عمود نقطہ د سے ا س پر = ۳۰ جریب اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۳) ذواربعۃ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۴۷ و ۳۶ و ۳۰ و ۲۵ فیٹ ہین اور اول دو ضلعون کا

درمیان زاویہ قائمہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) ایک ذو اربعۃ الاضلاع کے اضلاع بالترتیب ۵ و ۵ و ۴ و ۳ فیٹ ہین اور ۱ و ۲ اضلاع کے درمیان زاویہ ۹۰° کا ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) ایک چبوترہ کہ دو مقابل کے ضلعے متوازی ہین اور دو ضلعے برابر ہین اور متوازی اضلاع ۸۰ اور ۲۵ فیٹ ہین اور مساوی ضلعون مین سے ہر یک ضلع ۱۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) اب س د ذو اربعۃ الاضلاع ہے اب = ۵۴۸ فیٹ اور ب س = ۲۱۳ فیٹ س د = ۱۸۰ فیٹ س د کا متوازی اب ہے اور زاویہ آ پر قائمہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۷) اب س د ذو اربعۃ الاضلاع کے اضلاع اب اور د س متوازی ہین اب = ۱۲۵ فیٹ اور س د = ۲۳ فیٹ اور اب اور د س کے درمیان عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ ہے اب مین نقطہ ی ایسا لیا کہ اوی برابر اب اور س د کے نصف فرق کے ہے مثلث ی ب س کا اور ذو اربعۃ الاضلاع ا ی س د کا رقبہ دریافت کرو +

(۲۸) ایک معین کے قطر ۸۰ اور ۲۳۴ فیٹ ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ایک ضلع کا طول اور ارتفاع بھی معلوم کرو +

(۲۹) معین کا رقبہ ۳۰۵۴۴۴ مربع فیٹ ہے اور ایک قطر ۲۷۰ فیٹ ہے دوسرا قطر دریافت کرو اور ضلع کا طول اور ارتفاع بھی معلوم کرو

(۳۰) دو متصل کے ضلعے ایک ذو اربعۃ الاضلاع کی ۲۸ فیٹ اور ۴۰ فیٹ ہین اور زاویہ درمیانی اونکا ۹۰° ہے اور باقی دو اور ضلعے اوسکے آپسمین برابر ہین اور زاویہ اونکے درمیان ۶۰° کا ہے تو ثابت کرو کہ رقبہ اس ذو اربعۃ الاضلاع کا مربع فٹون مین ۱۳۶۹۰۰۰+۸۰۲۵۶ ہے

پندرہوین فصل اشکال مستقیمۃ الاضلاع

(۱۶۵) کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ شکل کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو جنکا رقبہ دریافت کرنا آسان ہو اور ان حصونکے رقبونکو جمع کرو تو حاصل جمیع شکل کا رقبہ ہوگا۔

اکثر حصے تو شکل مستقیمۃ الاضلاع کے مثلثی ہوتے ہین لیکن بعض صورتون مین اونمین ایک مربع یا متوازی الاضلاع یا ذوزنقہ بہی ایک حصہ ہوتا ہے

(۱۶۶) مثالین

(۱) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہے ب ہ اور د ک عمود ا س پر ہین اور ی ل عمود ا د پر ہے اور فٹون مین یہہ طول معلوم ہین

ا س = ۱۰٫۴   ا د = ۸٫۷

ب ہ = ۴٫۸   د ک = ۶٫۵   ی ل = ۳٫۲

رقبہ مثلث ا ب س = ½ × ۱۰٫۴ × ۴٫۸ = ۲۴٫۹۶

رقبہ مثلث ا س د = ½ × ۱۰٫۴ × ۶٫۵ = ۳۳٫۸۰

رقبہ مثلث ا ی د = ½ × ۸٫۷ × ۳٫۲ = ۱۳٫۹۲

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ مین = ۲۴٫۹۶ + ۳۳٫۸ + ۱۳٫۹۲ = ۷۲٫۶۸

(۲) ا ب س د ی ف چہہ ضلعے کی شکل ہے اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود ا د پر ہین اور طول بہ تفصیل ذیل فٹون مین معلوم ہین

ب ک = ۳   س ل = ۴   ی م = ۴٫۷   ف ن = ۵٫۱

ا ک = ۳٫۴ اور ک ل = ۳٫۲ اور ل د = ۴٫۱ اور ا ن = ۳٫۳ اور م ن = ۵٫۳

ان طولون کے معلوم ہونے سے یہ دریافت ہوتا ہے کہ ا د = ۱۰٫۷ اور ا م = ۸٫۶

اس سے معلوم ہوا کہ م د = ۱۰٫۷ − ۸٫۶ = ۲٫۱

رقبہ مثلث ا ک ب = ½ × ۳٫۴ × ۳ = ۵٫۱

رقبہ ذوزنقہ ب ک ل س = ½ × ۷ × ۳٫۲ = ۱۱٫۲

رقبہ مثلث دل س = $\frac{1}{2}$ × ۴،۱ × ۴ = ۸،۲

رقبہ مثلث ان ف = $\frac{1}{2}$ × ۳،۳ × ۵،۱ = ۸،۴۱۵

رقبہ ذوزنقہ ف ن م ی = $\frac{1}{2}$ × ۹،۸ × ۵،۳ = ۲۵،۹۷

رقبہ مثلث ی م د = $\frac{1}{2}$ × ۲،۱ × ۴،۷ = ۴،۹۳۵

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹون مین

= ۵،۱ + ۱۱،۲ + ۸،۲ + ۸،۴۱۵ + ۲۵،۹۷ + ۴،۹۳۵ = ۶۳،۸۲

(۱۶۷) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) مسدس منتظم کا ضلع ایک فٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۹۹ کی شکل کی استعانت سے ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ مسدس منتظم چھ مثلث متساوی الاضلاعون مین تقسیم ہوسکتا ہے اور یہ اسطرح ہوسکتا ہے کہ نقطہ ی سے خطوط ا ی ب ی س ی د ی د ی ف ی تک کھیچین اب بموجب دفعہ ۱۵۴ کے ہر ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ مربع فیٹ مین ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$ ہے اسیواسطے مسدس کا رقبہ مربع فیٹ مین ۳ کی جذر کے $\frac{6}{4}$ ہے یعنی ۳ کے جذر کے $\frac{3}{2}$

(۲) ایک کثیر الاضلاع منتظم بارہ ضلع کے دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اوس کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۹۹ مین ثابت ہوا ہے کہ دائرہ کے اندر جو بارہ ضلعے کی کثیر الاضلاع منتظم بنائی جائے اوسکا ایک ضلع ا م ہے پس کثیر الاضلاع کا رقبہ مثلث د ا م کے رقبہ سے بارہ گنا ہے اور رقبہ مثلث د ا م = $\frac{1}{2}$ × د م × ا ل اب د م = ا فٹ اور ا ل = $\frac{1}{2}$ ا ف کے = $\frac{1}{2}$ فیٹ ہے

پس رقبہ مثلث د ا م = $\frac{1}{4}$ مربع فیٹ اسیواسطے کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{12}{4}$ مربع فیٹ = ۳ مربع فیٹ

پندرہوین فصل کی مثالین

(۱) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہے اور یہ طول اوسکے اندر معلوم ہین ا س = ۱۶،

۵ د = ۱۲ ا ب اور د ی سے جو عمود ا س پر نکالین ۴، ۸ اور ۶، ۴ علحدہ علحدہ ہین اور

یؔ سے عمود جو اؔدؔ پر نکالین وہ ۵ فیٹ ہے رقبہ دریافت کرو

(۲) ا ب س دی پانچ ضلعے کی شکل ہے ب کؔ اور س لؔ اور ی مؔ عمود اؔدؔ پر ہین اور اونکے یہ طول فٹون مین معلوم ہین ا د = ۳۴ء۱۵ اور ب ک = ۷ء۶ اور س ل = ۵ء۵ اور ی م = ۳ء۴ اور ا ک = ۷ء۲ و د ل = ۳ء۹ رقبہ دریافت کرو

(۳) ا ب س دی ف چھہ ضلعے کی شکل ہے اور ب ک اور س ل اور ی مؔ اور ف نؔ عمود اؔدؔ پر ہین اور یہ طول فٹون مین معلوم ہین ا د = ۱۸ء۴ اور ب ک = ۵ اور س ل = ۷ اور ی م = ۴ء۵ اور ف ن = ۴ اور ا ک = ۷ء۴ اور ا ن = ۱ء۴ اور د ل = ۳ء۵ اور د م = ۴ء۹ رقبہ دریافت کرو

(۴) شکل ا ب س دی ف کے چھون ضلعے آپسمین برابر ہین اور ا ب = ۵ء۸ اور ب ف = ۶ء۴ فیٹ اور اوسکا حصہ ب س یؔ فؔ قائم الزاویہ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو

(۵) ا ب س دی ف پانچ ضلعے کی شکل ہے اور زاویہ نقطہ یؔ پر قائمہ ہے اور یہ امتداد اوسکی معلوم ہین ا ب = ۱۴ اور ب س = ۷ اور س د = ۱۰ اور دی = ۱۲ اور ی ا = ۵ اور ا س = ۱۷ رقبہ دریافت کرو

(۶) مسدس منتظم کا ہر ایک ضلع ۲۰ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۷) دائرہ کا قطر ۱۰۰ فیٹ ہے اور اوسکے اندر مسدس منتظم بنایا گیا ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۸) ایک کھیت مسدس منتظم کی شکل کا ہے اوسکا ہر ایک ضلع ۱۰ جریب ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اوسکے اندر جو آٹھہ ضلع کی شکل منتظم بنائی جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ایک شکل منتظم ۱۲ ضلع کے ایک دائرہ کے اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو

سولھوین فصل دائرہ کے بیان مین

(۱۶۸) دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قطر کے مربع کو ۲۲/۷ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت جواب مین منظور ہو تو نصف قطر کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۱۶۹) مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے

مربع ۵ کا ۲۵ ہے اور ۲۵ × ۲۲/۷ = ۵۵۰/۷ = ۷۸ ۴/۷

پس دائرہ کا رقبہ ۷۸ ۴/۷ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۳ میل ہے

۳ کا مربع ۹ ہے اور ۹ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۸٫۲۷۴۴ پس دائرہ کا رقبہ تقریباً ۲۸٫۲۷۴۴ مربع میل ہے

(۱۷۰) نفس الامر مین جو دائرہ کا رقبہ ہوتا ہے اوس سے کچھ زیادہ رقبہ دونو قاعدون سے دریافت ہوتا ہے مگر دوسرا قاعدہ عملاً بہت ٹھیک ہے اور اگر بہت ہی صحت جواب مین منظور ہو تو عدد ۳٫۱۴۱۵۹۲۶ کی زیادہ مراتب اعشاریہ کے حسب ضرورت لے لو

(۱۷۱) دائرہ کا رقبہ معلوم ہے نصف قطر دریافت کرو

قاعدہ رقبہ کو ۲۲/۷ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر نکالو اور اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو رقبہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لو

(۱۷۲) مثالین

(۱) دائرہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے

۱۰۰ ÷ ۲۲/۷ = ۱۰۰ × ۷/۲۲ = ۷۰۰/۲۲ = ۳۱٫۸۱۸۱

اور اسکا جذر ۵٫۶۴ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۵٫۶۴ فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا رقبہ ایک ایکر ہے

ایک ایکر ۴۸۴۰ مربع گز ہے ۴۸۴۰ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱۵۴۰٫۶۱ ہوا اسکا جذر ۳۹٫۲۵ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۳۹٫۲۵ گز ہے

(۱۷۳) دو متحد المرکز دائرون کے درمیان جو حلقہ مدور ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ہر ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اور دائرہ بیرونی کے رقبہ مین سے دائرہ اندرونی کا رقبہ تفریق کر دیا نصف قطرون کے مجموعہ کو اونکے حاصل تفریق مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۲۲/۷ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۱۷۴) مثالین

(۱) دو دائرون کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین

دائرہ اندرونی کا رقبہ فٹون مین

= ۱۰ × ۱۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶

اور دائرہ بیرونی کا رقبہ =

۱۲ × ۱۲ × ۳٫۱۴۱۶ = ۴۵۲٫۳۹۰۴

۴۵۲٫۳۹۰۴ − ۳۱۴٫۱۶ = ۱۳۸٫۲۳۰۴

حلقہ کا رقبہ ۱۳۸٫۲۳۰۴ مربع فیٹ ہے

یا اسطرح کہ ۱۲ + ۱۰ = ۲۲ اور ۱۲ − ۱۰ = ۲

۲۲ × ۲ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۳۸٫۲۳۰۴

(۲) دو دائرون کے نصف قطر ۳ گز اور ۵ فیٹ ہین

۳ گز = ۹ فیٹ　　۹ + ۵ = ۱۴　　۹ − ۵ = ۴

۱۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۷۵٫۹۲۹۶

پس حلقہ کا رقبہ ۱۷۵٫۹۲۹۶ مربع فیٹ ہے

(۱۷۵) اگر ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے اندر بالکل واقع ہو تو دفعہ ۱۷۳ کے قاعدہ سے رقبہ اوس سطح کا معلوم ہو جائیگا جو دائرون کے محیطون کے درمیان واقع ہو خواہ دائرے متحد المرکز نہ ہون

(۱۷۶) دفعہ ۱۷۰ کے قاعدہ پر مبتدی طالب علمون کو توجہ گو سب وقت نہ سہی مگر اکثر وقت کرنی چاہیئے

علاوہ برین اور قاعدی بہی دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکے اس قاعدہ کے برابر مین مگر وہ عملاً زیادہ بکار آمد نہین اونمین سے تین لکھدیتے ہین +

نصف قطر کو محیط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو نصف کرلو

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴ء مین ضرب دو

محیط کے مربع کو ۳۱۴۱۶ء ×۴ پر تقسیم کرلو

یا محیط کے مربع کو ۰۷۹۵۸ء مین ضرب دو

(۱۷۷) جو طریقہ ہم نے اس کتاب مین وجوہات قاعدہ کی لکہنے کا اختیار کیا ہی اوسکے واسطے دفعہ گذشتہ مین جو قاعدی بیان ہوئے ہین اونمین اول قاعدہ نہایت دلچسپ ہے۔ اس قاعدے سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ دائرہ کا رقبہ اوس مثلث کی رقبہ کے برابر ہوتا ہی جسکا قاعدہ محیط کے برابر ہو اور جسکا ارتفاع نصف قطر کے برابر ہو اگر ثبوت کامل اس دعوی کا لکھین تو وہ مبتدی کی استعداد سی پرے ہوگا مگر اون اصول کا ہم ذکر کرتے ہین جس سے قاعدہ کا مفہوم ذہن مین آجائے +

فرض کرو کہ ہم ایک دائرہ مین کثیر الاضلاع ایسی بنائین جسکے اضلاع کی تعداد حد سے زیادہ ہو تو یہ تین باتین بدیہی معلوم ہونگی اول اس کثیر الاضلاع اور دائرہ کے رقبو نمین تفاوت نہایت کم ہوگا۔ دوم کثیر الاضلاع کے مجموعہ اضلاع اور محیط دائرہ مین بہت کم تفاوت ہوگا۔ سوم جو مرکز سے عمود کثیر الاضلاع کے کسی ضلع پر نکالین اس عمود اور نصف قطر کے درمیان فرق نہایت کم ہوگا۔ دائرہ کے مرکز اور کثیر الاضلاع کے کونو نمین خطوط وصل کرنیسے کثیر الاضلاع برابر مثلثو نمین تقسیم ہوجائینگے اور ان سب مثلثونکا رقبہ ملکر برابر ہوگا اوس مثلث کے رقبہ کے جسکا قاعدہ برابر مجموعہ اضلاع شکل کثیر الاضلاع کے ہو اور جسکا ارتفاع برابر اوس عمود کے ہو جو مرکز سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع پر واقع ہو پس اس سے ہمارے دعوی کا ثابت ہونا ظاہر ہوگیا +

دائرہ کے اندر جو کثیر الاضلاع منتظم بہت سے ضلعون کی کہینچی جائین اونکی نسبت ہم نے تین باتین بیان کی ہین اونکی توضیح کیواسطے بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا حال لکھتے ہین دفعات ۹۹ اور ۱۶۷ دیکہو

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی تو عمود جو مرکز دائرہ سی کسی ایک ضلع پر نکالین اوسکا طول ۸۶۶ء فٹ ہی اور کثیر الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۱۲ × ۵۱۷۶۴ء فیٹ یعنی ۶ء۲۱۱۰ کے قریب قریب ہی اور دائرہ کا محیط ۶ء۲۸۳۲ فیٹ کے قریب قریب اور کثیر الاضلاع کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور دائرہ کا رقبہ ۳ء۱۴۱۶ مربع فیٹ ہی

۱۷ سترھوین فصل۔ اس مثال سے ظاہر ہوتا ہی کہ دائرہ کے اندر جسکا نصف قطر ایک فٹ ہی چوبیس ضلع کی شکل جو بنی ہوئی ہی اوسکا رقبہ ۳ء۱۰۵۸ مربع فیٹ ہی ان نتیجون کے دیکھنے سی ہمکو صاف معلوم ہوتا ہی کہ اگر ہم دائرہ کے اندر بہت سے ضلعونکی کثیر الاضلاع منتظم بنائین تو جن چیزون کے مقابلہ کا تذکرہ ہم نے اوپر کیا ہے اونمین اسقدر کم تفاوت رہتا ہی کہ بالکل قابل لحاظ کے نہین ہوتا

(۱۷۸) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) ایک مدور چمن کا قطر ۷۰ فیٹ ہی اوسکے اندر گرداگرد ایک بجری کی سڑک گز بھر چوڑی بنی ہوئی ہی اوس سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔ سڑک کا کنارہ بیرونی محیط اوس دائرہ کا ہے جسکا نصف قطر ۳۵ فیٹ ہی اور اوسکا کنارہ اندرونی اوس دائرہ کا محیط ہے جسکا قطر ۳۲ فیٹ ہے

پس بموجب دفعہ ۱۷۳ کے بجری کی سڑک کا رقبہ

= ۶۷ × ۳ × ۳ء۱۴۱۶ = ۶۳۱ء۴۶۱۶

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے تو اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکا رقبہ اس دائرہ کے رقبہ کی تین چوتھائی ہے

دائرون کے رقبون کے دریافت کرنیکا جو قاعدہ بیان ہوا ہے اوس سے معلوم ہوتا ہے کہ دو دائرونکے رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہی جو اونکے نصف قطر کے مربعونمین اس سبب سے یہ تناسب حاصل ہوگا

$1 : \frac{3}{4} ::$ ۱۵ کے مربع کو : نصف قطر مطلوب کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع

$= \frac{3}{4} \times 15 \times 15 = 168.75$

اس عدد کا جذر نصف قطر مطلوب ہے جذر دو مرتبہ کی اعشاریہ تک نکالین تو ۱۲ء۹۹ حاصل ہونگے

پس نصف قطر مطلوب ۳ انچ کے برابر تقریبًا ہوگا

(۳) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲ انچ ہی تین دائرے متحد المرکز ایسے کھینچو کہ دائرہ چار برابر حصون مین تقسیم ہوجائے۔

یہ مثال درحقیقت ان تین مثالون کے حل کرنے کے برابر ہے جو ابھی اوپر بیان ہوئین دائرہ اندرونی کا رقبہ ایک چوتھائی دائرہ مفروضہ کا ہوگا پس اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے ہمکو دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۰۰ کا جذر حاصل ہوگا

اب سطح دائرہ اندرونی اور دائرہ ثانی کے درمیان بھی سطح دائرہ معلوم کے چوتھائی رقبہ کے برابر ہوگئے اسواسطے دائرہ ثانی دائرہ معلوم کا نصف ہی اس سے معلوم ہوا کہ موافق سابق کے عمل کرنے سے دوسرے دائرہ کا رقبہ برابر ۲۰۰ کی جذر کے ہوگا

اسیطرح سے معلوم ہوتا ہے کہ تیسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۰۰ کا جذر ہوگا

پس اس طرح سے تینون دائرون کے نصف قطر انچون مین ۱۰ اور ۱۴ء۱۴ اور ۱۷ء۳۲ دو مرتبہ کے اعشاریہ تک ہونگے۔

سولھوین فصل کی مثالین

دائرون کے نصف قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے مربع فٹون مین محیط دائرہ کو ۳ ۱/۷ گنا قطر سے فرض کرکے دریافت کرو

(۱) ۲۱ فیٹ (۲) ۱۶ گز ۲ فیٹ (۳) ایک فرلانگ

ان دائرون کے رقبے دریافت کرو جنکی نصف قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سے محیط ۳ء۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے

(۴) ۲۵ فیٹ (۵) ۲۹۹ فیٹ (۶) چوتھائی میل

ان دائرون کے قطر دریافت کرو جنکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور محیط دائرہ قطر سے ۳ ۱/۷ گنا فرض کرو

(۷) ۱۰۰ مربع فیٹ (۸) ایک روڈ (۹) ۵ ایکر ۳ روڈ ۸ پول

ان دائرون کے قطر دریافت کرو جنکے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سے محیط ۳٫۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے

(۱۰) ۵۰۰ مربع (۱۱) ۶ ایکر ۲ روڈ ۱۱ پول (۱۲) ایک مربع میل

سب آئندہ مثالون مین محیط قطر سے ۳٫۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے بشرطیکہ کہین کنایتہً یا صراحتہً اوسکے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو

(۱۳) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہے اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۶ فیٹ ہے اوس حلقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۴ گز ۲ فیٹ اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۸ گز ۲ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک دائرہ کا ۱۵٫۱۰ فیٹ نصف قطر ہے وہ بالکل دوسرے دائرہ کے اندر واقع ہے اور اوس دوسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۰٫۳۱۴ فیٹ ہے دائرون کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک حلقہ کی اندرونی حد ۱۴ انچ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے بیرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک حلقہ کی بیرونی حد کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہے اندرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۸) ایک دائرہ کا چہارم کی رقبہ ۲ مربع گز ہے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا محیط ۷۰۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا محیط نصف میل ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا رقبہ نصف ایکر ہے اوسکا محیط دریافت کرو

(۲۲) ایک دائرہ کا رقبہ اوس مستطیل کے رقبے کے برابر ہے جو ۴۰۰ فیٹ x ۲۵۰ فیٹ ہے دائرہ کا محیط دریافت کرو

(۲۳) دائرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ ہے دوسرا دائرہ اوسی نصف رقبہ مین ہے اسکا نصف قطر دریافت کرو

(۲۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے جس دائرہ کا رقبہ پانچوان حصہ اس دائرہ کا ہو اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۲۵) ایک دائرہ ہے اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے اور وہ دو متحد المرکز دائرون سے تین حصون مین تقسیم ہوتا ہے تو بتاؤ دائرونکی کیا نصف قطر رکھین کہ دائرہ تین برابر رقبہ کے حصونمین تقسیم ہو

(۲۶) ایک کمرہ ۳۵ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۴ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور اوسکی ایک ضلع پر کمانچہ نصف دائرہ کی شکل کا اور ۱۲ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہے تو کل کمرہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۷) اگر ۱۵ پونڈ کا داب ہر ایک انچ مربع پر ہو تو اوس دائرہ پر کیا داب ہوگا جسکا نصف قطر ۴ فیٹ ہے ہنڈریڈ ویٹ تک وزن دریافت کرو

(۲۸) ایک مدور صحن ۴۰ فیٹ قطر کا ہے اوسکے درست کرانے مین ۲ ر ۳ پائی فی مربع فٹ کے حساب سے کیا صرف ہوگا

(۲۹) ایک گول گھر کا اندرونی قطر ۸ فیٹ ۲ انچ ہے اور آثار دیوار کا ۲۲ انچ ہے تو بتاؤ دیوار کی بنیادین کتنی زمین گھیرتی ہین -

(۳۰) ایک گول گھر ۱۰۰ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہے اور اوسکے باہر کے کنارہ سے اندر کی طرف چارون طرف ۱۰ فیٹ چوڑا چبوترہ بنا ہوا ہے اگر ۴ ر فی فٹ اس چبوترہ کی بنوائی مین لگا ہو تو کل لاگت کیا لگی ہوگی

(۳۱) گھاس کا ایک گول قطعہ ہے اوسکا قطر ۴۰ گز ہے اور اوسکے کنارہ سے ایک گز دور ایک گز چوڑی بجری کی سڑک بنی ہوئی ہے تو ۴ ر فی گز کے حساب سے اس سڑک کی بنوائی مین کیا صرف ہوگا

(۳۲) ایک گول باغ کے گرد سڑک بنی ہوئی ہے اور اوسکا محیط بیرونی ۵۰۰ فیٹ اور محیط اندرونی ۴۴۰ فیٹ ہے سڑک کا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) جس مربع کا رقبہ برابر اوس دائرہ کی رقبہ کے ہو جسکا نصف قطر ۸ فیٹ ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۳۴) جس دائرہ کا رقبہ برابر اوس مربع کی رقبہ کے ہو جسکا ضلع ۸۰ فیٹ ہو اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۳۵) ایک مربع کا ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر ایک دائرہ بنایا گیا ہی جو مربع کی سب ضلعو نکو چہوتا ہی تو بتاؤ دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوگی اوسکا رقبہ کیا ہوگا

(۳۶) ایک مربع کا ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور اوسکے اوپر ایک دائرہ بنایا گیا ہی تو دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۲۰ اور ۳۴ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو مثلث کے وتر کو قطر بنا کر کہینچین

(۳۸) نصف دائرہ کا رقبہ ۴۵ مربع فیٹ ہی تو اوسکی کل احاطہ کا طول دریافت کرو

(۳۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور اوسمین ایک مثلث متساوی الاضلاع بنا ہوا ہے تو مثلث اور دائرہ کے درمیان جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو (دفعہ ۹۹ دیکہو)

(۴۰) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۳۰ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا قطر برابر اس مثلث کے وتر کے ہو

(۴۱) مستطیل ۸ فیٹ طول مین اور ۶ فیٹ عرض مین ہے تو بتاؤ اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا جسکا محیط برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو

(۴۲) مثلث کی اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہین تو اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا محیط اس مثلث کے مجموعہ اضلاع کے برابر ہو

اگر ایک دائرہ کا محیط وہی ہو جو مستطیل کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور اس دعوی کو ان مثالون مین ثابت کرو

(۴۳) مستطیل کا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۴۴) مستطیل کا طول عرض ۲۷ فیٹ ۱۲ فیٹ ہے

اگر دائرہ کا محیط وہی ہو جو مثلث کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور ان مثالون سے اس دعوی کو ثابت کرو

(۴۵) اضلاع مثلث ۹ و ۱۰ و ۱۷ فیٹ

(۴۶) اضلاع مثلث کی ۱۱ و ۱۶ و ۱۹ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ برابر مستطیل کے رقبہ کی ہو تو دائرہ کا محیط مستطیل کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہو گا ان مثالون مین اس دعوی کو ثابت کرو

(۴۷) مستطیل کا طول عرض ۱۵ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۴۸) مستطیل کا طول عرض ۲۴ اور ۲۱ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ اور مثلث کا رقبہ ایک ہی ہو تو دائرہ کا محیط مثلث کے مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہو گا اور اس دعوی کو ان مثالون مین ثابت کرو کہ

(۴۹) اضلاع مثلث ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین

(۵۰) اضلاع مثلث ۱۲ و ۱۵ و ۱۷ فیٹ ہین

(۵۱) ایک دائرہ کا محیط ۴ فیٹ ہی جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۲) ایک دائرہ کا محیط ۰ فیٹ ہی جو مربع اوسکے اندر بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

سترہوین فصل قطاع دائرہ اور قطعہ دائرہ

(۱۷۹) قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ۳۶۰ درجہ کو قطاع کے زاویہ کے درجون سے وہ نسبت ہے گی جو دائرہ کے رقبہ کو ہر قطاع دائرہ کے رقبہ سے

(۱۸) مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۸۰ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۲۵ × ۲۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۹۶۳٫۵

۳۶۰ : ۸۰ :: ۱۹۶۳٫۵ : رقبہ مطلوب

$\frac{۱۹۶۳٫۵ \times ۸۰}{۳۶۰} = \frac{۱۹۶۳٫۵ \times ۸}{۳۶} = \frac{۱۹۶۳٫۵ \times ۲}{۹} = ۴۳۶٫۳۳$ مربع فیٹ

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور قطاع کا زاویہ ۷۵ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۱۲

۳۶۰ : ۷۵ :: ۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۱۲ : رقبہ مطلوب

$$\frac{۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۱۲ × ۷۵}{۳۶۰} = \frac{۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ × ۷۵}{۳۰} = ۳٫۱۴۱۶ × ۳۰ = ۹۴٫۲۴۸$$

پس قطاع کا رقبہ ۹۴٫۲۴۸ مربع فیٹ ہے

(۱۸۱) یہ ایک اور قاعدہ قطاع دائرہ کے رقبہ دریافت کرنے کا ہے کہ قوس کو نصف قطر میں ضرب دو اور حاصل ضرب کا نصف کرلو

تصدیق اس قاعدہ کی دفعہ ۱۷۷ کے بیان سے ہوتی ہے

(۱۸۲) مثالیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور قطاع کے قوس برابر نصف قطر کے ہے

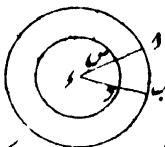
$\frac{1}{2} × ۴ × ۴ = ۸$ پس قطاع کا رقبہ ۸ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے اور قطاع کی قوس ا فٹ ۵ انچ ہے

$\frac{1}{2} × ۳۰ × ۱۷ = ۲۵۵$ پس قطاع کا رقبہ ۲۵۵ مربع انچ ہے

(۱۸۳) فرض کرو کہ ہم کو اوس شکل کا رقبہ دریافت کرنا ہے جو دو قطاع دائرہ کی درمیان واقع ہو اور ان قطاع کا زاویہ مشترک ہو۔ فرض کرو کہ د ا ب ایک قطاع ہو اور د س ت دوسرا قطاع ہو پس شکل ا ب د س کا رقبہ دریافت کرنا منظور ہے ہر قطاع کے رقبہ کا حساب کرکے بڑے قطاع کے رقبہ میں سے چھوٹے قطاع کا رقبہ تفریق کرو

یا اسطرح حساب کرو کہ جن دو دائروں کی قوسین ا ب اور س ت ہیں اونکے درمیان کے کل حلقہ کا رقبہ دریافت کرو اور پھر اس تناسب کو بناؤ کہ ۳۶۰ کو زاویہ د کے درجوں سے وہ نسبت ہے جو کل حلقہ کے رقبہ کو ہے رقبہ مطلوب سے

یا اس قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ قوسوں کے مجموعہ کو نصف قطروں کے فرق میں ضرب دو اور

حاصل ضرب کو نصف کر لو

(۱۸۴) مثالین

(۱) نصف قطر ۱۵ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اور قوسین ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین ۔

بموجب دفعہ ۱۸۱ کے بڑے قطاع کا رقبہ فٹ مربعون مین = ½ × ۱۵ × ۶ = ۴۵

اور چھوٹے قطاع کا رقبہ فٹ مربعون مین = ½ × ۱۰ × ۴ = ۲۰ پس قبہ مطلوب فٹ مربعون

مین = ۴۵ − ۲۰ = ۲۵

یا دفعہ گذشتہ کے قاعدہ کو استعمال مین لاؤ کہ مجموعہ قوسون کا = ۱۰ فیٹ اور نصف قطرون کا

فرق = ۵ فیٹ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعون مین = ½ × ۱۰ × ۵ = ۲۵

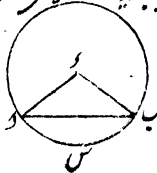
(۲) نصف قطر ۷ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین اور زاویہ ۴۵ درجہ ہے دفعہ گذشتہ کے دوسرے

قاعدہ کو استعمال مین لاتے ہین

بموجب دفعہ ۱۷۳ کے کل حلقہ کا رقبہ مربع فٹ مین ۱۲ × ۲ × ۳٫۱۴۱۶ ہے یعنی ۷۵٫۳۹۸۴

پس ۳۶۰ : ۴۵ :: ۷۵٫۳۹۸۴ : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ مین = $\frac{۷۵٫۳۹۸۴}{۸}$ = ۹٫۴۲۴۸

(۱۸۵) دائرہ کا وتر ا ب ہے اور یہ وتر قطر نہین ہے اور دائرہ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرتا ہے کہ ایک نصف دائرہ سے بڑا ہے اور دوسرا نصف دائرہ سے چھوٹا ہے جب ہمکو رقبہ چھوٹے قطعہ کا معلوم ہو جائیگا تو اوسکو دائرہ کے رقبہ مین سے تفریق کر کے بڑے قطعہ کا رقبہ دریافت کر سکتے ہین اسلئے دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکے لئے قاعدہ بیان کرتے ہین

فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز د ہے تو اب ظاہر ہے کہ قطعہ

ا ب س برابر ہے قطاع د ا س ب اور مثلث د ا ب کے تفاوت کے

پس اسی قاعدہ ذیل استخراج ہوا

(۱۸۶) نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ اوس قطاع کا رقبہ دریافت کرو جسکی قوس وہی ہو جو قطعہ کی ہے اور وتر اور نصف

قطر دین سے جو مثلث بنتا ہی اوسکا رقبہ معلوم کرو اور اس پہلے رقبہ مین سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو

(۱۸۷) مثالین

(۱) نصف قطر دائرہ کا ۱۰ انچ ہے اور زاویہ قطاع کا ۶۰ درجہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

رقبہ دائرہ کا مربع انچ مین = ۱۰ × ۱۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶ بموجب دفعہ ۱۷۹ اسکے

رقبہ قطاع کا مربع انچون مین = $\frac{۳۱۴٫۱۶}{۶}$ = ۵۲٫۳۶ اور مثلث اس صورت مین متساوی الاضلاع

ہے اور بموجب دفعہ ۱۴۲ اسکے اوسکا رقبہ مربع انچ مین ۱۵ × ۵ × ۵ × ۵ کا جذر ہے یعنی

۴۳٫۳۰ کے قریب قریب

پس قطعہ کا رقبہ مربع انچ مین

= ۵۲٫۳۶ − ۴۳٫۳۰ = ۹٫۰۶

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ہی اور زاویہ قطاع قائمہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

دائرہ کا رقبہ مربع فٹ مین = ۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶

اسیواسطے قطاع کا رقبہ = ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۲٫۵۶۶۴

پس مثلث کا رقبہ مربع فٹ مین = $\frac{۱}{۲}$ × ۴ × ۴ = ۸٫۰۰

پس قطعہ کا رقبہ مربع فٹون مین = ۴٫۵۶۶۴

(۱۸۸) دفعہ گذشتہ کی مثالون مین ہم مثلثون کا رقبہ دریافت کرسکتے تہے اور پہر اوسے استخراج قطعات کے رقبہ کا کرسکتے تہے۔ لیکن صرف دائرہ کا نصف قطر اور زاویہ جب ہمکو معلوم ہو تو دفعہ گذشتہ کی ترکیب کے موافق ہم مثلث کا رقبہ نہین دریافت کرسکتے مگر علم مثلث کی استعانت سے ہم رقبہ دریافت کرسکتے ہین

(۱۸۹) قطعہ دائرہ کا وتر اور ارتفاع معلوم ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع کی ایک چوتہائی کو ارتفاع کے مربع کے دو پانچوین حصہ پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کے جذر کو ارتفاع کی چار تہائی مین ضرب دو

یہ قاعدہ بالکل درست نہین ہے اوس سے قطعہ معلوم کا رقبہ جتنا نفس الامر مین ہونا چاہیے اوس سے زیادہ نکلتا ہے لیکن اسمین غلطی نہایت خفیف واقع ہوتی ہے بشرطیکہ زاویہ قطاع جو مطابق اوس قطعے کے بنایا جائے نہایت چھوٹا ہو اگر زاویہ ۶۰° کا ہو تو غلطی $\frac{۱}{۲۰۰۰}$ حصہ رقبہ سے کم واقع ہوتی ہے اور اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو $\frac{۱}{۴۰۰}$ حصہ رقبہ سے کم غلطی واقع ہوتی ہے

(۱۹۰) مثالین

(۱) وتر ۱۲ انچ ارتفاع ۱ انچ ہے

$\frac{۱}{۴}\times۱۲\times۱۲ = ۳۶$ اور $\frac{۲}{۵}\times۱\times۱ = \frac{۲}{۵}$

$۳۶+\frac{۲}{۵} = ۳۶٫۴$ اور اسکا جذر ۶٫۰۳۳۲ ہے

$\frac{۴}{۳}\times۱\times۶٫۰۳۳۲ = ۸٫۰۴۴۳$

پس قطعہ کا رقبہ ۸٫۰۴۴۳ مربع انچ ہے

(۲) وتر ۲۰ انچ اور ارتفاع ۱٫۴ انچ ہے

$\frac{۱}{۴}\times۲۰\times۲۰ = ۱۰۰$ و $\frac{۲}{۵}\times۱٫۴\times۱٫۴ = ۰٫۷۸۴$

۱۰۰٫۷۸۴ کا جذر = ۱۰٫۰۳۹۱

$\frac{۴}{۳}\times۱٫۴\times۱۰٫۰۳۹۱ = ۱۸٫۷۳۹۶۵$

پس رقبہ ۱۸٫۷۴ مربع انچ ہے

(۱۹۱) اگر قطعے کے مطابق زاویہ قطاع کا ایسا بڑا ہو کہ وہان اس قاعدہ کا برتاؤ غلطی عظیم سے خالی نہ ہو تو وہان قطعہ کو دو متشابہ قطعون اور ایک مثلث مین تقسیم کر لو اور پھر مثلث کا رقبہ ٹھیک قاعدہ سے دریافت کرو اور دفعہ ۱۸۹ کے موافق چھوٹی چھوٹی قطعات کا رقبہ دریافت کرو دفعہ ۸۰ کی شکل دیکھو جس مین قطعہ ا ر ب ی مثلث ا ب ی اور اون قطعات سے مرکب ہے جنکے وتر ا ی اور ی ب ہین

(۱۹۲) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطاع کا وتر ۱۴ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو

اس مثال کا حل بالکل صحیح صحیح نہین ہوسکتا مگر تقریبًا اور تخمیناً اوسکا حل ہوسکتا ہے بموجب دفعہ ۱۲۲ کے قوس کا طول ۱۴٫۱۸۹۵۱۴۱ انچ کے قریب ہے اور رقبہ قطاع مربع انچ مین

= ½ × ۲۵ × ۱۴٫۱۸۹۵۱۴۱ = ۱۷۷٫۳۶۸۹۲

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطعہ کا وتر ۱۴ انچ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

ابھی ہم نے قطاع کا رقبہ ۱۷۷٫۳۶۸۹۲ دریافت کیا ہے اور بموجب دفعہ ۱۵۲ کے اضلاع مثلث کے ۲۵ و ۲۵ و ۱۴ انچ دریافت ہونگے تو مثلث کا رقبہ ۱۶۸ مربع انچ کے قریب ہوگا پس تقریبًا قطعہ کا رقبہ ۹٫۳۶۸۹۲ مربع انچ ہے دفعہ ۱۸۹ کے قاعدہ کے بموجب ہم قطعہ کے رقبہ کا حساب اسطرح کرتے ہین

اول ارتفاع دریافت کرتے ہین دفعہ ۸۰ کی شکل مین و س = ۲۵ اور و ب = ۱۴

پس ا د = ۷ اور دفعہ ۶۰ کے بموجب ہم دریافت کرتے ہین کہ س د = ۲۴ اسیواسطے د ی = ۱

¼ × ۱۴ × ۱۴ = ۹ اور ⅖ × ۱ × ۱ = ⅖

۴۹ + ⅖ = ۴۹٫۴ پس اسکا جذر ۷٫۰۲۸۵۱ ہے

۴/۳ × ۱ × ۷٫۰۲۸۵۱ = ۹٫۳۷۱۳۵

بموجب اس قاعدہ کے ہم قطعہ کا رقبہ ۹٫۳۷۱۳۵ مربع انچ دریافت کرتے ہین یہہ پہلے نتیجہ سے کچھہ تھوڑا سے فرق رکھتا ہے

سترہوین فصل کی مثالین

ان قطاع دوائر کا جنکی استعداد ذیل معلوم ہین رقبہ دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۴ فیٹ زاویہ ۲۵°

(۲) نصف قطر ۱۲ فیٹ زاویہ ۱۲۰°

(۳) نصف قطر ۳۸ فیٹ زاویہ ۲۸°

(۴) دو دائرے متحد المرکز ہین جنکی نصف قطر ۱۰ فیٹ ۱۵ فیٹ ہین تو جس شکل کے یہ دائرے اور دو نصف قطر جو ۴۰ درجہ کے زاویہ پر مائل ہون محیط ہون اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵) دو متحد المرکز دائرون کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۲۰ فیٹ ہین تو جس شکل کے یہ دائرے اور دو نصف قطر محیط ہون کہ ۵۰ درجے زاویہ پر مائل ہین تو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۶) قطاع کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ ہے اور زاویہ قطاع کا ۵۰° نصف قطر دریافت کرو

(۷) قطاع کا رقبہ ۲۴۰ مربع فیٹ ہے اور زاویہ قطاع کا ۴۰° ہے کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۸) قطاع کا رقبہ ۵۴ مربع فیٹ ہے اور نصف قطر ۶ فیٹ زاویہ دریافت کرو

(۹) قطاع کا رقبہ ۹۴ مربع فیٹ ہے نصف قطر ۱۶ فیٹ ہے قوس دریافت کرو

(۱۰) قطاع کا رقبہ ۳۵۰ مربع فیٹ ہے اور قوس ۹۶ فیٹ نصف قطر دریافت کرو

(۱۱) قطاع کا رقبہ ۱۲۵ مربع فیٹ ہے اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فیٹ ہے زاویہ دریافت کرو

(۱۲) قطاع کا رقبہ ۱۱۵ مربع فیٹ ہے اور دائرہ کا رقبہ ۵۰۰ مربع فیٹ ہے قوس کو دریافت کرو

(۱۳) ایک قطاع کا وتر ۵ انچ اور نصف قطر ۱۰ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک قطاع کا وتر ۶ انچ ہے اور نصف قطر ۹ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے اور قطاع کا زاویہ ۳۰° ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے اور قطاع کا زاویہ ۱۲۰° ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے دو متوازی وتر جنمین سے ہر ایک برابر نصف قطر کے ہے کھینچے ہین تو وترونکی درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہے اور مرکز کے ایک ہی جانب مین دو وتر متوازی کھینچے گئے ہین اور اونمین سے ایک کا محاذی زاویہ مرکز پر ۶۰° ہے اور دوسرے کے محاذی زاویہ ۹۰° ہے تو جو منطقہ اون دونون وترونکے درمیان ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہے مرکز کی مقابل سمتون مین دو متوازی وتر کھینچے گئے ہین

اور ان مین سے ایک وتر کے محاذی زاویہ مرکز پر ۶۰° ہے اور دوسرے کی محاذی زاویہ مرکز پر ۹۰° ہے وترون کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہے اور دائرے کے دو حصے دو وتر کرتا ہی جو نصف قطر کے برابر ہی اونکے رقبے دریافت کرو

دفعہ ۱۸۹ کے موافق رقبہ اون قطعات کا تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو جنکی اندازمند اد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۲۱) وتر ۱۷ء۳۲۰۵ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

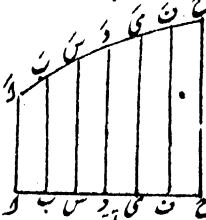
(۲۲) وتر ۱۴ء۱۴۲۱ فیٹ ارتفاع ۲ء۹۲۸۹ فیٹ

(۲۳) وتر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱ء۳۳۹۷ فیٹ

(۲۴) وتر ۵ء۱۷۶۴ فیٹ ارتفاع ۰ء۳۴۰۷ فیٹ

(۲۵) وتر ۲ء۶۱۰۵ فیٹ ارتفاع ۰ء۰۸۵۵ فیٹ

اٹھارھوین فصل سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بیان مین

(۱۹۳) ایک بڑا عمدہ قاعدہ بعض شکلون کی تقریبًا رقبہ دریافت کرنے کا لکھتے ہین

فرض کرو کہ ایک رقبہ ہی جو خط مستقیم اح اور خطوط مستقیم اا' اور حح' سے جو اح پر عمود ہین اور خط منحنی ا'ح' سے گھرا ہوا ہے

اح کو جفت برابر حصون اب اور ب س اور س د ... پر تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط مستقیم ب ب' اور س س' اور د د' ... زاوئے قائمے اح پر بناتی ہوئی کھیچو ان خطوط مستقیم اا' اور ب ب' اور س س' ... ح ح' کا نام محدد رکھو تو تقریبی رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہے کہ اول محدد اور آخر محدد اور سب طاق محددین کے دوچند مجموعہ اور جفت محددین کی چوچند مجموعہ کو ان سب کو جمع کرو اور ماحصل کو کسی دو متصل کے محددین کے فاصلہ مشترک کی تہائی مین ضرب دو

(۱۹۴) اس شکل مین سات محددین ہین جفت محدد ب ب' اور د د' اور ف ف' ہین اور باقی طاق محدد سواء اول اور آخر کے س س' اور ی ی' ہین

(۱۹۵) دفعہ ۱۹۳ کے قاعدہ کو تنصیف اوقات متساوی الابعاد محددین کا قاعدہ کہتے ہین اس قاعدہ کو سمپسن صاحب کا قاعدہ کہتے ہین گو موجد اوسکے صاحب ممدوح نہ تھے

(۱۹۶) مثالین

(۱) فرض کرو کہ سات محددین ہین اور فاصلہ مشترک ا فٹ ہی اور یہ محدد ۱۲،۴ اور ۲۴،۴ اور ۳۶،۴ اور ۴۷،۴ اور ۵۸،۴ اور ۶۹،۴ اور ۸۰،۴ فیٹ ہین

۴،۱۲
۴،۸۰
۸،۹۲

۴،۳۶
۴،۵۸
۸،۹۴
۲
۱۷،۸۸

۴،۲۴
۴،۴۷
۴،۶۹
۱۳،۴۰
۴
۵۳،۶۰

۸،۹۲
۱۷،۸۸
۵۳،۶۰
۳ | ۸۰،۴۰
۲۶،۸۰

پس رقبہ ۲۶،۸۰ مربع فیٹ ہے

(۲) فرض کرو پانچ محددین ہین اور فاصلہ مشترک ۲ فیٹ اور محددین ۱،۲۶ او ۱،۴۴ او ۱،۵۹ او ۱،۷۱ او ۱،۸۲ فیٹ ہین

۱،۲۶
۱،۸۲
۳،۰۸

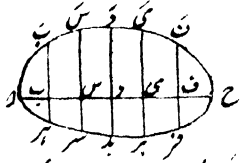
۱،۵۹
۲
۳،۱۸

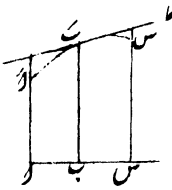
۱،۴۴
۱،۷۱
۳،۱۵
۴
۱۲،۶۰

۳،۰۸
۳،۱۸
۱۲،۶۰
۱۸،۸۶
۲
۳ | ۳۷،۷۲
۱۲،۵۷

پس رقبہ ۱۲،۵۷ مربع فیٹ ہے

(۱۹۷) دفعہ ۱۹۳ کی شکل مین خط مستقیم اح کیطرف خط منحنی مجوف تھا اور سوا ازین خط مستقیم کی ایک سرے سے دوسرے سرے کیطرف محدد بڑہتی جاتی تہی مگر اسطرح کے خط منحنی ہونیکے قاعدہ سمپسن مین کچہہ تخصیص نہین ہے بلکہ خط منحنی خواہ کسی شکل کا ہو اون سبمین قاعدہ سمپسن کا چل سکتا ہی مثلاً خط منحنی کی یہ شکلین ہون

جتنی محدود زیادہ لوگی اوتناہی نتیجہ زیادہ صحت کر ساتھہ نکلیگا اگر خط منحنی نہایت غیر منتظم ہو تو یہان
اس قاعدہ پر اعتبار کرنا نہین چاہیے

(۱۹۸) اگر رقبہ خط مستقیم اَجَ اور خط منحنی اَدَجَ سی گھرا ہوا ہو
تو قاعدہ مذکورہی کو استعمال مین لاؤ یہان اتنا فرق ہی
کہ محدد اول و آخر کچھہ نہین اسلئے اونکو حساب مین بہی محسوب نہ کرو اور صفر سمجھو اگر رقبہ
خط منحنی اَدَجَ بدلا سے احاطہ کیا گیا ہو اور چارون طرف سے محدود ہو تو بجاے محددین کے
ہم عرض ب بَ اور س سَ وغیرہا کام مین لائین

(۱۹۹) اگرچہ مبتدی سمپسن صاحب کے قاعدہ کی تحقیقات کماحقہ نہین کرسکتا مگر آسانی سے اس بات کو
سمجھہ سکتا ہی کہ قاعدہ ایسے اصول پر مبنی ہے کہ اوسکی صحت پر اعتبار ہو سکتا ہے
جو دو متصل کے محددین کے درمیان رقبہ واقع ہو اوسکا نام
ہم قطعہ رکہتے ہین اور دفعہ ۱۹۳ کی شکل کے اول دو قطعون پر
بحث کرتے ہین

فرض کرو کہ خط مستقیم اَبَ کہینچا گیا ہی تو ایک شکل ذوزنقہ
بن جائیگی اور شکل سی ظاہر ہی کہ اول قطعہ اس ذوزنقہ سے بڑا ہے پس اول قطعہ کا رقبہ بڑا ہوا د ب اور
نصف مجموعہ اَ اَ اور ب بَ کے حاصلضرب سے۔ اسواسطے اول قطعہ کا دوچند رقبہ بڑا ہوا د ب اور مجموعہ
اَ اَ اور ب بَ کی حاصلضرب سے علی ہذا القیاس دوسرے قطعہ کا رقبہ بڑا ہوا ب س اور مجموعہ ب بَ اور
س سَ کے حاصلضرب سے ہوا پس دوچند رقبہ اول زوج کا بڑا حاصل ضرب ا ب اور مجموعہ اَ اَ اور
س سَ اور دوچند ب بَ سے ہوا

اب پھر فرض کرو کہ خط بَ طَ مماس نقطہ بَ سے خط منحنی کا نکالا گیا ہے اور اَ اَ اور سَ بَ خارج ہو کر اس
خط مستقیم سے ملتے ہین تو دوسرا ذوزنقہ پیدا ہوگا اور موجب دفعہ ۱۹۳ کے رقبہ اس ذوزنقہ کا برابر حاصلضرب
دس اور دوچند ب بَ کے ہے اور یہ شکل سے ظاہر ہے کہ مجموعہ اول دو قطعات کا اس ذوزنقہ سے کم ہے

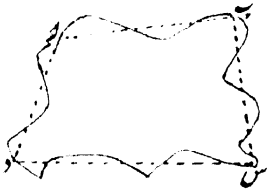
پس رقبہ اول دو قطعات کا کم بہ نسبت حاصل ضرب اب اور دو چند ب ب سے ہے اس سے معلوم ہوا کہ اگر ہم ان دونو نتیجونکو آپسمین شامل کرین تو یہ کم و بیشی کی غلطیان آپسمین ملکر کسیقدر معادل ہو جائینگے اور سہ چند رقبہ اول دو قطعات کا تقریبًا برابر حاصل ضرب اب اور مجموعہ آآ اور س س اور چہار چند ب ب کے ہوگا

اگر دفعہ ۱۹۳ کی شکل مین دوسرے زوج قطعات پر یہی عمل کرینگے تو سمپسن صاحب کے قاعدہ پر پورا اعتبار ہو جائیگا دفعہ ۱۹۰ کی شکلونپر گو عمل بعینہٖ یہی نہ ہو مگر متشابہ اوسکے عمل ہوگا بڑی بات اس عمل مین یہ ہوگی کہ ہم دو نتیجون کو ملاتے ہین جنمین ایک نتیجہ بڑا ہوتا ہے اور دوسرا نتیجہ چہوٹا اسواسطے یہ چہوٹی بڑی نتیجے ملکر غلطیون مین معادلت پیدا کرتے ہین

(۲۰۰) اگر دفعہ ۱۹۳ کی شکل مین اح بجا منحنی ہونیکے ایک خط مستقیم ہوتا تو سمپسن صاحب کے قاعدے سے صحیح صحیح قیمت رقبہ کی معلوم ہو جاتی مگر اس صورت مین ایک فرق پیدا ہوتا ہے جسکا رقبہ آسانی سے اسطرح معلوم ہو جاتا کہ اح کو نصف مجموعہ آآ اور حح مین ضرب دین اور اگر اح ایک خط منحنی خاص صورت کا ہو تو بھی صحیح رقبہ دریافت ہوگا لیکن ہم اوسکی صورت کو بتلا کر ان مبادی علم مساحت مین نہین داخل کرتے

(۲۰۱) یہ بھی ہوسکتا ہے کہ شکل محدود ایک خط سے بنتی ہو مگر یہ خط منحنی از حد غیر منتظم معوج ہو اور اوسمین قاعدہ سمپسن صاحب کا نہ چل سکتا ہو تو ایسی حالت مین ہم قاعدہ ذیل کے موافق عمل کرین کہ ایک مستقیمۃ الاضلاع کثیر الاضلاع جو بہت قریب شکل کی ہو بنائین اور پھر سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بموجب اون حصونکا رقبہ دریافت کرین جو درمیان کثیر الاضلاع اور شکل معلوم کی واقع ہون اور ان حصون کے رقبون کو اگر کثیر الاضلاع شکل کے اندر ہون تو اوسکے رقبہ پر زیادہ کرین اور اگر کثیر الاضلاع کے باہر ہون تو اوسکے رقبے سے تفریق کرین پس آخر ماحصل تقریبًا شکل کا رقبہ حاصل ہو جائیگا

(۲۰۲) زمین کی پیمائش مین اکثر رقبہ ایسی شکلون کا دریافت کرنا ہوتا ہے کہ جنکی حدود بہت بقاعدہ ہوتی ہین لیکن خطوط منحنی کہین چہوٹے چہوٹے خطوط مستقیم ہوتے ہین ایسے موقع پر

عمل مساحت مین ترکیب مفصلہ ذیل عجیب ہے کہ اوس سے حدود اسطرح قائم ہو جاتی ہین کہ نہایت آسانی سے بصحت رقبہ دریافت ہو جاتا ہے

فرض کرو کہ ایک کہیت ہے جسکی شکل اب س د سے سطح مستوی پر تعبیر ہوتی ہے ایک خط مستقیم ا سے ب تک کہینچو تو اسی خط کے اندر کچہہ حصے داخل ہو جاینگے اور کچہہ اوس سے خارج ہو جاینگے اور اس داخل خارج سے معادلت پیدا ہوگی اور اسطرح رقبہ یا تو جتنا تہا اوتنا ہی رہیگا یا کچہہ متغیر ہوگا تو بہت کم اور اسطرح خطوط مستقیم ب سے س تک اور س سے د تک اور د سے ا تک کہینچو تو کمی اور بیشی برابر ہونگین اور ایک چار ضلعے کی شکل مستقیم الاضلاع برابر اصل شکل کے بنجائیگی جسکا رقبہ آسانی سے دریافت ہو جاے گا

اب یہ مساح کی عقل اور فہم پر موقوف ہے کہ وہ خطوط مستقیم اسطرح کہینچے کہ حتی الامکان صحت کے ساتہ مطلب حاصل ہو یہ خطوط مستقیم اسطرح خوب آسانی سے کہنچے ہین کہ کوئی سینگ یا شیشہ کا ٹکڑا جسکے کنارے سیدہے ہین اور اوسمین آر پار نظر آتا ہو اوسکو حدود غیر منتظمہ پر رکہدین اور آنکہہ سے خوب جانچ کر کے دیکہہ لین کہ کسطرح خطوط مستقیم کہینچین کہ کنارہ اور حد کے درمیان حصے دونو طرف برابر آئین +

(۲۰۳) ایسی رقبون کے ناپنے کے لیے جنکی حدود نہایت غیر منتظم ہون ایک اور ترکیب ہے جو تجربہ پر موقوف ہے اور قابل لکہنے کے ہے وہ ہم لکہتے ہین

فرض کرو کہ ایک کہیت سطح مستوی پر دفعہ ۲۰۲ کی شکل اب س د رکہتا ہو موٹا کاغذ یا وصلی ایسی لو کہ اوسکی ضخامت سب جگہہ یکسان ہو اوسکو کترکر کہیت کی شکل بناؤ اور نہایت عمدہ کانٹے مین جسمین بال برابر بہی فرق نہ ہو تو لو اور جس چیز کی یہ شکل بنائی ہے اوسکا ایک مربع انچ کترکر اور اوسے بہی اوسی کانٹے مین تولو اب وزنون کی مناسبت سے ہم کو یہ معلوم ہو جائیگا کہ شکل اب س د مین کتنی مربع انچ ہین اور پہر جس پیمانہ کے موافق شکل بنی ہو سکے اوسیپر

حساب پہیلانے سے یہ معلوم ہوجائیگا کہ کہیت مین زمین کتنی ہے کرہ زمین پر جو خشکی اور تری کی سطح دریافت ہوئی ہے وہ اسی ترکیب سے دریافت کی گئی ہے اس ترکیب کی یہ ایک بڑی دلچسپ مثال ہے +

اٹھارہوین فصل کی مثالین

سمپسن صاحب کے قاعدہ کے بموجب قبے ان شکلونکے دریافت کرو جنکی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۱) محدد دین ۳ و ۸ و ۱۵ و ۲۴ و ۳۵ و ۴۸ و ۶۳ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۲) محدد دین ۴ و ۱۴ و ۳۶ و ۷۶ و ۱۴۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۳) محدد دین ۰ و ۲۰ و ۳۲ و ۳۶ و ۲۰ و ۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۲ فیٹ

(۴) محدد دین ۰ و ۲۵٫۱ و ۴ و ۵٫۷ و ۶٫۸ و ۲۵٫۶ و ۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۵) محدد دین ۲٫۰۸ و ۴٫۶ و ۴٫۱۶ و ۶٫۱ و ۲۴۵ و ۶٫۱ و ۳۲۵ و ۳٫۶ و ۴٫۰۳ و ۶٫۱ و ۴۸ و ۶٫۶ و ۵٫۵۷ و ۶٫۱ فیٹ
فاصلہ مشترک ۱ فٹ ۶ انچ

(۶) محدد دین ۳۴٫۱۷ و ۲ و ۷۵۹ و ۲ و ۸۰۲ و ۲ و ۳۴۸ و ۲ و ۳۸۸ و ۲ فیٹ فاصلہ مشترک ۹ انچ

(۷) محدد دین ۲ و ۱۴ و ۹ و ۱۴ و ۳ و ۱۵ و ۱۵ و ۵ و ۱۴ و ۱۴ و ۷ و ۱۳ فیٹ فاصلہ مشترک ۳ فیٹ

(۸) محدد دین ۰ و ۱۱٫۶ و ۸٫۴ و ۲ و ۱۲ و ۴ و ۲۴ و ۶٫۲ و ۵٫۷ و ۸٫۹ و ۶٫۷ و ۱۱ و ۳۳ و ۱۵ و ۲ و ۵ و ۱۹ فیٹ
فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۹) محدد دین ۴٫۲۰ و ۱۰ و ۴٫۸۰ و ۹ و ۴٫۳۴ و ۹ و ۹۰ و ۹۰ و ۹۹ و ۱۷۷ و ۸ و ۴۷۵ و ۸ و ۱۹۷ و ۸ و ۱۸ و
۷ و ۹۳۴ و ۲ و ۹۶ و ۷ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۰) محدد دین ۹۴۸۴ و ۲ و ۴۹ و ۲ و ۵۶۴۹ و ۲ و ۶۳۹۱ و ۲ و ۷۰۸۱ و ۲ و ۷۷۲۶ و ۲ و ۸۳۲۲ و ۲ و
۲۸۹۰۴ و ۲ و ۳۴۴۴ و ۲ و ۹ و ۲ و ۹۹۵۷ و ۲ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۱) محدد دین ۰ و ۹۰ و ۳۵۹۴ و ۶ و ۹ و ۱۴ و ۱۷ و ۹۸ و ۸۶۶۰ و ۹۱۶۵ و ۹۵۳۹ و ۹۸۹۷ و ۹ و
۹۹۵۰ و ۱ فٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ

(۱۲) محدد دین ۱/۱۰ و ۱/۱۱ و ۱/۱۲ و ۱/۱۳ و ۱/۱۴ و ۱/۱۵ و ۱/۱۶ و ۱/۱۷ و ۱/۱۸ و ۱/۱۹ و ۱/۲۰ فیٹ فاصلہ مشترک ۱ فٹ:

اونیسوین فصل اشکال متشابہ

(۲۰۴) فصل ششم مین ہم نے اشکال متشابہ کی خاصیتونکا ذکر کیا ہے اب ہم اونکے رقبونکے باہمی ارتباط کو بتلاتے ہین اور ایک مقدمہ عظیم اس باب مین بیان کرتے ہین اور اوسی کو مختلف مثالون کے اندر استعمال مین لاتے ہین +

(۲۰۵) اشکال متشابہ کے رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مربعون مین
فرض کرو کہ دو مثلث متشابہ ہین اور ایک کا ضلع سہ چند دوسرے مثلث کے ضلع سے ہے تو بڑے مثلث کا رقبہ چھوٹے مثلث کے رقبے سے ۹ گنا ہوگا عدد ۹ مربع ۳ کا ہے اور اس بات کا دیکھہ لینا بہی آسان ہے اسلئے کہ جب بڑے مثلث کا قاعدہ سہ چند چھوٹے مثلث کے قاعدے سے ہوا تو مثلث کے متشابہ ہونیکے سبب سے بڑے مثلث کا ارتفاع بہی چہوٹے مثلث کے ارتفاع سے سہ چند ہوا
لیکن مثلث کا رقبہ قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب ہوتا ہے اسواسطے بڑے مثلث کا رقبہ نو گنا چہوٹے مثلث کے رقبے سے ہوا +
اسیطرح اگر دو متشابہ مثلثون مین ایک مثلث کا ضلع پچگنا دوسرے مثلث کے ضلع سے ہو تو بڑے مثلث کا رقبہ پچیس گنا چھوٹے مثلث کے رقبہ سے ہوگا +

(۲۰۶) دفعہ ۱۴۵ مین ہمنے لکھا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اوسکا رقبہ ۴۳۳۰۱۲۷ء مربع فٹ ہے اب فرض کرو کہ ہمکو ایسے مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنا ہے جسکا ضلع ۷ فیٹ ہے
مربع ۱ کا ۱ ہے اور مربع ۷ کا ۴۹ ہے اسیواسطے ہمکو یہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : ۴۹ :: ۴۳۳۰۱۲۷ء : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ مین = ۴۹ × ۴۳۳۰۱۲۷ء = ۲۱ء۲۱۷۶۲۲۳

اسی طرح سے عمل اور مثالون مین ہو سکتا ہے پس اس سے یہہ قاعدہ مثلث تساوی الاضلاع کے رقبہ دریافت کرنے کا معلوم ہوا کہ طول ضلع کے مربع کو ۰،۴۳۳ مین ضرب دو

(۲۰۷) دائرے بھی اشکال متشابہ ہین اور دائرون کے رقبون مین بھی وہی نسبت ہوتی ہے جو اونکے نصف قطرون کے مربعون مین دفعہ ۲۰۰ اکو دیکھو قطاع دائرے جنکے زاوئے آپسمین برابر ہون اشکال متشابہ ہوتی ہین اور اونکے موافق جو قطعات دائرہ ہون وہ بھی اشکال متشابہ ہوتی ہین دو متشابہ قطاع کے رقبون مین وہی نسبت ہوتی ہے جو نصف قطرون کے مربعون مین اور یہی کیفیت متشابہ قطعات دائرہ کی ہے کہ اونکے رقبون مین بھی نسبت ایسی ہی ہوتی ہے جیسی کہ نصف قطرون کے مربعون مین

(۲۰۸) فرض کرو کہ ہمکو نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا ہے کہ اوسمین جو ۶۰ درجہ کا قطعہ ہو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہو

دفعہ ۱۸۷ کے موافق ہمکو معلوم ہے کہ اگر دائرہ کا نصف قطر ۱ انچ ہو تو اوسمین ۶۰ درجہ کے قطعہ دائرہ کا رقبہ ۹۰۶، مربع انچ ہوتا ہے پس اب یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

۹۰۶، : ۲۰ :: ۱۰۰ : دائرہ کے مطلوب نصف قطر کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع $= \frac{۲۰ \times ۱۰۰}{۹۰۶،} = ۲۲۰،۷۵$

اس عدد کا جذر $= ۱۴،۸۵۷$

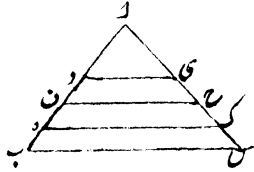
پس نصف قطر مطلوب ۱۴،۸۵۷ انچ ہوا

اب پھر فرض کرو کہ نصف قطر ایسے دائرہ کا دریافت کرنا ہے جسمین ۹۰ کی قطعہ کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہو بموجب دفعہ ۱۸۷ کے ہمکو یہ تناسب حاصل ہوگا کہ

۴،۵۶۶۴ : ۱۰ :: ۱۶ : نصف قطر مطلوب کے مجذور سے

پس نصف قطر مطلوب کا مربع $= \frac{۱۰ \times ۱۶}{۴،۵۶۶۴} = ۳۵،۰۳۸۵$

اور اس عدد کا جذر $= ۵،۹۲$

پس نصف قطر مطلوب ۹۲ء۵ فیٹ ہے

(۲۰۹) ا ب س مثلث ہے اور ا ب ۱۰ فیٹ ہے اور مطلوب یہ ہے کہ ب س کے متوازی خطوط مستقیم کھینچکر چار برابر حصون مین مثلث کو تقسیم کرین

دفعہ ۲۰۸ مین جو سوال حل ہوا ہے اوسکی متماثل یہ مثال ہے

فرض کرو کہ خط مستقیم د ی سب سے زیادہ نزدیک ا کے ہے

تو مثلث ا د ی کا رقبہ ایک چوتھائی ا ب س کے رقبہ کے ہوگا اسواسطے یہ تناسب حاصل ہوگا

ا : $\frac{1}{4}$ :: ا ب کے مجذور : ا د کے مجذور

اسواسطے ا د کا مربع = $\frac{1}{4}$ ا ب کے مربع کے

= $\frac{1}{4}$ × ۱۰۰ = ۲۵ اور ۲۵ کا جذر = ۵

پس ا د = ۵ فیٹ

اور اسیطرح اگر ف ح بعد اس خط مستقیم کے ہو تو

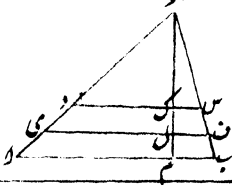
ا : $\frac{2}{4}$ :: ا ب کے مربع : ا ب کے مربع

اسواسطے ا ف کا مربع = $\frac{2}{4}$ مربع ا ب کے = $\frac{2}{4}$ × ۱۰۰ = ۵۰

پس ا ف مین تعداد فٹون کی = ۵۰ کے جذر کے = ۷۰۷۱۰۶۷۸ء۷

اسیطرح اگر ہ ک بعد اس خط مستقیم کے ہو تو ا ہ مین فٹون کی تعداد

= ۷۵ کے جذر کے = ۸۶۶۰۲۵۴۰ء۸

(۲۱۰) ا ب س د ذوزنقہ ہے اور اضلاع متوازیہ ا ب اور د س کے درمیان فاصلہ عمودی ۳ فیٹ ہے اب مطلوب یہ ہے کہ ا ب کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچکر ذوزنقہ کو دو برابر حصون مین تقسیم کرین

ا د اور ب س کو ایسا خارج کرو کہ وہ نقطہ و پر ملین

اور فرض کرو کہ ی ف خط مستقیم مطلوب ہے

دم عمود اب پر نکالو جو ی ق سے نقطہ ل پر اور دی سے ک پر ملے
چونکہ ی ق ذوزنقہ کو دو برابر حصون مین تقسیم کرتا ہے تو مثلث دی ق برابر نصف مجموعہ
مثلثون داب اور دس کے ہوگا تین مثلث دس اور دی ق اور داب متشابہ ہین اور
اونکے رقبون مین ایسی نسبت ہے جیسی کہ دک ودل ودم کے طولون کے مربعون مین
اس سے معلوم ہوا کہ مربع دل کا برابر نصف مجموعہ مربعات دک اور دم کے ہوا
اب بموجب دفعہ ۷۷ کے ہمکو معلوم ہے کہ دک = ۵٫۴ اسیواسطے دم = ۵٫۷ اور
مربع ۵٫۴ = ۲۰٫۲۵ اور مجذور ۵٫۷ = ۲۵٫۵۶ پس دل کا مربع = ۵٫۶۷ کے ½ = ۲۵٫۵۶
اسواسطے دل مین فٹون کی تعداد = ۲۵٫۳۸ کے جذر کے = ۶٫۱۸۴۶ اور ک ل
مین تعداد فٹون کی = ۶٫۱۸۴۶ - ۵٫۴۵ = ۱٫۶۸۴۶

پس ی ق کا مقام تحقیق ہو گیا

(۲۱۱) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے لکھتے ہین

(۱) ایک جاگیر کا نقشہ بنا اور اوسمین ۲۰ فیٹ کیواسطے ایک انچ کا پیمانہ مقرر ہوا تو بتاؤ نقشہ پر
۸۰۰۰ مربع گز کی جاگیر کتنی جگہہ گھیریگی اب ایک انچ کا پیمانہ ۲۴۰ انچ کے واسطے ہے
جگہہ جسکا دریافت کرنا چاہئے ہے ۸۰۰۰ مربع گز کو ۲۴۰ کی مربع پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگی

$$\frac{۸۰۰۰}{۲۴۰ \times ۲۴۰} = \frac{۸۰}{۲۴ \times ۲۴} = \frac{۱۰}{۳ \times ۲۴} = \frac{۵}{۳۶}$$

پس جگہہ مطلوب $\frac{۵}{۳۶}$ مربع گز کی ہوئی یعنی $\frac{۵}{۴}$ حصے ۹ مربع فٹ کے یعنی $۱\frac{۱}{۴}$ مربع فٹ کے

(۲) اگر نقشہ پر ۴ مربع گز کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہو تو بتاؤ پیمانہ کیا ہوگا

۴ مربع گز = ۴×۹×۱۴۴ مربع انچ اور جذر ۴×۹×۱۴۴ = ۷۲

پس اس سے معلوم ہوا کہ ۷۲ انچ کے واسطے ایک انچ پیمانہ ہے

(۳) قائم الزاویہ کے اضلاع مین نسبت ۴ اور ۵ کی ہے اور اوسکا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے
اوسکے اضلاع دریافت کرو

اگر قائم الزاویہ کی اضلاع ۴ اور ۵ فیٹ ہون تو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہوگا پس تناسب حاصل ہوگا
۲۰ : ۱۸۰ : : ۴ کے مربع : ضلع نظیر کے مربع سے جسکا دریافت کرنا منظور ہے

اسواسطے اس ضلع کا مربع = $\frac{180 \times 16}{20}$ = ۱۶ × ۹ = ۱۴۴

پس یہ ضلع = ۱۲ فیٹ اسیواسطے دوسرا ضلع = ۱۵ فیٹ

(۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع اور دائرہ کا محیط آپسمین برابر ہین اور رقبے دریافت کرو
فرض کرو کہ مثلث کا ہریک ضلع ایک فٹ ہے تو اوسکا رقبہ ۰.۴۳۳۰۱ مربع فیٹ ہے اور مجموعہ اضلاع
مثلث کا ۳ فیٹ ہے اور اگر دائرہ کا محیط ۳ فیٹ ہو تو دائرہ کا رقبہ بموجب فصل ۱۴ کے ۰.۷۱۶۲
مربع فیٹ ہوگا ۰.۷۱۶۲ کو ۰.۴۳۳۰۱ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱.۶۵ ہوگا پس دائرہ کا
رقبہ مثلث کے رقبے سے ۱.۶۵ گنا ہوا +

ہمکو ہمیشہ یہی نتیجہ حاصل ہوگا خواہ مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کچھہ ہی فرض کرین
مثلاً فرض کرین کہ ہریک ضلع ۷ فیٹ ہے تو ہمکو مثلث اور دائرے کے رقبے پہلے رقبون سے ۴۹ گنے
حاصل ہونگے مگر نسبت ان رقبون مین ایک ہی رہیگی اوسمین کچھہ فرق نہین آئیگا

اونیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کھیت مین ۳۶۰۰ مربع گز زمین ہے ۱۰ فیٹ کے واسطے ایک انچ پیمانہ مقرر کرکے
اوسکا خاکہ نقشہ پر اتارا ہے تو بتاؤ نقشہ پر کتنی مربع انچ جگہہ گھیریگی
(۲) ۲۰ فیٹ کا ایک انچ پیمانہ مقرر کرین تو ۲ ایکر کا کھیت کتنی جگہہ نقشہ کشتوار مین گھیریگا
(۳) ایک نقشہ مین ایک مربع گز کے رقبہ کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہے تو اوس نقشہ کا پیمانہ دریافت کرو
(۴) ایک نقشہ مین ۱۰ ایکر کے رقبہ کو ایک مربع فٹ تعبیر کرتا ہے تو بتاؤ کس پیمانہ کے موافق یہ
نقشہ بنایا گیا ہے
(۵) ایک کھیت کے نقشہ سے اصل کھیت دس ہزار گنا ہے تو بتاؤ نقشہ پر کتنا طول کھیت کے
۴۰۰ فیٹ طول کو تعبیر کریگا +

(۶) ایک جاگیر کا نقشہ اصل جاگیر سے دس کروڑ گنا ہی تو بتاؤ کہ اس نقشہ مین میل کے انچ سے تعبیر ہوا ہے

(۷) ایک قائم الزاویہ کی اضلاع مین ۲ اور ۳ کی نسبت ہے اور رقبہ ۲۱۰ مربع فیٹ ہے اوسکے اضلاع دریافت کرو

(۸) ایک مثلث کی اضلاع مین نسبت ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ اکے ہے اور رقبہ ۲۴۲۰۶ مربع فیٹ ہے اضلاع کو فٹون مین دریافت کرو

(۹) ایک مثلث کی اضلاع مین نسبت ۱۰ و ۲۰ اور ۲۰ کی ہے اور رقبہ ۲۲۲۶ مربع فٹ ہے تو اضلاع کو فٹون مین بتلاؤ

(۱۰) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہے اونکے رقبون مین نسبت بتلاؤ

(۱۱) ایک مربع اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہے اونکے رقبونکی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۲) دائرہ کا محیط اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہین اونکے رقبون کی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۳) ایک دائرہ کا محیط اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہے اونکے رقبونکی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۴) مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کیا ہے جبکہ رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو

(۱۵) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ہر یک ضلع ۱۵۰ فیٹ ہے تو بتاؤ جو مسدس منتظم اسکے برابر ہوگا اوسکا ضلع کیا ہوگا

(۱۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ایسا دریافت کرو کہ اوسکے اندر ۹۰ درجہ کے قطعہ کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہو

(۱۷) مثلث کا ایک ضلع ۵ افیٹ ہے اب منظور یہ ہے کہ اور اضلاع مین سے کسی ایک ضلع کے خطوط متوازی کھینچکر اوس مثلث کو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرین تو بتاؤ راس مثلث سے نقاط تقسیم کے کیا فاصلے ہون گے

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا ایک ہی رقبہ ہے اونکے مجموعہ اضلاع مین باہمی نسبت بتلاؤ کہ کیا ہے

(۱۹) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہین اور اونکے درمیانی عمودی فاصلہ ۵ فیٹ ہے اب منظور یہ ہے کہ اس ذوزنقہ کو دو متساوی ذوزنقہ مین تقسیم کرین

تو اضلاع متوازیہ مین سے چہوٹے ضلع سے نصف کرنے والے خط کا فاصلہ کیا ہوگا

(۲۰) مربع کا ضلع ۱۲ فیٹ ہی اور ایک قطر کے متوازی دو خط مستقیم کہینچکر اوسکے تین برابر حصے کئے ہین تو خطوط متوازیہ کے درمیانی فاصلہ عمودی کو دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا محیط اور بارہ ضلعی کی شکل منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی تو موجب دفعات ۱۹۹ اور ۱۶۷ کے ثابت کرو کہ رقبہ دائرہ کا ۳۱۴۱۵۹/۳۲۱۵۴ گنا رقبہ کثیرالاضلاع سے ہے

باب چہارم مجسمات

بیسوین فصل حدود

(۲۱۲) بعض اصطلاحات کی تعریف سے اس باب کو شروع کرتے ہین اونکا آئندہ بہت کام پڑتا ہے اگرچہ یہ بات آسانی کی ہی کہ سب حدود کو جمع کرکے ایک ہی فصل مین لکہدین لیکن یہ ضرور نہین کہ طالب علم اون سب کو ایک ہی دفعہ نہایت غور سی مطالعہ کرے - مبتدی کیواسطے یہی کافی ہوگا کہ اول یکدفعہ اُن سب حدود کو توجہ کیساتھہ پڑہ جائے - اور پھر جہان موقع اور ضرور ہو اونپر توجہ کرے

(۲۱۳) سطوح متوازیہ وہ ہین جو آپسمین کہین نہ ملین خواہ کہین تک خارج کیجائین مثلاً مکان کی چہت اور فرش دو سطوح متوازیہ ہین +

(۲۱۴) ایک خط مستقیم سطح پر عمود ہوتا ہے یا زاویئے قائمے بناتا ہی جب ہر خط مستقیم پر جو اوس سطح مین اوسے ملے زاوئے قائمے بناتا ہے

یہہ علم ہندسہ کا حدود بعینہ ہے خواہ طالب علم اس پر غور کرے یا نہ کرے - مگر وہ سطح پر عمود ہونے کے مفہوم کو آسانی سے اس طرح سمجہہ سکتا ہے کہ سیدہی لکڑی کو سیدہا زمین پر کہڑا کرکے دیکہہ لے کہ سطح پر کسی خط کے عمود ہونے کے یہ معنی ہوتے ہین +

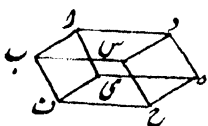
اور اسیطرح بغیر علم ہندسہ کے حدود پر غور کرنے کے طالبعلم اس بات کو سمجہہ سکتا ہی کہ ایک سطح ایک سطح کی عمود ہونی یا زاوئے قائمے بنانیکے کیا معنی ہین وہ مکان کی دیوارین دیکہہ لے

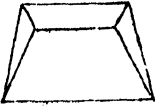
کہ وہ فرش اور چہت دونو پر عمود ہین اور کواڑ کو جب چول پر پہیرتے ہین تو وہ فرش اور چہت
دونو پر عمود رہتا ہے

(۲۱۵) مجسم متوازی السطوح وہ شکل مجسم ہی جسکو چہہ متوازی الاضلاعون نے احاطہ کیا ہو اور
اونمین سے دو دو مقابل کی متوازی اور متساوی ہون شکل مین صورت مجسم متوازی السطوح کے
بنی ہوئی ہے اوسمین ا ب س د اور ی ف ح ہ برابر متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین
اور ا ب ف ی اور د س ح ہ برابر
متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین
ہین اور ا د ہ ی اور ب س ح ف
برابر متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین سے ہین

مجسم متوازی السطوح کی جب چہون سطوح احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ ہوتے ہین تو اوسکو مجسم متوازی السطوح
قائم الزاویہ کہتے ہین اور اگر وہ قائم الزاویہ نہین ہوتے تو اوسکو مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ کہتے ہین
اینٹ کو دیکہہ لو اور مجسم متوازی السطوح کو سمجہہ لو کہ اس شکل کا ہوتا ہی ایک قائم الزاویہ مجسم
متوازی السطوح جنکی احاطہ کرنیوالے چہون قائم الزاویہ اسمین برابر ہون اوسکو مکعب کہتے
ہین اور اسی مضمون کو یون بہی بیان کرتے ہین کہ مکعب وہ مجسم ہے جسکو چہہ برابر مربعون نے
احاطہ کیا ہو اور اونمین سے دو دو مقابل کی سطوح متوازیہ مین ہون

(۲۱۶) جن سطوح مستویہ سے اجسام احاطہ ہوتی ہین اونکو اطراف مجسم کہتے ہین اور ان سطوح مستویہ
کو جو خطوط مستقیم احاطہ کرتی ہین اونکو مجسم کی کناری کہتے ہین پس مجسم متوازی السطوح کی
چہہ طرفین اور بارہ کنارے ہوتے ہین

(۲۱۷) منشور وہ شکل مجسمہ ہے جسکو اون اشکال مستوی نے احاطہ کیا ہو کہ جنمین سے دو سطحین جو
مقابل ہون متشابہ اور متساوی اور متوازی ہون اور باقی سطوح متوازی الاضلاع ہون جو
سطحین مقابل کے متساوی اور متوازی ہوتی ہین اونکو منشور کے سرے یا منشور کے قاعدے کہتے ہین

یہ شکل منشور کو تعبیر کرتی ہی اور اوسکی سر
مخمس متساویہ اب س دی اور ف ح ہ ل ک
ہین اور یہ دونو سطوح متوازیہ مین ہین
اور اور شکلین مجسمہ کی احاطہ کرنیوالی متوازی الاضلاعین
اب ح ف اور ب س ہ ح ہین اور ایسی ہی اور شکلین ہین ایسی منشور کو منشور خماسی کہتے ہین اور اگر منشور کے سرون پر مسدس ہون تو اوسکو منشور سداسی کہینگے اور علی ہذا القیاس منشور کو قائم الزاویہ اوس حالت مین کہتے ہین کہ متوازی الاضلاعین اوسکی احاطہ کرنیوالی قائم الزاویہ ہون اور غیر قائم الزاویہ کہتے ہین جب اشکال محیط ایسی نہ ہون
پس سطح مجسم متوازی السطوح بہی منشور مین داخل ہوگیا اور مجسم قائم الزاویہ متوازی السطوح اور مکعب منشور قائم الزاویہ ٹھہر گئے
(۲۱۸) مخروط وہ مجسم ہی جسکو کسی ایک مستقیمۃ الاضلاع اور تین یا زیادہ مثلثون نے احاطہ کیا ہو اور یہ مثلث ایک نقطہ پر ملتے ہون اس نقطہ کو راس مخروط اور اوسکے مقابل کی مستقیمۃ الاضلاع کو قاعدہ مخروط کہتے ہین جب تین مثلث راس پر ملتی ہین تو قاعدہ مخروط کا مثلث ہوتا ہے اور جب چار مثلث راس پر ملتی ہین تو قاعدہ مخروط کا ذوار بعۃ الاضلاع ہوتا ہے مصر کا مینار جو مخروطی شکل کا مشہور ہے وہ اسی قسم کا ہے تصاویر اوسکی اکثر طالب علمون نے دیکھی ہونگی کہ اونکے قاعدے اوسکے مربع بنے ہوتے ہین - جب پانچ مثلث راس پر ملتے ہین مخروط کا قاعدہ مخمس ہوتا ہے اور علی ہذا القیاس
(۲۱۹) اگر کسی مجسم کو ایک سطح متوازی القاعدہ قطع کرے تو جو ٹکڑا جسم کا قاعدہ اور اوس سطح کے درمیان واقع ہوگا اوسکو مجسم ناقص کہینگے اور قاعدہ اور یہہ مجسم ناقص کے سرے کہلاتے ہین اگر ایک مخروط دو حصون مین ایک سطح سے کہ قاعدہ کی متوازی ہو منقسم ہو تو ایک حصہ مخروط ناقص ہوگا اور دوسرا مخروط ہوگا

(۲۲۰) فانہ وہ مجسم ہے جسکو پانچ سطحون نے احاطہ کیا ہو اور اوسکا قاعدہ ایک قائم الزاویہ ہو اور دو سرے مثلث ہون اور باقی دو طرفوں مین او سکے ذو زنقہ ہون

دونو ذوزنقو نکا فصل مشترک فانہ کا کنارہ کہلاتا ہے اور

قاعدہ کا جو ضلع متوازی کنارہ کا ہو اوسکو طول قاعدہ کہتے ہین

اگر قاعدہ کا طول کنارہ کے برابر ہو تو ذوزنقہ متوازی الاضلاع ہوگی اور فانہ منشور غیر قائم الزاویہ ہو جائگا

اور اگر متوازی الاضلاعین قائم الزاویہ ہین تو فانہ منشور مثلثی قائم الزاویہ ہوگا

(۲۲۱) مجسم ذوزنقہ وہ مجسم ہے جسکے سرون پر دو مستقیمۃ الاضلاع متوازی ہون اور اون مین اضلاع برابر ہون اور او سکے تمام اطراف ذوزنقہ ہون

اگر سرے متشابہ شکلین اور ہم وضع ہون تو مجسم

ذوزنقہ مخروطا ناقص ہوگا

اگر سرے قائم الزاویہ ہین تو مجسم ذوزنقہ

فانہ ناقص ہوگا بعض کے نزدیک مجسم ذوزنقہ

اس آخر ہی مجسم کا نام ہے +

(۲۲۲) کرہ وہ مجسم ہے جسکی سطح کا ہر یک نقطہ ایک خاص نقطہ سے برابر فاصلہ پر واقع ہو وہی خاص نقطہ کو مرکز کہتے ہین

کرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہے جو مرکز سے کرہ کے سطح تک کھینچا جائے

قطر کرہ وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز سے کھینچا جائے اور دونو طرف کرہ کی سطح پر ختم ہوتا ہو

کرہ جو کسی سطح سے قطع ہو تو سطح متفاصل دائرہ ہوگی اور اگر سطح مرکز پر گذرتی ہو تو سطح متفاصل دائرہ عظیمہ پیدا کریگی کبھی کرہ کو گولا بھی کہتے ہین گیند اور رانٹی کی گولیان دیکھ لو اوس سے کرہ کی شکل خوب سمجھ مین آتی ہے اور سینے کی گولیان اور بہت سی چیزین ایسی ہین کہ اونکو دیکھکر کرہ کو خوب سمجھ سکتے ہین +

اگر کرہ ایک سطح سے دو حصوں مین منقسم ہو تو ہر ایک حصہ کو قطعہ کرہ کہتے ہین اس قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے جو اوسی سطح اور کرہ کی انقطاع سے پیدا ہوتا ہے

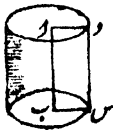
اگر ایک قاعدہ قطعہ پر قطر عمود ہو تو اوسکا حصہ جو قطعہ مین واقع ہوگا اوسکو ارتفاع قطعہ کہتے ہین

منطقہ کرہ وہ حصہ کرہ کا ہے جو دو متوازی سطحون کے درمیان واقع ہو اون سطوح متوازیہ کے فاصلہ عمودی کو ارتفاع منطقہ کہتے ہین +

(۲۲۳) کرہ کی ایک اور طرح ہی تعریف کرتے ہین۔ فرض کرو کہ ا ب س نصف دائرہ ہے اور ا س قطر ہے نصف دائرہ کا غذ یا وصلی کا کتر لو اور ا س کو قائم اور ساکن رکھکے نصف دائرہ کو اوسکے گرد متحرک کرو تو ا ب س کے متحرک ہونیسے ایک مجسم پیدا ہوگا اوسی کو کرہ کہتے ہین +

کچھ ضرور نہین کہ اس ترکیب سے کرہ کی تعریف کرین کیونکہ اوسے اور اچھی طرح تعریف کر سکتے ہین اور اوسی کرہ کا نقش خوب ذہن مین بٹھا سکتے ہین مگر اور مجسمات ہین جنکی تعریف اسی ترکیب سے کیجاتی ہے اسلئے ہم نے یہ ترکیب اول کرہ مین اختیار کی تاکہ اوسکے اور مجسمات کی تعریف سمجھنے مین آسانی ہو +

(۲۲۴) اسطوانہ وہ شکل مجسم ہے کہ ایک قائم الزاویہ کو اپنے کسی ضلع قائم پر چکر دینے سے پیدا ہو +

مثلاً فرض کرو کہ ا ب س د قائم الزاویہ ہے اور ا ب قائم اور ساکن رکہا جائے اور قائم الزاویہ اوسکے گرد چکر لگائے

تو شکل ا ب س د کی چکر دینے سے ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو اسطوانہ مستدیر کہتے ہین ا ب کو محور یا سہم اسطوانہ کہتے ہین

دائرے جو ا د اور س ب کی حرکت سے پیدا ہوتی ہین اونکو اسطوانہ کے سرے کہتے ہین ہر ایک سرے کو قاعدہ اسطوانہ بہی کہہ سکتے ہین +

ناتراشیدہ سرہی قلم خوب اسطوانہ کی مثال ہی اگر اسطوانہ کسی سطح سے جو قاعدہ کی متوازی ہو قطع ہو تو اس سطح اور اسطوانہ کا فصل مشترک دائرہ ہوگا اور اسطوانہ کے جو دو حصے ہونگے اونمین سے ہر ایک اسطوانہ ہوگا اور اس فصل مشترک کو سطح متفاصل بہی کہتے ہین

(۲۲۵) جسکو ہم اسطوانہ کہتے ہین اوسکا پورا نام اسطوانہ مستدیر قائم ہی اس لفظ قائم سے یہ سمجہا جاتا ہے کہ محور اب عمود قاعدہ پر ہی اور لفظ مستدیر سے یہ سمجہا جاتا ہی کہ قاعدہ اوسکا دائرہ ہے اور دورے سے وہ پیدا ہوا ہے اور سوا اس اسطوانہ مستدیر قائم کے اور قسم کے اسطوانے بہی تحقیقات ریاضیہ مین واقع ہوتی ہین - اسطوانہ کو بہت مماثلت ایسی مخروطا سے ہے جسکے قاعدہ کے اضلاع بہت سے ہون اور ہر ایک ضلع نہایت چہوٹا ہو - اسطوانہ مستدیر قائم اوس مخروط قائم سے مشابہت رکہتا ہی جسکے سرے کثیر الاضلاع منتظم ہون مخروط مائل سے تصور اسطوانہ مائل کا سمجہہ مین آسکتا ہے

آیندہ جب فقط اسطوانہ کا لفظ کام مین آئے تو اوس سے مراد ہر ایک قسم کا اسطوانہ ہوسکتا ہی مگر مبتدیون کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط اس لفظ سے قائم اسطوانہ مستدیر سمجہین +

(۲۲۶) مخروط مستدیر وہ شکل مجسمہ ہی جو مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع قائمہ سے کسی ایک ضلع کو ساکن رکہکر مثلث قائم الزاویہ کو اوسپر پورا چکر دینے سے پیدا ہو

مثلاً فرض کرو کہ ا ب س مثلث قائم الزاویہ ہے اور ب اوسمین زاویہ قائمہ ہے ا ب کو ساکن رکہکر اوسپر مثلث کو چکر دو تو اس چکر سے ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو مخروط مستدیر کہتے ہین

ا ح د س ب ی

نقطہ ا کو مخروط مستدیر کا راس اور ا ب کو اوسکا محور اور سہم کہتی ہین اور ب س کی حرکت سے جو دائرہ پیدا ہوتا ہے اوسکو قاعدہ مخروط مستدیر کہتے ہین راس سے قاعدہ کی محیط تک جو خط مستقیم مثلاً ا س کہینچا جائے تو اوسکو مخروط مستدیر کا ضلع مائل اور کبہی اوسکو مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بہی کہتے ہین +

اگر مخروط مستدیر کو ایک سطح قطع کرے اور وہ سطح متوازی قاعدہ کے ہو تو اس سطح اور مخروط مستدیر کی انقطاع سے دائرہ پیدا ہوگا اسکی مثال شکل مین دائرہ ح ہ موجود ہے اور جب مخروط مستدیر قاعدہ کی سطح متوازی سے دو حصون مین منقسم ہوتا ہی تو وہ حصہ کہ راس اور سطح کے درمیان واقع ہو مخروط مستدیر ہوتا ہے لیکن جو حصہ اس سطح اور قاعدہ کے درمیان ہوتا ہے اوسکو مخروط مستدیر ناقص کہتے ہین دفعہ ۲۱۹ دیکھو اور مخروط مستدیر ناقص کا ضلع مائل یا ارتفاع مائل وہ حصہ ضلع مائل مخروط مستدیر کا ہوتا ہے جو سطح متفاصل سے قطع ہو جاتا ہے اسکی مثال شکل مین خط ح س موجود ہے

(۲۲۷) مخروط کے ساتھہ جو الفاظ ہم نے مستدیر اور قائم کے لگائے ہین اوسکی وجہ یہہ ہے کہ مستدیر تو اس سبب سی کہ قاعدہ اوسکا دائرہ ہوتا ہے اور قائم اس سبب سے کہ محور ا ب زاویے قائمے قاعدہ پر بناتا ہے سوا ر مخروط مستدیر قائم کی اور طرحکی بھی مخروطات تحقیقات ریاضیہ مین آتے ہین مخروط دو طرحکی ہوتی ہین ایک مین قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوتا ہے دوسرے مین دائرہ ہوتا ہے اسلئے پہلی مخروط کو مخروط مضلع کہتے اور دوسرے مخروط کو مخروط مستدیر ان دونون مین آپسمین بڑی مماثلت ہی جو مخروط مضلع ایسا ہے کہ اوسکا قاعدہ کثیر الاضلاع منتظم ہے اور مثلثی اطراف سب آپسمین برابر ہین وہ مخروط مستدیر قائم کے مشابہ ہے اور جو مخروط مضلع ایسا ہی کہ اوسکا قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع منتظم نہین ہی اور نہ اوسکی مثلثی اطراف برابر ہین وہ مخروط مستدیر مائل سے بہت مشابہت رکہتا ہے

جب ہم نے لفظ مخروط کا لکہین تو اوس سے ہر قسم کا مخروط مراد ہو سکتا ہی مگر مبتدی کے لئے یہ کافی ہوگا کہ وہ فقط لفظ مخروط سے مخروط قائم سمجھے

(۲۲۸) مجسم حلقہ سے مراد وہ مجسم ہے کہ ایک دائرہ کو خط مستقیم کے گرد جو دائرہ کی سطح مین ہو اور اوس کو قطع نہ کرتا ہو حرکت دینے سے پیدا ہوتا ہو

مثلاً فرض کرو کہ ا ب س دائرہ ہے
اور د ی کوئی خط مستقیم سطح دائرہ مین ہے
اور وہ سطح دائرہ کو نہین کاٹتا ہے
د ی کو ساکن رکھکر دائرہ ا ب س کو
د ی کے گرد حرکت دین تو شکل ا ب س کی حرکت سے ایک مجسم پیدا ہوگا اوسکو حلقہ کہتے ہین

(۲۲۹) مجسم متوازی السطوح کی ہر طرف کو قاعدہ کہہ سکتے ہین - طرف مقابل سے جو عمود اس قاعدہ پر نکالین اوسکو ارتفاع مجسم کہتے ہین

مخروط مضلع اور مستدیر کا ارتفاع وہ عمود ہے جو راس سے قاعدہ پر نکالین

منشور اور اسطوانہ اور مجسم ذو زنقہ اور مجسم ناقص کا ارتفاع وہ عمود ہے کہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک کھینچا جائے ہر سرے کو قاعدہ کہہ سکتے ہین - فانہ کا ارتفاع وہ عمود ہے جو کنارہ کے کسی نقطہ سے قاعدہ پر نکالین

اکیسوین فصل پیمانہ مجسمات

(۲۳۰) جسطرح دفعہ ۱۲۶ مین جدول سطحات پیمانون کی بسط کے ساتھ لکھی ہے اوسیطرح جدول مجسمات کے پیمانون کی توضیح کے ساتھ لکھی جا سکتی ہے مگر فقط یہان اتنی بات کا دیکھ لینا کافی ہے

۱۷۲۸ مکعب انچ کا ایک مکعب فیٹ ہوتا ہے

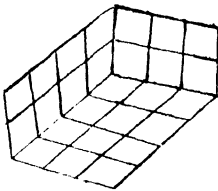
۲۷ مکعب فیٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہے

(۲۳۱) مجسمات اور اوزان کے پیمانون مین جو ربط اور تعلق ہے اوسکا بیان کرنا بھی ضرور ہے گرین کا وزن سطح معین کرتے ہین کہ صاف پانی کا ایک مکعب انچ کا وزن ۲۵۲٫۴۵۸ گرین ہوتا ہے ایک پونڈ اوویرڈیوپو مین ۷۰۰۰ گرین ہوتے ہین - ایک مکعب پانی کا وزن

۱۷۲۸ × ۲۵۲٫۴۵۸ گرین یعنی $\frac{۱۷۲۸ \times ۲۵۲٫۴۵۸ \times ۱۶}{۷۰۰۰}$

یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ۱۲۳،۹۹۷ کی ہے اسلئے عمل مین اکثر یہ کافی ہوتا ہے
کہ ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس حساب مین لگائین
گیلن ایک پیمانہ ہوتا ہی جسمین ۱۰ پونڈ پانی سماتا ہے یعنی ۱۰۰۰۰ گرین بس اس سے معلوم ہوا کہ
گیلن مین ۲۷۷،۲۷۴ مکعب انچ ہونگے اور یہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ہے
۲۷۷،۲۷۴ کے گیلن اکثر عمل مین یہ امر کافی ہوتا ہے کہ گیلن کو ۲۷۷¼ مکعب انچ کے حساب لگالیتے ہین

بائیسوین فصل مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے بیان مین

(۲۳۲) فرض کرو کہ ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ انچ طول مین ۳ انچ عرض مین
اور ۲ انچ ارتفاع مین ہے اب یہ مجسم
سطوح متوازیہ سے جو ایک طرف کے
متوازی ہون ایک ایک انچ کے فاصلہ سے
منقطع ہو تو وہ ۲۴ برابر مجسمون مین منقسم ہو گا
اور ان مجسمون مین سے ہر ایک ایسا مکعب ہو گا
کہ جسکا طول ایک انچ اور عرض ایک انچ اور ارتفاع ایک انچ ہو گا ایسی مکعب کو ایک مکعب انچ کہتے ہین
پس مجسم متوازی السطوح مین ۲۴ مکعب انچ ہوئی اور اس مطلب کو یون ادا کیا کرتے ہین کہ مجسم
متوازی السطوح قائم الزاویہ کی ضخامت ۲۴ مکعب انچ ہے
بجاے لفظ ضخامت کے لفظ جسامت اور حجم کا بھی استعمال کرتے ہین
۲۴ کا عدد کا حاصل ضرب ۴ و ۳ و ۲ کا ہے اور ان اعداد سے طول و عرض و ارتفاع مجسم متوازی السطوح
کا تعبیر ہوتا ہے +
(۲۳۳) اگر ایک مجسم متوازی السطوح کا طول ۸ انچ اور عرض ۷ انچ اور ارتفاع ۵ انچ ہو تو ہم
اوپر کی طرح ثابت کرتے ہین کہ اوسکی جسامت ۸ مکعب انچ کے ست گنی کا آٹھ گنا یعنے
۲۸۰ مکعب انچ ہی - ایسی ہی اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۱۵ انچ طول مین اور ۱۲ انچ

عرض مین اور ۱۰ انچ ارتفاع مین ہو تو جسم کی جسامت ۱ مکعب انچ کی ۱۲ گنی کا ۱۵ گنا ہوگا یعنے ۱۸۰۰ مکعب انچ اور علی ہذا القیاس

(۲۳۴) اسیطرح اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ ارتفاع مین ہو تو جسامت ۲۴ مکعب فٹ ہوگی یعنی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲۴ برابر ایسے مجسمون مین تقسیم ہوگا کہ ہر ایک اونمین سے ایک فٹ لنبا ایک فٹ چوڑا ایک فیٹ اونچا ہوگا اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ گز لنبا ۳ گز چوڑا ۲ گز اونچا ہو تو اوسکی جسامت ۲۴ مکعب گز ہوگی اور علی ہذا القیاس

(۲۳۵) دفعہ ۱۳۱ مین ہم نے ایک اصول عام بیان کیا ہے اوسکو طالب علم یاد کرکے یہ کہیگا کہ مجسمات کی جسامت بیان کرنے کا طریقہ بہی اوسی اصول کے موافق سے یعنے ایک مجسم کو پیمانہ واحد قرار دیتے ہین اور اوس سے اور مجسمات کی جسامتون کا اندازہ کرتے ہین اور حساب لگاتے ہین ۔ مکعب کو پیمانہ واحد ٹھہراتے ہین اوسی جسامتون کے اندازہ کرنے مین نہایت آسانی ہوتی ہے اور یہ مکعب خواہ ایک مکعب انچ ہو یا ایک مکعب فٹ ہو یا ایک مکعب گز ہو یا کوئی اور مکعب ہو

(۲۳۶) پس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرنے کے لئے اول طول عرض ارتفاع کو ایک درجہ کے پیمانون مین تحویل کرنا چاہیئے تو جو اعداد کہ طول عرض ارتفاع کو تعبیر کرین اونکا حاصل ضرب جسامت کو تعبیر کریگا ۔ اگر طول عرض ارتفاع سب انچون مین بیان کیئے جائین تو جسامت مکعب انچون مین تعبیر ہوگی اور اگر طول عرض ارتفاع سب فٹون مین بیان کیئے جائین تو جسامت اوسکی مکعب فٹون مین تعبیر ہوگی اور علی ہذا القیاس

(۲۳۷) دفعہ ۲۳۲ مین جس مثال کو بیان کیا ہی اوسمین جسامت برابر ۴×۳×۲ مکعب انچ کے ہے اب فضا کرو کہ ہم مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو بنائین جو ۴ انچ لنبا اور ۳ انچ چوڑا ہے تو ارتفاع ۲ انچ ہوگا اور قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہوگا پس عدد جس سے کہ جسامت

مجسم کے تعبیر ہوتی ہے حاصل ضرب اون اعداد کا ہی جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین اگر قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو بنائین جسکا طول عرض ۴ و ۳ انچ ہین تو ارتفاع ۳ انچ ہوگا پس اب بھی موافق سابق کے حسامت برابر حاصل ضرب اون اعداد کے ہے جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین - یا ہم قاعدہ مجسم کا اوس قائم الزاویہ کو بنائین جسکا طول عرض ۳ و ۳ انچ ہین تو ارتفاع ۴ انچ ہوگا اور موافق سابق کے حسامت برابر ہی حاصل ضرب اون اعداد کے جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین

(۲۳۸) اب اس سے طالب علم اس بات کو سمجھ جائیگا کہ مجسمات کی حسامتونکو کسطرح بیان کیا کرتے ہین ہم قاعدون کو اختصار کے ساتھ بیان کرینگے مگر اونکے سمجھنے مین طالب علمون کو کچھ دقت نہین واقع ہوگی اگر وہ دفعات گذشتہ کی بیانات کو بخوبی سمجھ گیا ہو

(۲۳۹) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حسامت دریافت کرو

قاعدہ طول عرض ارتفاع سب کو آپسمین ضرب دلو تو حاصل ضرب حسامت ہوگی یا قاعدے کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو تو حاصل ضرب حسامت ہوگی

(۲۴۰) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول ۲ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۱ فٹ ۸ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۳۰ × ۲۰ × ۹ = ۵۴۰۰

پس حسامت ۵۴۰۰ مکعب انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ شکل کے قاعدہ کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع ۳ فیٹ ۶ انچ ہے

۳ فیٹ ۶ انچ = ۳٫۵ فیٹ

۱۸٫۱۵ × ۳٫۵ = ۵۶٫۵۲۵ پس حسامت ۵۶٫۵۲۵ مکعب فیٹ ہے

(۲۴۱) اگر ہمکو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حسامت معلوم ہو اور قاعدہ کا رقبہ

تو جو عدد جسامت کو تعبیر کرتا ہے اوسکو اوس عدد پر تقسیم کرین جو قاعدہ کے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے
تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا اور اسی طرح سے اگر جسامت و ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ
دریافت کر سکتے ہین مگر اس بات کی احتیاط تقسیم کرنے مین رہے کہ جسامت اور قاعدہ اور
ارتفاع کو ہمجانس پیمانون مین تحویل کرین دفعہ ۱۳۲ کو دیکھو

(۲۴۲) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کی جسامت ۵۷۶ مکعب انچ اور قاعدہ کا رقبہ نصف مربع فٹ ہے
ارتفاع دریافت کرو

نصف مربع فٹ = ۷۲ مربع انچ اور $\frac{۵۷۶}{۷۲} = ۸$

پس ارتفاع ۸ انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت ۹ مکعب فیٹ ہے اور ارتفاع ۱ فٹ ۶ انچ ہے
قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

۱ فٹ ۶ انچ = $۱\frac{۱}{۲}$ فیٹ اور $\frac{۹}{۱\frac{۱}{۲}} = \frac{۹}{۱} \times \frac{۲}{۳} = ۶$

پس قاعدہ کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے

(۲۴۳) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ مکعب ہے جسکا طول عرض ارتفاع سب آپس مین برابر ہین
پس مکعب کی جسامت دریافت کرنیکے لئے اوس عدد کو کہ طول کو تعبیر کرتا ہے فی نفسہ ضرب دین
اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد مین ضرب دین پس اس سے معلوم ہوتا ہے کہ عدد کے مکعب سے
جو یہہ مراد ہوتی ہے کہ عدد کو فی نفسہ ضرب دو اور حاصل ضرب کو پھر اوسی عدد مین ضرب دو
تو اوسکی وجہ یہی ہے

(۲۴۴) دفعہ ۲۳۰ مین جو نقشہ لکھا ہے اوسمین جو تعلق مکعب انچ اور مکعب فٹ اور مکعب گز کے درمیان
ہے وہ اس باب کی استعانت سے بہت آسانی سے یاد رہ سکتا ہے مثلاً اول ہی ہم نے
بیان کیا ہے کہ ۱۷۲۸ مکعب انچ ایک مکعب فٹ کو تعبیر کرتا ہے ایک مکعب فٹ

۱۲ انچ لنبا اور ۱۲ انچ چوڑا ۱۲ انچ اونچا ہوگا تو دفعہ ۲۴۳ کی ترکیب کے موافق ایک مکعب فٹ مین

۱۲×۱۲×۱۲ مکعب انچ ہونگے یعنی ۱۷۲۸ مکعب انچ

(۲۴۵) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) ایک دیوار ۲۵ گز طول اور ۱۵ فیٹ بلند اور ۱ فٹ ۱۱ ۱/۴ انچ اتار کی بنانی منظور ہے تو بتاؤ ۹ انچ لنبی ۴ ۱/۲ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی لگینگی

تعداد مکعب انچون کی دیوار مین

۲۵ × ۳ × ۱۲ × ۱۵ × ۱۲ × ۱۲ × ۴۵/۴

اور اینٹ مین ۹ × ۹/۲ × ۳ پہلے عدد کو دوسری پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۰۰۰ نکلے گا پس یہی اینٹون کی تعداد ہے

(۲) ایک ظرف ۱۵ فیٹ ۴ انچ طول مین ۸ فیٹ ۳ انچ عرض مین ہے اور اوسمین پانی بہرا ہوا ہے تو بتاؤ کتنے مکعب فٹ پانی اوسمین سے نکالین کہ ایک فٹ پانی اوتر جائے

پانی کا حجم جو اوس ظرف مین سے نکالا جائے برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہے جو ۱۵ ۱/۳ فیٹ طول مین اور ۸ ۱/۴ فیٹ عرض مین اور ایک فٹ عمق مین ہے اسیواسطے اوسکے حجم مین تعداد مکعب فٹون کی ۴۶/۳ × ۳۳/۴ × ۱ یعنی ۲۳ × ۱۱/۲ یعنی ۱۲۶ ۱/۲ ہے

(۳) ایک مکعب ظرف مین ۱۰۰۰ گیلن پانی ہے اوسکا طول دریافت کرو

ظرف مین ۲۷۷۲۷۴ مکعب انچ ہین پس تعداد انچونکی طول مین اس عدد کے جذر الکعب نکالنے سے دریافت ہوگی اور اوسکا جذر الکعب ۷،۲۶،۳۰ انچ ہے اسلئے یہی ضلع کا طول ہے

(۴) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسپر ڈہکنا نہین ہے طول بیرونی ۴ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ اور گہراؤ ۲ فیٹ اور جس مادہ کا وہ صندوق بنا ہوا ہے ایک نصف انچ موٹا ہے اوس مادہ کے مکعب انچ دریافت کرو

استداد بیرونی انچون مین ۴۸ و ۳۶ و ۲۴ مین در حجامت اوسکی ۴۱۴۷۲ مکعب انچ ہے

اور امتداد اندرونی انچون مین ۴،۴۸ و ۳۵ و ۳۲۳ ۱/۲ مین اسلئے حجامت ۶۵۷۴،۳ ۱/۲ مکعب انچ

پس تفاوت اونمین ۲۸۱۴ ۱/۲ مکعب انچ کا ہی یہی ماحصل مطلوب ہے،

بائیسوین فصل کی مثالین

جن مکعبون کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکے اندر تعداد مکعب فٹون اور انچون کی دریافت کرو

(۱) ۲ فیٹ ۸ انچ (۲) ایک فیدم

(۳) ۱ گز ۱ فٹ ۹ انچ (۴) ایک پول

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر تعداد مکعب فٹ اور انچون کی دریافت کرو

(۵) ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۴ انچ

(۶) ۷ فیٹ ۹ انچ ۴ فیٹ ۱۱ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ

(۷) ۲ گز ۲ فٹ ۱ انچ ۳ فیٹ ۴ انچ ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۸) ۱۰ گز ۹ انچ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ ۲ گز ۸ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر تعداد مکعب فیٹ اور انچون کی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا رقبہ ۱۶ مربع فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۰) قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ارتفاع ۱ گز

(۱۱) قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ۸۰ مربع انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۷ انچ

(۱۲) قاعدہ کا رقبہ ۵ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ہی ارتفاع ۱ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ ہے

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور قاعدے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) حجامت ۱۶ مکعب فیٹ قاعدہ ۸ مربع فیٹ

(۱۴) حجامت ۴ مکعب فیٹ قاعدہ ۳ فیٹ ۴ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین

(۱۵) حجم ۱۲۴ مکعب فیٹ ۱۶۶۸ مکعب انچ قاعدہ ۲۴ مربع فیٹ ۱۴۳ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۹۸ مکعب فیٹ ۸۵۶ مکعب انچ قاعدہ ۳۴ مربع فیٹ ۴ مربع انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے قاعدون کے رقبے دریافت کرو

(۱۷) حجم ۱۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۹ انچ (۱۸) حجم ۹ مکعب فیٹ ۸۴ مکعب انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۱ انچ

(۱۹) حجم ۹۹ مکعب فیٹ ۸۲۸ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۰) حجم ۲۹۶ مکعب فیٹ ۱۴۴ مکعب انچ ارتفاع ۸ فیٹ ۶ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مین گیلن دریافت کرو

(۲۱) ۶ فیٹ ۶ فیٹ ۱ فیٹ۔ (۲۲) ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ

(۲۳) ۷ فیٹ ۴ انچ ۷ فیٹ ۶ انچ ۶ فیٹ ۹ انچ

(۲۴) ۸ فیٹ ۶ انچ ۸ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر جو پانی بہرا جاوے اوسکا وزن ہنڈریڈ ویٹ مین تقریباً بتلاؤ

(۲۵) ۵ فیٹ ۵ فیٹ ۵ فیٹ

(۲۶) ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۳ انچ

(۲۷) ۶ فیٹ ۹ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۸) ۹ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۷ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

(۲۹) ثابت کرو کہ ۶ انچ طول کا مکعب برابر اون تین مکعبون کے مجموعہ کے ہوتا ہی جنکے طول ۳ انچ ۴ انچ و ۵ انچ ہین

(۳۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے ۹۴ جریب ۵۰ کڑی ۱ جریب ۵ کڑی اور ۱۳½ کڑی ہین اوسکی جسامت مین مکعب جریب دریافت کرو

(۳۱) ایک مکان مین ۳ انچ موٹی ۱۰ انچ عرض کی کڑیان دوسو لگین ہین اور وہ سب ملکر ۱۰۰ مکعب فیٹ دسو

تہین تو ہر ایک ٹکڑے کا طول دریافت کرو

(۳۲) ایک دیوار ۹۰ فیٹ طول مین ۱۸ انچ آثار مین ۸ فیٹ بلند ہی تو بتاؤ اوسکے اندر ۹ انچ لنبی ۴ ½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی لگین گی

(۳۳) ایسی کتابین کہ جنمین سے ہر ایک کتاب ۸ انچ لنبی ۵ ½ انچ چوڑی اور ۲ ½ انچ موٹی ہو ۳ فیٹ ۶ انچ لنبے ۲ فیٹ چوڑے ۲ فیٹ اونچے صندوق مین کتنی سمائینگی +

(۳۴) اگر ایک مکعب فیٹ سونے کے سورق ۴۳۲۰۰۰۰۰ مربع انچ پر پہیل جائین تو بتاؤ اوسکا دل کیا ہوگا +

(۳۵) ایک میٹر ۳۹٫۳۷ انچ کا ہوتا ہے تو اوس مکعب مین جسکا ضلع ایک میٹر ہو مکعب فیٹونکی تعداد دریافت کرو +

(۳۶) ایک چٹان ۶ فیٹ طول مین ۲ ½ فیٹ عرض مین ہے اور ۱ ½ فیٹ موٹا ہے اور اوسکا وزن ۲۷ ہنڈریڈ ویٹ ہی تو ۱۰۰ مکعب انچ پتھر کا وزن دریافت کرو +

(۳۷) سنگ مرمر کا ایک مکعب فٹ وزن مین ۲٫۷۱۶ گنا پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن سے ہوتا ہے تو اوس سنگ مرمر کی سل کا کیا وزن ہوگا جو ۹ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۳ انچ عرض مین اور ۲ فیٹ دل مین ہے

(۳۸) ثابت کرو کہ جس مکعب ظرف کا طول ۱۴٫۰۴ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سے پانی کم آئیگا اور جس مکعب ظرف کا طول ۱۴٫۰۵ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سے پانی زیادہ آئگا +

(۳۹) ایک ظرف ۲۴ فیٹ ۸ انچ طول مین ۱۲ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہے اور پانی سے بہرا ہوا ہے تو بتاؤ اوسمین سے کتنے فیٹ پانی نکالین کہ ایک فٹ پانی عمق مین کم ہوجائے +

(۴۰) ایک ظرف مین ۱۳ فیٹ ۶ انچ طول مین ۹ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہے تو بتاؤ اگر اوسمین سے ۲۶۰ گیلن پانی نکالین تو کتنا پانی عمق مین کم ہوجائیگا +

(۴۱) اگر ایک اونس سونے کو کوٹ کاٹ کی ۲۰ مربع گز ورق بنائین تو بتاؤ کتنے ورق:

اکٹھی کرین کہ ایک انچ ضخامت ہو اور ایک مکعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈرڈ ویٹ ۵ ۹ پونڈ ہوتا ہے

(۴۲) ثابت کرو کہ ایک فیدم مکعب پانی کا وزن ۶ ٹن ہوتا ہے +

(۴۳) اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق ڈیوڑہا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم دوسری مجسم کے سہ چند سے بڑا ہوگا +

(۴۴) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق سوایا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے طول عرض عمق سے ہو تو پہلا مجسم دوسرے مجسم کے دوچند کے برابر قریب قریب ہوگا

(۴۵) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول بقدر ایک چھٹے حصہ کے اور عرض بقدر ایک ساتوین حصہ کے اور ارتفاع بقدر ایک آٹھوین حصہ کے زیادہ دوسری مجسم کے طول و عرض و عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم ڈیوڑہا دوسرے مجسم سے ہوگا

(۴۶) ایک صندوق مکعب کے شکل کا ہے اور اوسکا ڈہکنا نہین ہے باہر سے طول اوسکا ۴ فیٹ ہے اور جس لکڑی کا وہ بنا ہوا ہے اوسکی موٹائی ایک انچ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب انچ لکڑی اوسمین لگی ہوئی ہے

(۴۷) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنا ہوا ہے اور اوسکا اوپر کا سرا نہین بنا ہوا ہے اگر طول بیرونی اوسکا ۸ فیٹ اور عرض ۵ فیٹ اور عمق ۴ فیٹ ہو اور جس چیز کا وہ بنا ہوا اوسکی موٹائی آدہ انچ ہو تو اوس چیز کے مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۴۸) ایک بند صندوق کا بیرونی طول عرض عمق ارتفاع ۱۰ انچ اور ۸ انچ اور ۶ انچ ہین اور لکڑی کی موٹائی آدہ انچ ہی جب خالی صندوق کو تولتے ہین تو اوسکا وزن ۱۵ پونڈ ہوتا ہی اور جب ریت بہر کر اوسکو تولتے ہین تو ۱۰۰ پونڈ وزن اوسکا ہوتا ہی تو ایک مکعب انچ لکڑی اور ایک مکعب انچ ریت کا وزن دریافت کرو

(۴۹) ایک انچ موٹی لکڑی کا صندوق بغیر اوپر کی ٹہکنے بنا ہوا ہے اور اوسکا بیرونی طول و عرض اور ارتفاع ۴ فیٹ ۱۰ انچ اور ۲ فیٹ ۵ انچ اور ۱ فٹ ۷ انچ ہی تو بتاؤ صندوق مین کس حجم کی سمائی ہوگی

(۵۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا قاعدہ ایک مربع ہے اور ۳ فیٹ ۴ انچ اونچا ہی اوسکا حجم

۴ مکعب فیٹ ۴۴۰۴ مکعب انچ ہے قاعدہ کا ضلع دریافت کرو

(۵۱) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی دو طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۱۱ مربع انچ ہین اور دو طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۲۴ مربع انچ ہین اور دو طرفین ہین جنمین سے ہر ایک طرف مین ۱ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ تو ثابت کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم ۴ مکعب فیٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہے

ان مثالون مین جذر الکعب نکالا جائیگا

(۵۲) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۲ مکعب فیٹ ہو

(۵۳) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۳۰۰۰ مکعب فیٹ ہو

(۵۴) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ۴۰۰۰ گیلن پانی آتا ہو

(۵۵) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ایک ٹن پانی سماتا ہو

(۵۶) اگر ۱۰۰۰ مکعب انچ ایک قسم کے پتھر کا وزن ۴ پونڈ ہو تو اس پتھر کے اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا وزن نصف ٹن ہو

تیئیسوین فصل مجسم متوازی السطوح و منشور و اسطوانہ کے بیان مین

(۲۴۶) مجسم متوازی السطوح اور منشور اور اسطوانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سطح قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب حجم ہوگا

(۲۴۷) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ ۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۹ انچ = $\frac{3}{4}$ فیٹ   اور $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

پس حجم $3\frac{3}{4}$ مکعب فیٹ ہے

(۲) منشور کا قاعدہ مثلث ہی جسکے اضلاع ۱ فٹ ۱ انچ اور ۱ فٹ ۸ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہین اور ارتفاع ۱ فٹ ۱۰ انچ ہے

اب قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۲۱۵ کے دریافت کرتے ہین

۱ فٹ ۱ انچ = ۱۳ انچ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

$۱۳ + ۲۰ + ۲۱ = ۵۴$ اور $\frac{۵۴}{۲} = ۲۷$

$۲۷ - ۱۳ = ۱۴$ و $۲۷ - ۲۰ = ۷$ و $۲۷ - ۲۱ = ۶$

$۲۷ \times ۱۴ \times ۷ \times ۶ = ۱۵۸۷۶$ پس ۱۵۸۷۶ کا جذر ۱۲۶ ہے

پس مثلث کا رقبہ ۱۲۶ مربع انچ ہے

۱ فٹ ۱۰ انچ = ۲۲ انچ

$۱۲۶ \times ۲۲ = ۲۷۷۲$ پس منشور کا حجم ۲۷۷۲ مکعب انچ ہے

(۳) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے اور ارتفاع ۱۶ انچ ہے

قاعدہ کا رقبہ مربع انچون مین $= ۵ \times ۵ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۷۸٫۵۴$

$۷۸٫۵۴ \times ۱۶ = ۱۲۵۶٫۶۴$

پس حجم ۱۲۵۶٫۶۴ مکعب انچ ہے

(۲۴۸) اگر ہمکو مجسم متوازی السطوح یا منشور یا اسطوانہ کا حجم معلوم ہو اور نیز اونکے قاعدہ کا رقبہ بہی تو جو عدد کہ حجم کو تعبیر کرتا ہے اوسکو اوس عدد پر کہ قاعدہ کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرنیسے ارتفاع معلوم ہوگا اور علی ہذا القیاس اگر حجم اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ معلوم ہوسکتا ہے

(۲۴۹) مثالین

(۱) ایک منشور کا حجم ایک مکعب فیٹ ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۰۸ مربع انچ ہے ارتفاع دریافت کرو

$\frac{۱۷۲۸}{۱۰۸} = ۱۶$ پس ارتفاع ۱۶ انچ ہے

(۲) اسطوانہ کا حجم ۲۰۰۰ مکعب انچ ہے اور ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ ہی قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

$\frac{۲۰۰۰}{۵۰} = ۴۰$ پس قاعدہ کا رقبہ ۴۰ مربع انچ ہے

(۲۵۰) دفعہ ۲۴۶ کا قاعدہ وہی ہے جو دفعہ ۲۲۹ مین دوسرا قاعدہ بیان ہوا ہی اس تطبیق کی دلیل بیان کرنی مناسب ہوگی - ہم کو یہ خیال ہی کہ مبتدی کو دفعہ ۲۳۲ کے عمل سے بالکل یقین ہوگیا ہوگا کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ پر یہ قاعدہ حاوی ہے اب ہم اس بات کو ثابت کرین گے کہ منشور قائم اور اسطوانہ مستدیر پر بہی یہی قاعدہ حاوی ہے

(۲۵۱) دفعہ ۲۹ کی شکل کی طرف متوجہ ہو فرض کرو کہ دو منشور ہین جنکا ارتفاع ایک ہی ہے ایک کا قاعدہ مثلث اب س ہے اور دوسرے کا قاعدہ مستطیل اب د ی ہی دفعہ ۲۹ کی ترکیب سے ہم ثابت کرسکتے ہین کہ منشور جو مثلث پر ہے وہ اوس منشور سے جو مستطیل پر ہے نصف ہے اسی معلوم ہوا کہ دفعہ ۲۴۶ کا قاعدہ منشور قائم پر جسکا قاعدہ مثلث ہے حاوی ہے اسواسطے قاعدہ اوس منشور قائم پر بہی حاوی ہے جسکا قاعدہ شکل مستقیمۃ الاضلاع ہے کیونکہ ایسا قاعدہ مثلثون مین تقسیم ہوسکتا ہے اور منشور ان مثلثون کے مطابق ایسی منشورون مین تقسیم ہوگا کہ جنکی قاعدے مثلث ہین اور جب ہر ایک منشور کا قاعدہ مثلث ہوا تو اوسپر قاعدہ مذکور حاوی ہوگا اسے ہم یہ سمجھتے ہین کہ منشور قائم کا حجم جسکا ارتفاع معین ہو قاعدے کے رقبہ پر موقوف ہوتا ہی کچہہ اوسکی شکل پر منحصر نہین ہوتا اسسے ظاہر ہوتا ہی کہ قاعدہ اوس صورت پر بہی حاوی ہے کہ قاعدہ منشور کا دائرہ ہو یعنی مجسم اسطوانہ مستدیر ہو اور اسی ہم یہ نتیجہ استخراج کرتے ہین کہ یہ قاعدہ صرف اسطوانہ مستدیر ہی پر حاوی نہین ہے بلکہ اور مجسمات پر بہی جنکو روزمرہ کی بول چال مین اسطوانہ مستدیر نہین کہتے ہین مثلاً ستون و کنوان وغیرہ

(۲۵۲) مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع پہلی مجسم کے قاعدہ اور ارتفاع کی برابر ہو اسی بنا پر قاعدہ جو منشور قائم اور اسطوانہ قائم کیواسطے ہی وہی منشور مائل کے لئے ہی - یہہ شکل دفعہ ۲۸ کی شکل کی متماثل ہے اور اثبات کا طریقہ بہی اوسیکا اثبات کے متشابہ ہی فقط اتنا فرق ہے کہ دفعہ مذکور مین رقبہ کو زیادہ کرتی تہی اور اوسکی برابر کے رقبہ کو تفریق کرتے تہے یہان ایک حجامت کو زیادہ

کرینگے اور اوسکے برابر کی حجامت کو تفریق کرینگے

(۲۵۳) بعض مثالین بطور مشق کے ہم حل کرتے ہین

(۱) ایک انچ مکعب دہات کا تار ۱/۱۰ انچ موٹا کہینچا گیا ہے اوسکا طول بتاؤ

ظاہر ہے کہ تار ایک اسطوانہ ہی جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱/۲۰ انچ ہے پس قاعدہ کا رقبہ انچ مربعوں مین

= ۳٫۱۴۱۶/۴۰۰ = ۰۰۷۸۵۴ اور چونکہ حجامت ایک مکعب انچ ہے

اسواسطے ا کو ۰۰۷۸۵۴ پر تقسیم کرو تو تار کا طول ۱۲۷٫۳ انچ دریافت ہوگا

(۲) ایک مجوف اسطوانہ ہے اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور سطح اندرونی کا نصف قطر ۳ انچ ہے اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہے اوسکی حجامت دریافت کرو

اسطوانہ مجوف سے مراد یہ ہے کہ اوس اسطوانہ مین سے ایک اور ایسا اسطوانہ نکال لین جسکا ارتفاع پہلے اسطوانہ کی برابر ہو اور محور ہی اوسکا پہلے اسطوانہ کا محور ہو یا متوازی پہلے اسطوانہ کی محور کا ہو ایسے مجسمات کو اکثر نلی یا نل یا انابیب کہتے ہین

بموجب دفعہ ۲۳۰ قاعدہ کا رقبہ مربع انچ مین = ۷×۱×۳٫۱۴۱۶ = ۲۱٫۹۹۱۲ اور ارتفاع ۶۰ انچ ہی

اسیواسطے حجامت مکعب انچون مین = ۶۰×۲۱٫۹۹۱۲ = ۱۳۱۹٫۴۷۲

(۳) اسطوانہ کا ارتفاع برابر قاعدے کے نصف قطر کے ہو اور حجامت اوسکی ۵۰۰ مکعب انچ ہو ارتفاع دریافت کرو

چونکہ ارتفاع اور نصف قطر قاعدہ کا آپسمین برابر ہین تو حاصل ضرب ۳٫۱۴۱۶ اور نصف قطر کی تعداد انچ کے مکعب کا برابر ۵۰۰ کے ہوا اوس سے معلوم ہوا کہ نصف قطر کے مکعب انچون کی تعداد

= ۵۰۰/۳٫۱۴۱۶ = ۱۵۹٫۱۵ اور جذر الکعب نکالنے سے ۵٫۴۱۹ حاصل ہوتے ہین پس نصف قطر تقریباً ۵٫۴۲ انچ ہے

تیئسوین فصل کی مثالین

جن منشورون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹ اور انچ مین دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ ہے

(۲) قاعدہ ۱۵ مربع فیٹ ۱۳۵ مربع انچ ہے ارتفاع ۳ فیٹ ۱۱ انچ ہے

(۳) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۵ مربع انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ انچ ہے

(۴) قاعدہ ۳۵ مربع فیٹ ۱۲۳ مربع انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ

جن مثلثی منشورونمین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی حجامت مین مکعب فیٹ اور مکعب انچ دریافت کرو

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۷ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین ارتفاع ۵۴ انچ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۱۶ و ۲۵ و ۳۹ انچ ہین ارتفاع ۵۲ انچ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۳ و ۴۰ و ۵۱ انچ ارتفاع ۵۸ انچ

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۵ و ۳۳ و ۵۲ انچ ارتفاع ۶۲ انچ

جن اسطوانون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی حجامت مکعب فٹون اور اونکی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۷ انچ ہے

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۲ انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۹ انچ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۴½ انچ

جن منشورون کی حجامتین اور قاعدے معلوم ہین اونکی ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) حجامت ۱۸ مکعب فیٹ ۸۰ مکعب انچ قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۱۰۰ مربع انچ

(۱۴) حجامت ۲۸ مکعب فیٹ ۵۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰۳ مربع انچ

(۱۵) حجامت ۲۶ مکعب فیٹ ۹۴۴ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ

(۱۶) حجامت ۵۶ مکعب فیٹ ۲۸۷ مکعب انچ قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۱۱۸ مربع انچ

جن اسطوانون کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے قاعدون کے نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) حجم ۱۰۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ

(۱۸) حجم ۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ ½ انچ

(۱۹) حجم ۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۴ ½ انچ

(۲۰) حجم ۱۰۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

جن ظروف اسطوانہ کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین او نمین بتاؤ کہ کتنی گیلن پانی سمائیگا

(۲۱) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ارتفاع ۲۰ انچ

(۲۲) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱ انچ ارتفاع ۴ فیٹ

(۲۳) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۲۴) قاعدہ کا نصف قطر ۰ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۲۵) ایک منشور کا ارتفاع ۲۴ فیٹ ہے قاعدہ ذوزنقہ ہے اوسکے اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ جدا جدا ہین اور فاصلہ اونکے درمیان ۵ فیٹ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

(۲۶) جین کی دیوار ۱۵۰۰ میل لمبی ۲۰ فیٹ اونچی ۱۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہے اور ۵ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے تو بتاؤ اوسمین کتنے مکعب گز مصالح لگا ہوا ہے

(۲۷) ایک خندق ۱۰۰۰ فیٹ لمبی ۸ فیٹ گہری ۱۲ فیٹ چوڑی نیچے سے اور ۲۰ فیٹ چوڑی اوپر سے کہدی ہے تو بتاؤ اوسکے کہودنے مین کتنے مکعب فیٹ مٹی نکلی ہوگی

(۲۸) ایک خندق ۴۰ فیٹ لمبی ۶ فیٹ گہری اور ۱ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۸ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اور پانی اوسمین بہرا ہوا ہے تو اوسمین کتنے گیلن پانی ہوگا

(۲۹) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۲۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اور اوسکے کہودنے سے ۲۵۰۰۰ مکعب فیٹ مٹی نکلی ہے تو بتاؤ اوسکا طول کتنا ہے

(۳۰) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ۵ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۴ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اگر اوسمین ۱۰۰۰۰ گیلن پانی آتا ہو تو اوسکا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک کنوان ۴ فیٹ قطر کا ۳۰ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ مٹی کہودین

(۳۲) ایک کنوان ۴ فیٹ قطر کا ۱۹ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہین تو بتاؤ کتنی مکعب فٹ مٹی کہود دین

(۳۳) ایک محراب دار پل زمین کے اندر ۱۰۰ گز لنبا بنانا منظور ہے اور محراب نصف دائرہ کی شکل کی ہے اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنے مکعب گز مٹی کہودی جاوے

(۳۴) ایک سکہ کا ۳/۴ انچ قطر ہے اور ۱/۸ انچ موٹا ہے تو بتاؤ ایسے سکے کتنے گلائین کہ ایک ایسا مکعب بنجاوے جسکا کنارہ ۳ انچ ہو

(۳۵) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ہے اور اوسکا عمق ۳۰ فیٹ ہے اور ۲ روپئی فی مکعب گز کہدائی ہے تو بتاؤ اوسکی کہدائی مین کیا صرف ہوگا

(۳۶) کنوے کا قطر ۶ فیٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا عمق ۴۰ فیٹ ہے اور ۲ روپائی فی مکعب گز کہدائی ہے تو اوسکی کہدائی مین کیا خرچ ہوگا

(۳۷) کنوے کا قطر ۴ فیٹ ۳ انچ اور اوسکا عمق ۵۴ فیٹ ہے اور ۳ روپائی فی مکعب گز کہدائی ہے تو بتاؤ اوسکی کہدائی مین کیا خرچ ہوگا

(۳۸) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو بتاؤ ۶ انچ سوراخ کی بندوق کا کیا طول کہین کہ ۱۰ پونڈ بارود اوسمین سماوے

(۳۹) ایک مکعب فٹ پیتل کا تار ۱/۴ انچ قطر کا کہینچا گیا ہے تو بتاؤ اوسکا طول کیا ہے

(۴۰) ایک مکعب فٹ پیتل کا تار ۰.۰۲۵ انچ موٹا کہینچا گیا ہے اوسکا طول دریافت کرو

(۴۱) ایک اسطوانہ مجوف کا نصف قطر سطح اندرونی کا ۵ انچ اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۶ انچ ہے اور ارتفاع اوسکا ۷ فیٹ ہے حجامت اوسکی دریافت کرو

(۴۲) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح بیرونی کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۲ انچ ہے اور ارتفاع ۹ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۴۳) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح اندرونی کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۳ انچ اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۴۴) ایک لوہے کے نل کا سوراخ ہے اور ½ انچ موٹا ہے اور ۲۰ فیٹ لمبا ہے اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو فرض کرو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴،۲۶۵ اونس ہے

(۴۵) ایک سیسی کے نل کا طول ۱۲ فیٹ ہے اور اوسکا سوراخ ۱ ½ ہے اور اوسکی موٹائی ½۱ انچ اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسی کا وزن ۶،۶۰۴ اونس ہے

(۴۶) ایک سیسی کا نل ہے اوسکا سوراخ ۲ انچ ہے اور نصف انچ موٹا ہے اور ۴ گز لمبا ہے اور قیمت اوسکی ۲ ½ پنس فی پونڈ ہے اور ایک مکعب فٹ سیسی کا وزن ۱۱۴۱۲ اونس ہے بتاو اوس نل کی قیمت دریافت کرو

(۴۷) ایک سلاخ لوہی کی مربع کی شکل ہے اور ضخامت اوسکی ایک انچ ہے اور ۱۰ ½ پونڈ وزن مین ہے اگر اسی طول کی اور موٹائی کی گول سلاخ بنائی جائے تو بتاو اوسکا وزن کیا ہوگا

(۴۸) ایک مثلثی منشور کا ہر ایک کنارہ ۱۰ انچ طول مین ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۴۹) ایک منشور کا قاعدہ مسدس منتظم ہے اور ہر ایک کنارہ منشور کا ۱ فٹ ہے منشور کی حسامت دریافت کرو

(۵۰) ایک سیسے کے نل کا اندرونی قطر ۱ ½ انچ ہے اور بیرونی قطر $1\frac{9}{16}$ انچ ہے اگر نل گلایا جاے اور نل کے طول کی برابر ٹھوس نل بنایا جائے تو اوسکا نصف قطر کیا ہوگا

(۵۱) ایک درخت کا تنہ اسطوانہ قائم ہے ۶ فیٹ قطر کا ہے اور ۲۰ فیٹ بلند ہے تو بتاو اگر اس تنہ کو چھیل کر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جسکا قاعدہ مربع ہو بنایا جائے تو جتنی لکڑی اوسمین باقی رہے اوسکا حجم دریافت کرو

ذیل کی مثالوں مین جذر المکعب نکالا جایگا۔

(۵۲) قاعدہ منشور مثلثی کے اضلاع ۵۲ و ۵۱ و ۲۵ انچ جدا جدا ہین اور ارتفاع ۳۰ انچ ہے تو اوسکے برابر حجم کے مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۳) اسطوانہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ۹ انچ ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۳ انچ ہے تو اوسکے برابر مکعب کا طول دریافت کرو

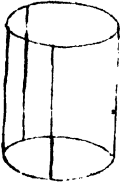
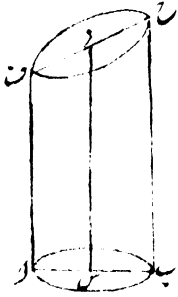
(۵۴) فرض کرو کہ سورن کا قطر ⅞ انچ ہے اور ⅛ انچ موٹائی ہے اگر ۱۰۰۰۰ سورن

گلائین اور اوسکا مکعب بنائین تو مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۵) اسطوانہ کا ارتفاع ۰ اگنا قاعدہ کے نصف قطر سے ہی اور اوسکا حجم ۲۵ مکعب فیٹ ہے اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۵۶) ایک ظرف اسطوانہ کی شکل کا ہی اور اوسکا ارتفاع آدہا اوسکے قاعدہ کے نصف قطر سے ہی اور اسطوانہ مین ایک گیلن پانی سماتا ہے اوسکا نصف قطر دریافت کرو

چوبیسوین فصل قطعہ اسطوانہ قائم اور حلقہ مجسم کے بیان مین

(۲۵۴) اسطوانہ کے بعض قطعات اس طرح کی ہوتی ہین کہ اونکا حجم بہت سیدہے سادے قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہے اب اس بات کو ہم دکھا دینگے اور بتلا دینگے

(۲۵۵) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ قائم دو حصوں مین ایک سطح سے جو متوازی محور کی ہی قطع کیا جاے تو ہر ایک قطعہ کا قاعدہ قطعہ دائرہ ہوگا اسلئے ہر ایک قطعہ اسطوانہ کا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۴۶ کے دریافت ہوگا

(۲۵۶) اگر ایک اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ اسطوانہ سے نملتی ہو قطع کرے اور فرض کرو کہ ایک مجسم پیدا ہوا اور خط مستقیم س د مرکز قاعدہ سے زاویہ قائمہ بناتا ہوا قاعدہ پر نکالا جاے اور سطح سے ملے اور اوسکا نام ارتفاع مجسم ہو تو ایسے مجسم کی حجامت دریافت کرینگا یہی قاعدہ ہی جو دفعہ ۲۴۶ مین بیان ہوا

اس مجسم کی ارتفاع کو یہ کہہ سکتے ہین کہ وہ حصہ محور اسطوانہ کا ہی جو د س ن کے درمیان واقع ہے +

(۲۵۷) قاعدہ گذشتہ یون صحیح ثابت ہوسکتا ہی کہ اگر ایک سطح نقطہ د سے متوازی قاعدہ اسطوانہ کے نکالین تو اوس سے ایک فانہ کی شکل کا حصہ جدا ہوگا یہ حصہ اس سطح سے باقیماندہ مجسم کے ساتھ ترتیب پاسکتا ہی کہ ایک اسطوانہ مستدیر ایسا بنجائیگا جسکا ارتفاع س د ہو

(۲۵۸) دفعہ ۲۵۶ کی شکل مین آسانی سے اس بات کو دیکھ سکتے ہین کہ س د نصف مجموع

ح اور ح ب کا ہی یعنی ارتفاع برابر ہے نصف مجموعہ ا وس بڑے سے بڑے خط مستقیم اور چھوٹے سے چھوٹے خط مستقیم کے ہی جو متوازی محور اسطوانہ کی مجسم پر کھینچ سکتے ہین دفعہ ۱۶۳ دیکھو +

(۲۵۹) اسطوانہ مستدیر قائم دو سطحون سے قطع کیا جائے اور سطحین محور پر مائل ہون اور آپسمین ملتے ہون تو جو مجسم پیدا ہوگا اوسکی حسبامت اسطرح دریافت ہوتی ہی کہ قاعدہ اسطوانہ کو ارتفاع مجسم مین ضرب دو بیان ارتفاع مجسم سے مراد محور اسطوانہ مستدیر کا اوس حصہ سے ہی جو کہ مجسم کے دونو سرونکے درمیان ہو یہ قاعدہ اسطرح استخراج ہوتا ہے کہ مجسم جو اسطرح پیدا ہوگا وہ اون دو مجسمون کے تفاوت سے پیدا ہوتا ہے جسکا ذکر دفعہ ۲۵۶ مین ہوا ہے

(۲۶۰) فرض کرو کہ دفعہ ۲۵۶ کی شکل جس مجسم کو تعبیر کرتی ہے وہ یہانتک موڑا جائے کہ ف اور ا ملجائین تو ایک مجسم متشابہ حلقہ مجسم کے پیدا ہوگا پس حلقہ مجسم کی تعریف اسطرح بیان کر سکتے ہین کہ وہ مجسم ہے جو اسطوانہ کو اسطرح موڑنے سے پیدا ہوتا ہے کہ اوسکے دونو سرے ملجائین یہ بالکل ٹھیک نہین ہے مگر اسسے قاعدہ مفصلہ ذیل کی توضیح خوب ہوتی ہے

(۲۶۱) حلقہ مجسم کی حسبامت دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی تراش مدور کے رقبہ کو طول حلقہ مین ضرب دو (تراش کی جگہہ فصل کے لفظ کو لکھہ سکتے ہین) بعض اوقات تراش مدور سے ترچھی تراش مراد ہوتی ہے

حلقہ کے طول سے اوس دائرہ کا محیط مراد ہی جسمین مرکز تمام ترچھی تراشون کے واقع ہون اور وہ حلقہ کے حدود اندرونی اور بیرونی کے نصف مجموعہ سے تعبیر ہو سکتا ہے دفعہ ۲۵۸ دیکھو +

(۲۶۲) مثالین

(۱) ایک حلقہ کی تراش مدور کا نصف قطر ایک انچ ہے اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے حلقہ کی تراش مدور کا رقبہ ۳٫۱۴۱۶ مربع انچ ہے اسیواسطے حسبامت حلقہ کی مکعب انچون مین ۱۰ × ۳٫۱۴۱۶ یعنی ۳۱٫۴۱۶ ہے

(۲) حلقہ کے دائرہ اندرونی کا قطر ۶ انچ اور بیرونی کا ۸ انچ ہے +

ان قطرون کا فرق تراش مدور کی قطر سے دو چند ہی اسواسطے تراش مدور کا نصف قطر ۲½ انچ ہی
اور حلقہ کی حد بیرونی ۳٫۱۴۱۶×۷ انچ ہی اور حد اندرونی ۳٫۱۴۱۶×۸ انچ ہے اور ان عددونکا
نصف مجموعہ ۲۳٫۵۶۲ انچ ہے اسیواسطے یہی حلقہ کا طول ہے

پس حجم حلقہ کا مکعب انچون مین = ۱۹٫۶۳۵×۲۳٫۵۶۲ = ۴۶۲٫۶۴ تقریباً

چوبیسوین فصل کی مثالین

(۱) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے حاصل تفریق حد بیرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے
(۲) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہے مجموعہ حد اندرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے
جن حلقون کی تعداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مکعب انچ مین دریافت کرو
(۳) طول ۲۰½ انچ ترچھی تراش کا نصف قطر ⅛ انچ ہے
(۴) طول ۷۰ انچ ہے ترچھی تراش کا قطر ۱٫۰ انچ ہے
(۵) قطر بیرونی ۸٫۳ انچ ہے اور قطر اندرونی ۲٫۴ انچ
(۶) قطر اندرونی ۳٫۱۲ انچ اور قطر ترچھی تراش کا ۲٫۳ انچ ہے
(۷) قطر بیرونی ۱۹ انچ اور ترچھی تراش کا قطر ۳½ انچ ہے
(۸) حد بیرونی ۱۵ انچ اور ترچھی تراش کا محیط ۶٫۱ انچ ہے
(۹) حلقہ کا حجم ۸۰۰ مکعب انچ ہی اور ترچھی تراش کا نصف قطر ۱٫۲ انچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو
(۱۰) ایک حلقہ کا حجم ۱۰۰ مکعب انچ ہی اور طول ۲۰ انچ ہی اوسکا نصف قطر اندرونی دریافت کرو

پچیسوین فصل مخروط مضلع اور مخروط مستدیر کے بیان مین

(۲۶۳) مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

قاعدہ۔ قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو
حاصل ضرب کی تہائی حجم ہوگا

(۲۶۴) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ۶ انچ ہی اور مخروط کا ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے

۳ فیٹ ۶ انچ = ۳ ½ فیٹ

۳ فیٹ ۹ انچ = ۳ ¾ فیٹ

$۳\frac{۱}{۲} \times ۳\frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲} \times \frac{۷}{۲} = \frac{۴۹}{۴}$

$\frac{۱}{۳} \times \frac{۴۹}{۴} \times \frac{۱۵}{۴} = \frac{۵ \times ۴۹}{۴ \times ۴} = \frac{۲۴۵}{۱۶} = ۱۵\frac{۵}{۱۶}$

پس حجم $۱۵\frac{۵}{۱۶}$ مکعب فیٹ ہی

(۲) مخروط مستدیر کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۸ انچ ہے

۱۰ × ۱۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶

$\frac{۱}{۳}$ × ۱۸ × ۳۱۴٫۱۶ = ۶ × ۳۱۴٫۱۶ = ۱۸۸۴٫۹۶

پس حجم ۱۸۸۴٫۹۶ مکعب فیٹ ہی

(۲۶۵) اگر ہمکو مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم اور قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو تو جو عدد حجم کو تعبیر کرتا ہو اوسکے سہ چند کو اوس عدد پر جو قاعدہ کے رقبہ کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرو تو ارتفاع دریافت ہو جائیگا اور علی ہذا القیاس اگر ارتفاع اور حجم معلوم ہون تو اوسسے قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا

(۲۶۶) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا حجم ایک مکعب گز ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہی ارتفاع دریافت کرو

ایک مکعب گز = ۲۷ مکعب فیٹ $\frac{۲۷ \times ۳}{۱۸} = \frac{۹}{۲} = ۴\frac{۱}{۲}$

پس ارتفاع ۴ ½ فیٹ ہی

(۲) ایک مخروط مستدیر کا حجم نصف مکعب فیٹ ہے اور اوسکا ارتفاع ۲۷ انچ قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

نصف مکعب فیٹ = ۸۶۴ مکعب انچ $\frac{۸۶۴ \times ۳}{۲۷} = ۹۶$

پس قاعدہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہے

(۲۶۷) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور اوسکا ہر ایک ضلع چایش مین ۱۰ فیٹ ہے اور چارون کنارون مین سے جو راس پر ملتی ہین ہر ایک کنارہ کا طول ۱۸ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

اول ہم مخروط مضلع کا ارتفاع دریافت کرتے ہین

فرض کرو کہ ا ب س د قاعدہ ہے اور مخروط کا راس ی ہے اور مخروط کا ارتفاع ی ت ہے

یعنی نقطہ ی سے عمود قاعدہ پر ہے تو ت نقطہ وسط قطر ا س کا ہوگا

اب بموجب دفعہ ۵۵ کے ا س مین تعداد فٹون کی ۱۴۱۰ ہی پس ا ت مین تعداد فٹون کی ۷٫۰۷۱۰۵ ہے مثلث قائم الزاویہ ا ی ت مین وتر ا ی ۱۸ فیٹ ہی اور تعداد فٹون کی ا ت مین ۵۰ ہے اسیواسطے بموجب دفعہ ۶۰ کے فٹون کی تعداد ی ت مین ۳۲۴ - ۵۰ کا جذر ہے یعنی ۲۷۴ کا جذر ہے یعنی ۱۶٫۵۵۲۹۴۵۴ ہے

پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

$$= \tfrac{1}{3} \times ۱۶٫۵۵۲۹۴۵۴ = ۵۵۱٫۷۶۴۸۴$$

(۲) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور طول اوس خط کا جو قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین ملایا جاوے ۱۳ فیٹ ہی حجم دریافت کرو

اول ارتفاع مخروط کی تحقیق کرنا چاہیے دفعہ گذشتہ کی شکل مین فرض کرو کہ ح نقطہ وسط ضلع ا د کا ہے تو ی ح ۱۳ فیٹ ہوگا اور ح ت برابر ۵ فیٹ کے ہی

اسیواسطے بموجب دفعہ ۶۰ کے ی ت مین فٹون کی تعداد ۱۶۹ - ۲۵ کا جذر ہے یعنی ۱۴۴ کا جذر یعنی ۱۲ پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

$$= \tfrac{1}{3} \times ۱۰۰ \times ۱۲ = ۴۰۰$$

ی ح کو بھی مخروط کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہین

(۳) ایک مکعب کا کونا ایک سطح سے قطع کیا گیا ہے اور وہ کنارون کے نقطہ مشترک سے ۳ و ۴ و ۵ انچ کے فاصلہ پر کنارون سے ملتی ہے تو حصہ مقطوعہ کا حجم دریافت کرو

جو حصہ قطع ہوا ہے وہ مخروط مضلع مثلثی ہے اور اوسکا قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہے جسکے زاویہ قائمہ کے اضلاع ۳ و ۴ انچ ہین تو مخروط کا ارتفاع ۵ انچ ہے

اسے معلوم ہوا کہ مخروط کا حجم مکعب انچون مین = $\frac{1}{3} \times \frac{3 \times 4}{2} \times 5 = 10$

پچیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مضلع مین ہتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم فٹون اور انچون در یافت کرو

(۱) قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰۲ مربع انچ ہے ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ

(۲) قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۷۶ مربع انچ ارتفاع ۳ فیٹ ۷ انچ

(۳) قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ

(۴) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۲۱ مربع انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۱ انچ

جن مخروطات مثلثی مین ہتداد مفصلہ ذیل معلوم ہون اونکا حجم مکعب فٹون اور اوسکی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۴ و ۵ و ۶ فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۷ و ۹ و ۱۱ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۵ و ۱۹ و ۲۰ فیٹ ارتفاع ۲۲ فیٹ

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۳ و ۲۷ و ۳۰ فیٹ ارتفاع ۴۲ فیٹ

جن مخروطات مستدیر کے ہتداد بہ تفصیل ذیل ہین اونکا حجم مکعب فٹون اور مکعب فٹ کی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۲ و ۴ فیٹ ارتفاع ۳ و ۵ فیٹ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

جن مخروطات کا حجم اور قاعدے معلوم ہون اونکے ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) حجم ۷۰۹۲ مکعب فیٹ ۱۳۶۰ مکعب انچ ہی قاعدہ ۲ مربع فیٹ ۱۴۳ مربع انچ

(۱۴) حجم ۳۳ مکعب فیٹ ۱۳۰۹ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۸۰ مربع انچ

(۱۵) حجم ۱۹ مکعب فیٹ ۹۲ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۲۱ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۱۴ مکعب فیٹ ۵۲ مکعب انچ قاعدہ ۱۰ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ

جن مخروطات مستدیرکے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے قاعدونکی نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) حجم ۴.... مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۸) حجم ۴۰ مکعب انچ ارتفاع ۲،۵۳ فیٹ

(۱۹) حجم ۶۰۷ مکعب فیٹ ارتفاع ۵،۴۵ فیٹ

(۲۰) حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۲۴،۶ فیٹ

(۲۱) اطراف مخروط مضلع کے مربع قاعدہ پر مثلث متساوی الاضلاع ہین اور مثلث کا ضلع ۱۲۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۲) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اونکا ہر ایک ضلع ۲۰۰ فیٹ ہی اور جو کنارے راس پر ملتے ہین اونمین سے ہر ایک ۱۵۰ فیٹ ہی

(۲۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی جسکا رقبہ ۲۰،۲۵ مربع فیٹ ہی اور کنارے جو راس پر ملتے ہین اونمین سے ہر ایک ۲۰ ۳/۴ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۴) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہی جسکا طول عرض ۸۰ فیٹ اور ۶۰ فیٹ ہے اور ہر ایک کنارہ جو راس پر ملتا ہے ۱۳۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی ہر ایک ضلع اوسکا ۴ فیٹ ہی اور اوسکے ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین خط مستقیم وصل کیا گیا ۵،۲۱ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۶) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع اوسکا ۱۲ فیٹ ہی اور قاعدہ کے کسی ضلع کی نقطہ وسط اور راس مخروط مین خط ملایا گیا طول مین ۲۵ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۷) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہی جسکا طول عرض ۱۲ فیٹ اور ۲۰ فیٹ ہے اور قاعدہ کے بڑے ضلعون مین کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا گیا ۲۳٫۳ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۸) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہے اور قاعدہ کے اضلاع خورد مین سے کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا جاوے تو اوسکا طول ۲۴ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۹) مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۰ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۳۰) مخروط مستدیر کو ایک سطح متفاصل اوس کے قاعدہ پر عمود ہوکر تراشتی ہے اور اس تراش سے مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتا ہی جسکا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ہی تو مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۴۱ فیٹ ہی اور ارتفاع ۴۰ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۵.۵ فیٹ ہی اور ارتفاع ۲۴ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۳) مخروط مستدیر کی شکل کا ایک ظرف جسکی قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۷ فیٹ ہی تو بتاؤ اسمین کے گیلن پانی آئیگا

(۳۴) ایک گلاس مخروطی اوپر سے ۳ انچ چوڑا ہی اور ۳ انچ گہرا ہی تو بتاؤ کہ مکعب انچ شراب وسمین آئیگی

(۳۵) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۶ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۶) مخروط مستدیر ۳ فیٹ اونچا ہے اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ہی اوسکو زمین پر رکھا اور اوسپر ریت ڈالنی شروع کی یہانتک کہ ایک مخروطی ڈہیرہ ۰ فیٹ اونچا ۲۰ فیٹ محیط کا بن گیا تو بتاؤ کہ کتنے مکعب ریت ڈالی گئی

(۳۷) مخروط مستدیر کا حجم ۲۲ ۱/۲ مکعب فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۹ فیٹ ہے ارتفاع دریافت کرو

(۳۸) ایک مسدس کمرہ ہی ہر ایک ضلع اوسکا طول مین ۲۰ فیٹ ہے اور دیوارین اوسکی ۳۰ فیٹ اونچی ہین اور پہر ان دیوارون پر ایک گنبد مسدس مخروط کی شکل کا ۱۵ فیٹ اونچا بنا ہوا ہے تو بتاؤ اوس کمرہ مین کتنی مکعب فٹ ہین

(۳۹) ایک مکعب ہے اوسکا ضلع ۲۰ فیٹ ہے اور اوسکے تین متصل سے کے ضلعون کو ایک سطح تنصیف کرتی ہی تو اس انقطاع سے جو مخروط مضلع پیدا ہوتا ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

(۴۰) ایک مکعب کا کنارہ ۴ انچ ہی اور ایک کنارہ مکعب کا سطح کتر گیا ہے کہ حصہ جو مکعب سے قطع ہوا اوسی ایک مخروط مضلع مثلثی بنا جسکا ہر ایک کنارہ مکعب کے زاویہ پر ختم ہوتا ہے اور طول مین ۲ انچ ہے تو جو مجسم باقی رہا اوسکی جسامت دریافت کرو

(۴۱) مصر کا منارہ اعظم ۴۸۱ فیٹ بلند تھا اور اوسکا قاعدہ مربع تہا اور ہر ایک ضلع مربع کا ۷۶۴ فیٹ تہا تو اوسکے حجم کو مکعب گزون تک دریافت کرو

(۴۲) ایک مسجد کا منارہ پتہر کا بنا ہوا ہے اور قاعدہ اوسکا مسدس منتظم ہی جسکا ہر ضلع ۱۰ فیٹ ہے اور اسکا ارتفاع ۵۰ فیٹ ہی اور اوس منار کی اندر جتنی خالی جگہہ ہے وہ ہی مخروط ہے اور مسدس منتظم پر قائم ہے اور ۴۵ فیٹ اونچی ہے اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۹ فیٹ ہے تو منارہ مین دریافت کرو کہ کتنے مکعب فٹ پتہر لگا ہے

چہبیسوین فصل مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص کے بیان مین

(۲۶۸) مخروط مضلع اور مستدیر ناقص کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ مخروط ناقص کے دو نو سرون کے رقبون کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اونکے حاصل ضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مخروط ناقص مین ضرب دو اور حاصل ضرب کی تہائی لو تو مخروط ناقص کی جسامت حاصل ہوگی

(۲۶۹) مثالین

(۱) مخروط مضلع ناقص کے ایک سری کا رقبہ ۱۸ مربع انچ اور دوسرے سرے کا رقبہ ۹۸ مربع انچ اور ارتفاع مخروط ناقص ۱۵ انچ ہے

۱۸ × ۹۸ کا جذر ۴۲ ہے اور ۱۸ + ۹۸ + ۴۲ = ۱۵۸

۱۵۸ × ۱۵ × ⅓ = ۷۹۰ پس حجم ۷۹۰ مکعب انچ ہوا

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع اوسکا ۸ فیٹ ہے

ایک سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۲۵ × ۳٫۱۴۱۶

دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۹ × ۳٫۱۴۱۶

اور ان عددون کی حاصل ضرب کا جذر ۳٫۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۲۵ × ۹ کی جذر مین سے یعنے ۱۵ × ۳٫۱۴۱۶ ہے

ان حاصلات کو جمع کرو تو ہم کو ۳٫۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۲۵ اور ۹ اور ۱۵ مین یعنے ۴۹ × ۳٫۱۴۱۶ حاصل ہوگا تو

۸ × ۴۹ × ۳٫۱۴۱۶ × ⅓ = ۴۱۰٫۵۰۲۴ حاصل ہوگا

پس حجم ۴۱۰٫۵۰۲۴ مکعب انچ ہوا

(۲۷۰) دفعہ گذشتہ مین دیکھنا چاہیے کہ ہمنے عمل کس خوبی کے ساتھہ کیا ہے کہ اوسمین ضرب دینی کی مشقت نہین اوٹھانی پڑی طالب علم کو لازم ہے کہ جہان مخروط مستدیر کے سرون کے نصف قطر معلوم ہوا کرین وہان اسی طریقہ سی عمل کو برتا کرے ایسی صورت مین کی تحقیقات ہم دفعہ ۲۶۸ کے قاعدہ کی جگہہ اس قاعدہ کو کام مین لاتے ہین کہ سرون کے نصف قطرون کے مربعون کو اونکی حاصل ضرب پر جمع کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۱٫۰۴۷۲ مین ضرب دو پس حاصل کی نہائی حجم مطلوب ہوگا یہہ قاعدہ اور پہلا قاعدہ دونو نفس الامر مین ایک ہی ہین فقط اس دوسرے قاعدہ کی سوافق عمل کرنے مین آسانی ہے

(٢٧١) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(١) ایک ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرونکے نصف قطر ٧ انچ اور ١٠ انچ ہین اور اوسکا ارتفاع مائل ٥ انچ ہے حجامت دریافت کرو

اول مخروط ناقص کا ارتفاع دریافت کرنا چاہئے

فرض کرو کہ یہ شکل ایک تراش مخروط ناقص کی ہے جو ایک سطح کی قطع کرنے سے کہ جسمین محور مخروط داخل ہی پیدا ہوئی ہے اب ہم دیکھتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہے جسکا ایک ضلع تو مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرون کے نصف قطرون کا فرق ہے

اس صورت مین ارتفاع مائل ٥ انچ ہے اور سرون کے نصف قطرون کا فرق ٣ انچ ہے

اسواسطے بموجب دفعہ ٦٠ کے مخروط ناقص کا ارتفاع ٤ انچ ہے

٧ × ٧ = ٤٩ اور ١٠ × ١٠ = ١٠٠ اور ٧ × ١٠ = ٧٠

٤٩ + ١٠٠ + ٧٠ = ٢١٩ اور ⅓ × ٤ × ٢١٩ × ٣٫١٤١٦ = ٩١٧٫٣٤٧٢

پس حجم ٩١٧٫٣٤٧٢ مکعب انچ ہے

(٢) ایک ناقص مخروط مضلع کے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اضلاع اونکے ٣ فیٹ اور ٤ فیٹ ہین اور ارتفاع ٩ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ٢٠٦ کے رقبہ ایک سرے کا مربع فٹ مین = ٩ × ٫٤٣٣

اور دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ١٦ × ٫٤٣٣

ان عددون کے حاصل ضرب کا جذر = ١٢ × ٫٤٣٣

ان تینون حاصلون کو جمع کرو تو ٣٧ × ٫٤٣٣ حاصل ہونگے

پس ⅓ × ٩ × ٣٧ × ٫٤٣٣ = ٤٨٫٠٦٣

پس حجم ذرا زیادہ ٤٨ مکعب فیٹ سے ہے

چھبیسوین فصل کی مثالین

جن ناقص مخروطات مضلع کی ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۱) سرون کے رقبے ۵ء۴ مربع فیٹ اور ۵ء۱۲ مربع فیٹ ارتفاع ۵ء۱ فیٹ

(۲) سرون کے رقبے ۴ مربع فیٹ ۵ مربع فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ

(۳) سرون کے رقبے ۹۰۰ مربع انچ اور ۵ء۶ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲ گز

(۴) سرونکے رقبے ۵ء۷ مربع فیٹ اور ۵ء۲۸ مربع فیٹ ارتفاع ۱۲۵ء۶ فیٹ

جن ناقص مخروطات مستدیر کی ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۵) سرونکے نصف قطر ۳ فیٹ ۴ فیٹ اور ارتفاع ۵ ۱/۲ فیٹ

(۶) سرون کے نصف قطر ۵ء۴ فیٹ اور ۵ء۴ فیٹ ارتفاع ۵ء۶ فیٹ

(۷) سرون کے نصف ۸ء۴ فیٹ اور ۶ء۴ فیٹ اور ارتفاع ۲ء۷ فیٹ

(۸) سرون کے نصف قطر ۷۵ء۳ ۶ فیٹ اور ۵ء۱ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۹) ناقص مخروطات مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۵ فیٹ اور سرون کے نصف قطر ۷ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اونکا حجم دریافت کرو

(۱۰) ایک ناقص مخروط مستدیر سنگ مرمر کا ہی جسکی بڑے سر کا قطر ۴ فیٹ اور چھوٹے سرے کا قطر ۱ ۱/۲ فیٹ ہی اور ارتفاع مائل کا طول ۸ فیٹ ہی اور قیمت اوسکی ۱۲ ار و فی مکعب فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکی قیمت کیا ہوگی

(۱۱) ایک ناقص مخروط مضلع کا ارتفاع ۴ فیٹ ہی اور اوسکے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اونکے اضلاع کے طول جدا جدا ۸ فیٹ اور ۷ فیٹ ہین اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۲) ایک ناقص مخروط مضلع کی سرے مربعے ہین اور طول ضلعون کے جدا جدا ۲۰ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور ان مربعون کے اضلاع متناظرہ کے نقاط وسط مین جو خط مستقیم ملائین تو اوسکا طول ۱۳ فیٹ ہی حجم اوسکا دریافت کرو

(۱۳) ملک مصر مین اسکندریہ کے قریب ٹوٹمی کا مینار ہے اور وہ ایک ہی سنگ ابری کا بنا ہوا ہے ارتفاع اوسکا ۹۰ فیٹ ہے اور ایک سری کا قطر ۹ فیٹ اور دوسرے سرے کا ۷ فیٹ ۲ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

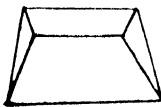
(۱۴) ایک جہاز کا ستول ۵۰ فیٹ اونچا ہے اور ایک سرے کا محیط ۶۰ انچ ہے اور دوسرے سرے کا ۳۶ انچ اوسمین تعداد لکڑی کے مکعب فٹون کی دریافت کرو

(۱۵) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرون کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۲ فیٹ ہین اور ارتفاع ۴ فیٹ تو اوس مخروط کا حجم دریافت کرو جسمین سے یہ مخروط قطع ہوا ہے

(۱۶) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرون کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۲ فیٹ ہین اور ارتفاع ۴ فیٹ ہے اور اس مخروط ناقص کے عین وسط مین سے ایک سطح متوازی قاعدون کے گذرتی ہے اور اوسکو دو حصون مین منقسم کرتی ہے تو ان دونو حصون کے جسامت دریافت کرو

(۱۷) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سرون کی نصف قطر ۷ فیٹ اور ۲ فیٹ ہین اور ارتفاع ۴ فیٹ ہے اور مخروط ناقص تین حصون مین قاعدون کے متوازی سطحون سے اس طرح منقسم ہوا ہے کہ ہر ایک کا ارتفاع ایک فٹ ہے تو ہر ایک حصہ مین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۱۸) ایک ناقص مخروط مضلع کے قاعدے منتظم مسدس ہین اور اضلاع کے طول جدا جدا ۱۵ فیٹ ۱۰ فیٹ ہین اور مخروط کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور ایک سطح عین وسط مین متوازی قاعدون کے گذر کر دو حصون مین اوسکو منقسم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کی جسامت دریافت کرو

ستائیسوین فصل فانہ

(۲۷۲) فانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ کنارہ کی طول کو قاعدہ کی دوچند طول پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو قاعدہ کی عرض مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو فانہ کی ارتفاع مین ضرب دو تو حاصل ضرب کا چھٹا حصہ فانہ کا حجم ہوگا

(۲۷۳) مثالین

(۱) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض ۷ انچ ہے اور فانہ کا ارتفاع ۲۴ انچ

۱۲+۱۶+۱۶ = ۴۴ و ۱/۶ × ۴۴ × ۷ × ۲۴ = ۱۲۳۲

پس فانہ کا حجم ۱۲۳۲ مکعب انچ ہے

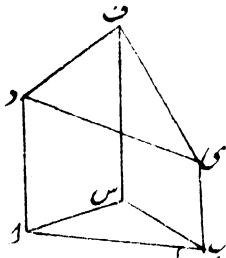
(۲) فانہ کا کنارہ ۵ ۱/۲ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۳ انچ اور عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہے

۵ ۱/۲ + ۳ + ۳ = ۱۱ ۱/۲ = ۲۳/۲ اور ۱/۶ × ۲۳/۲ × ۲ × ۴ = ۴۶/۳ = ۱۵ ۱/۳

پس فانہ کا حجم ۱۵ ۱/۳ مکعب انچ ہے

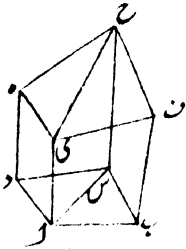
(۲۷۴) اگر فانہ کا کنارہ طول مین برابر ہو قاعدہ کے طول کے تو فانہ منشور مثلثی ہوگا پس اس فانہ کے قاعدے سے ہم کو ایک اور قاعدہ منشور مثلثی کے حجامت دریافت کرنے کا معلوم ہوا یہ قاعدہ اور دفعہ ۲۴۶ مین جو قاعدہ مذکور ہوا ایک نہین ہین کیونکہ اوس قاعدہ اور اس قاعدہ مین مقادیر مختلف ہین اگر منشور قائم ہو تو آسانی سے اس بات کو ہم دیکھہ سکتے ہین کہ دونو قاعدے ایک ہی ہین۔

(۲۷۵) اگر فانہ کی کناری کا طول اوسکی قاعدہ کی طول سے چہوٹا ہو تو فانہ ایسی دو حصون مین کہ ایک حصہ منشور غیر قائم الزاویہ اور دوسرا مخروط مضلع ہو جسکا قاعدہ مستطیل ہو اسطرح تقسیم ہو سکتا ہے کہ ایک سطح کنارہ کی ایک سرے سے متوازی طرف مثلثی کی جو دوسرے سری پر گذرتی ہو کہینچین۔ اسیطرح سے اگر کنارہ زیادہ لنبا قاعدے کے طول سی ہو تو فانہ برابر ہوگا اوس زیادتی جو ایک خاص منشور مثلثی خاص مخروط مضلع پر جسکا قاعدہ مستطیل ہے رکہتا ہے اسی سبب سے دفعہ ۲۷۲ کا قاعدہ صحیح ثابت ہو سکتا ہے

(۲۷۶) اب ہم فانہ کی معنی کو وسعت دیتے ہین اور اوس مجسم کو بہی فانہ کہتے ہین جسکا قاعدہ بجائے مستطیل کی متوازی الاضلاع یا ذو زنقہ ہو ایسی مجسمات کی حجامت دریافت کرنیکے لئے قاعدہ مذکور صحیح رہی کا بشرطیکہ ہم طول قاعدہ کی معنی نصف مجموعہ اضلاع متوازی اور عرض قاعدہ کی معنی فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ کے درمیان سمجہین

(۲۷۷) فرض کرو کہ ایک منشور مثلثی قائم کو ایک سطح نے کہ وہ طول منشور سے ایک میلان رکھتی ہے قطع کرکے ایک مجسم پیدا کیا ہے اور یہ سطح قاعدہ منشور سے ملتی ہی نہین تو ایسے مجسم کا بھی حجم قاعدہ ذیل سے دریافت ہو سکتا ہے کہ

قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے متوازی کنارون کے مجموعہ کی تہائی مین ضرب دین

(۲۷۸) دفعہ ۲۷۶ مین جو فانہ کے معنی وسیع بیان کئے ہین اوسکے موافق دفعہ گذشتہ مین بھی مجسم ایک فانہ ہے اور اسکی حسامت دریافت کرنیکا قاعدہ اوسی ترکیب سے ثابت ہو سکتا ہی جو دفعہ ۲۷۰ مین مذکور ہوا ہے اسواسطے کہ اگر ی سے جو تینون کنارون مین سب سے چھوٹے کنارہ د کا اوپر کا سرا ہے ایک سطح متوازی قاعدہ اب س کی نکالین تو مجسم منشور قائم اور مخروط مین تقسیم ہوگا اور ان مجسمات کی حسامت معلوم قاعدون کے موافق دریافت کرکے جمع کرو تو حاصل جمع دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ کے موافق مطابق ہوگا

(۲۷۹) فرض کرو کہ ایک منشور قائم مین سے جسکا قاعدہ متوازی الاضلاع ہے ایک سطح جو طول منشور کے ساتھ میلان رکھے اور قاعدہ منشور سے کبھی نہ ملے قطع کرکے ایک مجسم پیدا کرے تو ایسے مجسم کا حجم اس قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہی

قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے چارون متوازی کنارون کے مجموعہ کی ایک چوتھائی مین ضرب دو تو حاصل ضرب حسامت مطلوب ہوگی

(۲۸۰) اس بات کا دیکھ لینا آسان ہی کہ ای + س ح = ب ف + د ہ اسواسطے کہ ہر ایک انمین سے برابر ہی دو چند اوس فاصلہ کے جو درمیان نقطہ تقاطع اس اور ب د اور نقطہ تقاطع ی ح اور ف ہ کے واقع ہی پس اسلئے قاعدہ مذکور کو اس صورت مین بیان کرسکتے ہین کہ قاعدہ منشور کے رقبہ کو چارون متوازی کنارون مین سے دو مقابل کنارونکے نصف مجموعہ مین ضرب دو

(۲۸۱) دفعہ ۲۸۰ کا قاعدہ دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ سے استخراج ہوتا ہے اسواسطے کہ اگر مجسم دو حصون مین اس سطح سے منقسم ہو کہ ایک سطح ای اور س ح مین گذرے تو موجب قاعدہ دفعہ ۲۷۷

کے ہم ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کر سکتے ہین اور مجموعہ ان حجمون کا بالکل دفعہ ۲۸۰ کی قاعدہ کے موافق نکلیگا

(۲۸۲) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرین گے

(۱) ایک فانہ کا کنارہ ۱۸ انچ ہے قاعدہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہے اور اسکے فانہ کے تراش جو پیدا ہوتی ہے اوسکا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو کنارہ جو سطح عمود ہے اوس سے جو تراش پیدا ہوتی ہے وہ مثلث ہے اسواسطے حاصل ضرب اس مثلث کے قاعدہ اور ارتفاع کا ۲×۱۵۰ یعنی ۳۰۰ ہے اور یہ حاصل ضرب وہی ہے جو عرض فانہ کو ارتفاع فانہ مین ضرب دینے سے پیدا ہوتا ہے

$$۱۸+۲۰+۲۰=۵۸ \text{ و } \tfrac{۱}{۶}\times۵۸\times۳۰۰=۲۹۰۰$$

پس حجم ۲۹۰۰ مکعب انچ ہے۔

یہی نتیجہ دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ سے بہت جلد اور آسانی سے نکل آتا ہے

$$۱۸+۲۰+۲۰=۵۸ \text{ اور } \tfrac{۱}{۳}\times۵۸\times۱۵۰=۲۹۰۰$$

(۲) فانہ کا کنارہ ۱۶ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲۴ انچ اور عرض ۶ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۱۰ انچ ہے اور ایک سطح ایک کنارہ کی سرے سے متوازی دوسرے طرف مثلثی کی جو دوسرے سرے پر ہے گذرتی ہے اور فانہ کو منشور اور مخروط مین منقسم کرتی ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

مخروط کے قاعدہ کا طول ۲۴-۱۶ انچ ہے یعنی ۸ انچ ہے اسی معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۲۶۲ کے

مخروط کا حجم مکعب انچون مین $=\tfrac{۱}{۳}\times۸\times۶\times۱۰=۱۶۰$

منشور کے تین متوازی کنارے ہین ہر ایک اونمین سے ۱۶ انچ لنبا ہے اور بموجب دفعہ ۲۷۰ کے حجم مکعب انچون مین

$$=\tfrac{۱}{۲}\times۱۶\times۶\times۱۰=۴۸۰$$

ستائیسوین فصل کے مثالین

(۱) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۳ انچ اور عرض ۱۸ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ حجم دریافت کرو

(۲) فانہ کا کنارہ ۹ فیٹ ہی قاعدہ کا طول ۱۶ فیٹ ہی اور عرض ۳ فیٹ فانہ کا ارتفاع ۶ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۳) فانہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ضلع ۱۵ انچ ہے کنارہ ۲۴ انچ اور ارتفاع فانہ ۱۴ انچ حجم دریافت کرو

(۴) منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۱۴ انچ اوس جسم کا حجم دریافت کرو جو اس منشور میں سے ایسا قطع کیا جاے کہ اوسکے تینون متوازی کنارون کا مجموعہ ۱۵ انچ ہو

(۵) منشور کا قاعدہ مستطیل ہی اوسکا طول عرض ۱۰ انچ اور ۱۲ انچ ہی اوس جسم کا حجم دریافت کرو کہ اس منشور میں سے ایسا منقطع کیا جائے کہ چارون متوازی کنارون کا مجموعہ ۲۴ انچ ہو

(۶) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲۷ انچ اور کنارہ پر ایک سطح عمود وادی سے جو سطح متفاصل پیدا ہوئی ہے اوسکا رقبہ ۱۶۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو

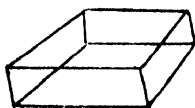
(۷) فانہ کا کنارہ ۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۲ انچ ہی اور ایک سطح کنارہ پر عمود دی اوس سے جو سطح متفاصل مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتی ہے اوسکا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہے حجم دریافت کرو

(۸) فانہ کا کنارہ ۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۴ انچ ہے اور عرض ۱۰ انچ ارتفاع ۲۲ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک سرے سے متوازی دوسری طرف مثلثی کے ہے جو دوسرے سرے پر گذرتی ہے اور فانہ کو مخروطا اور منشور مین تقسیم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کی حجامت دریافت کرو

(۹) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہے قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۸ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۴ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک انجام سی ۱۰ انچ کے فاصلہ پر گذرتی ہے اور اوس کنارہ کی سرے پر جو طرف مثلثی ہے اوسکی متوازی ہے اور فانہ کو دو حصون مین منقسم کرتی ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۶ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۷ انچ اور عرض ۵ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۲ انچ ہی فانہ ایک سطح سی ایسا دو حصون مین منقسم ہوتا ہی کہ مجموعہ تینون متوازی کنارون کا ۲۴ انچ ہے

ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

اٹھائیسوین فصل ذوزنقہ

(۲۸۳) مجسم ذوزنقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ دونون سرونکے رقبونکو جمع کرو اور اوس سطح متفاصل کا جو عین وسط مین متوازی سرون کی ہے چوچند رقبہ حاصل جمع پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب کا چھٹا حصہ حجم مطلوب ہوگا

(۲۸۴) مثالین

(۱) ایک سر کا رقبہ ۴ مربع فیٹ اور دوسرے سر کا ۹ مربع فیٹ ہی اور سطح متفاصل کا رقبہ ۶ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہی

۴ + ۲۴ + ۹ = ۳۷ اور $\frac{1}{6}$ × ۳۷ × ۲ = $\frac{۳۷}{۳}$ = ۱۲$\frac{1}{3}$

پس حجم ۱۲$\frac{1}{3}$ مکعب فیٹ ہے

(۲) ایک سر کا رقبہ ۲۲۴ مربع انچ ہے اور دوسرے سرے کا ۲۱۶ مربع انچ اور سطح متفاصل کا رقبہ ۲۲۱ مربع انچ ارتفاع ۱۸ انچ

۲۲۴ + ۸۸۴ + ۲۱۶ = ۱۳۲۴ اور $\frac{1}{6}$ × ۱۳۲۴ × ۱۸ = ۳۹۷۲

پس حجم ۳۹۷۲ مکعب انچ ہے

(۲۸۵) دفعہ ۲۸۳ کے قاعدہ کا اثبات موقوف اس بات پر ہی کہ مجسم ذوزنقہ منشورون اور فانون مین تقسیم ہوتا ہے اونمین سے بعض کے قاعدے مجسم ذوزنقہ کے ایک سرے پر ہوتے ہین اور بعض کے دوسرے سرے پر ہوتے ہین اور سب کے ارتفاع وہی ہوتے ہین جو مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ہوتا ہے

(۲۸۶) سطح متفاصل متوسط کا ہر ایک ضلع سرونکے اضلاع نظیرہ کی نصف مجموعہ کے برابر ہوتا ہے پس اگر سرے مستطیل ہون اور اونکی استداد معلوم ہون تو رقبہ سطح متفاصل متوسط کا آسانی سے

معلوم ہوسکتا ہی پس سطح متفاصل متوسط کا چوچندہ رقبہ برابر اوس مستطیل کے رقبہ کی ہے جسکا
ہریک امتداد مجموعہ سرون کے امتداد نظیرہ کا ہے
اور سطح متفاصل متوسط اور سرون کی زاوئے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہین
(۲۸۷) اگر مجسم ذوزنقہ کی سری متشابہ شکلین ہون اور ہم وضع ہون تو مجسم ذوزنقہ مخروط مضلع ناقص ہوگا اسواسطے حجم اوسکا دفعہ ۲۶۶ کی قاعدہ موافق دریافت ہوسکتا ہی ان دونو قاعدونکو مقابلہ کرکے دیکھین تو معلوم ہوگا کہ اسحالت مین چوچندہ رقبہ متفاصل متوسط کا برابر ہے اوس مجموعہ کے جو سرون کے دو چند رقبون اور اونکی حاصل ضرب کے دو چند جذر کو جمع کرنے سے حاصل ہو
(۲۸۸) اب ہم مجسم ذوزنقہ کی معنی یہانتک بڑہاتے ہین کہ اون مجسمات کو بہی کہ جنکی سرے اشکال مستقیمۃ الاضلاع نہ ہون مجسم ذوزنقہ کہتے ہین اور اونکی تعریف یہ کرتے ہین کہ مجسم ذوزنقہ وہ مجسم ہی جنکی سرے متوازی ہون اور اطراف اونکے مستقیم ہون اور اطراف مستقیم سے مراد ہماری یہہ ہے کہ خط مستقیم اوسکی حدود کی کسی نقطہ پر کہین تو وہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک سطح پر منطبق ہوجائے۔ اس تعریف مین مخروط مستدیر ناقص بہی اجائیگا اور مخروط مستدیر ناقص کا ہریک حصہ بہی شامل ہوجائیگا جو اوس سطح سے کہ دونو سرون سے ملتی ہے منقطع ہوتا ہے جب ذوزنقہ کی ایسی وسیع معنی لیئے جائین تو اس حالت مین بہی قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کا اوسپر حاوی ہوگا
(۲۸۹) جو قاعدہ مجسمات ذوزنقہ کی جسامت دریافت کرنے کا ہے اوس سے بہت اور مجسمات کا بہی حجم دریافت ہوسکتا ہے مگر ان مجسمات کی تعریف کرنی ایسی ابتدائی رسالہ مین مشکل ہے جو طالب علم زیادہ استعداد کا ہو وہ میری ترجمہ علم کلیات کی دفعہ ۱۶۲ کو دیکہی۔
(۲۹۰) بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین۔
(۱) ایک مجسم ذوزنقہ کی سری ذوزنقہ ہین اور چار کناری متوازی ہین اور ایک سرے کے متوازی اضلاع ۱۰۰ فیٹ اور ۲۳ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۲۸ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کی بہی امتداد نظیرہ ۸۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور سرون کے درمیان

فاصلہ ۱۱۲ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو
تفاصل متوسط ذوزنقہ ہے اوسکی اضلاع متوازیہ مین سے ایک ضلع ۱۰۰+۸۰ فیٹ کا نصف
یعنی ۹۰ فیٹ ہے اور دوسرا ضلع ۳۲+۳۰ فیٹ کا نصف یعنی ۳۱ فیٹ ہے اور فاصلہ
ان اضلاع متوازیہ کی درمیان نصف مجموعہ سرون کے اضلاع متناظرہ کا
یعنی ۲۸+۲۶ فیٹ کا نصف یعنی ۲۷ فیٹ ہے

ہر یک سری کا رقبہ مربع فٹون مین = $\frac{۱۳۲}{۲}$ × ۲۸ = ۱۸۴۸
اور دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = $\frac{۱۱۰}{۲}$ × ۲۶ = ۱۴۳۰
اور تفصل متوسط کا رقبہ مربع فیٹ مین = $\frac{۱۲۱}{۲}$ × ۲۷ = ۱۶۳۳$\frac{۱}{۲}$
چوچند رقبہ = ۶۵۳۴

۱۸۴۸+۱۴۳۰+۶۵۳۴ = ۹۸۱۲ اور $\frac{۱}{۶}$ × ۹۸۱۲ × ۱۱۲ = ۱۸۳۱۵۷$\frac{۱}{۳}$

پس حجم ۱۸۳۱۵۷$\frac{۱}{۳}$ مکعب فیٹ ہوا

(۲) ایک فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ ہے اور فانہ کا ارتفاع
۶ انچ قاعدہ کے متوازی سطحون سے فانہ تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ان تینون حصون
کی ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو
یہان حصے دو مجسم ذوزنقہ ہین اور ایک فانہ ہے اور ارتفاع ہر ایک کا ۲ انچ ہے
اول مجسم ذوزنقہ کا ایک سرا مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۵ انچ اور ۹ انچ ہے
اور دوسرا سرا بھی مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ اور موجب دفعہ ۲۸۳ ہے کے حجم ۲۳۹ مکعب انچ ہے
دوسرے مجسم ذوزنقہ کا ایک سرا مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ ہے اور دوسرا
سرا بھی مستطیل ہے اور طول و عرض اوسکا ۱۹ انچ اور ۳ انچ ہین حجم بموجب دفعہ
۲۸۳ کے ۱۶۱ مکعب انچ ہے -
فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۱۹ انچ اور عرض ۳ انچ ہے حجم موجب دفعہ ۲۷۰ کے ۹۶ مکعب انچ ہے

تینون حجمون کا مجموعہ مکعب انچون مین ۲۳۹ + ۱۶۱ + ۵۹ یعنی ۴۵۹ ہے اور یہ برابر اصل فانہ
کے حجم کے ہے اور یہ برابر ہونا ہی چاہئے تھا

اٹھائیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک غار ذوزنقہ کی شکل کا ایسا کھودنا منظور ہی کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور نیچے اور اوپر کا سر مستطیل ہو اور
اونکی امتداد متناظرہ ۴۰۰ فیٹ اور ۱۸۰ فیٹ اور ۳۵۰ فیٹ اور ۱۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ
کتنے مکعب فیٹ زمین کھودین

(۲) ایک ذوزنقہ کی شکل کا غار ایسا کھودنا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور اوپر نیچے مستطیل ہون
اور امتداد متناظرہ اونکی ۴۰۰ فیٹ اور ۱۸۰ فیٹ اور ۱۵۰ فیٹ اور ۳۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ
کتنی مکعب فیٹ زمین کھودین

(۳) ایک چھکڑا ہی جو ۴۶ انچ گہرا ہی اور اوپر اور نیچے کے سر مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظرہ ۸۱ اور
۵۴ انچ اور ۴۲ اور ۳۰ انچ ہین اور اوسمین کوئلہ بھرا ہوا ہے تو بتاؤ کوئلہ کا حجم کیا ہے

(۴) ایک نہر ۴ ½ فیٹ گہری ہی اور اطراف ماتحت اور مافوق اوسکی مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ
۲۵۰ فیٹ سی ۱۶ اور ۲۴۴ فیٹ سی ۱۴ ہین تو بتاؤ اوسمین کتنی گیلن پانی آتا ہے

(۵) ریل کیواسطے سڑک ذوزنقہ کی شکل کی کاٹنی منظور تھی سرے اوسکے ذوزنقہ ہین اور
چارون کنارے متوازی ایک سر کے ہین اضلاع متوازیہ ۱۴۴ فیٹ اور ۳۶ فیٹ ہین اور
اونکا فاصلہ درمیانی ۳۶ فیٹ ہی اور امتداد متناظرہ دوسرے سر کے ۱۰۰ فیٹ ۳۶ فیٹ
اور ۲۴ فیٹ ہین اور سرون کے درمیان فاصلہ ۱۳۷ ½ فیٹ ہی تو بتاؤ کتنے مکعب فیٹ
کھدائی ہوگی

(۶) ایک مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۱۲ فیٹ سی ۱۰ اور ۸ فیٹ سے
۶ فیٹ ہین اور ارتفاع مجسم ذوزنقہ کا ۴ فیٹ ہے اور سطح متوازی سرون کی بیچ مین سے
گذرتی ہی اور مجسم ذوزنقہ کو دو حصوں مین تقسیم کرتی ہے تو ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۷) ایک مجسم ذوزنقہ کے سِرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ اوسکی ۱۶ فیٹ سے ۱۱ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سی ۸ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی اب مجسم سرون کے متوازی سطوح سی تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ہر ایک حصہ ۳ فیٹ بلند ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۸) مجسم ذوزنقہ کے دو سرے مستطیل ہین امتداد متناظرہ ۲۰.۵ فیٹ ہی ۱۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ سے ۱۲ اور ذوزنقہ کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور ایک سر کیے مقابل اضلاع کلان مین سے ہر ایک سطح گذرتی ہے اور اوسے مجسم دو قانون مین تقسیم ہوتا ہے تو ہر ایک فانہ کا حجم دریافت کرو

(۹) فانہ کا کنارہ ۲۴ انچ ہے قاعدہ کا طول ۸ انچ اور عرض ۶ انچ ارتفاع فانہ ۹ انچ ہے عین وسط مین سے ہو کر ایک سطح متوازی قاعدہ کی گذرتی ہے اوسے فانہ دو حصون مین منقسم ہوتا ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو۔

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۲۷ انچ ہے قاعدہ کا طول ۸ انچ ہی اور عرض ۵ انچ اور ارتفاع فانہ کا ۱۲ انچ ہے قاعدہ کی متوازی سطحون سے فانہ تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ارتفاع ان حصون کے آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۱) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظرہ ۱۸ فیٹ سی ۱۰ اور ۱۲ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ہین اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی بڑے سرے سے ۳ فیٹ کے فاصلہ پر ایک سطح متوازی سے اوسکے دو حصے ہوتے ہین تو ثابت کرو کہ سطح متفاصل مربع ہے

(۱۲) مثال گذشتہ مین دونو حصون کی جسامت دریافت کرو

اونتیسوین فصل کرہ کے بیان مین

(۲۹۱) کرہ کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر کے مکعب کو ۳.۱۴۱۶ کے چھٹے حصہ مین یعنے ۵۲۳۶. مین ضرب دو

(۲۹۲) مثالین

(۱) ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے

مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ اور ۵۲۳۶ء × ۱۰۰۰ = ۵۲۳ء۶ مکعب انچ

پس کرہ کی جسامت تقریباً ۵۲۳ء۶ مکعب انچ ہے

(۲) کرہ کا قطر ۳½ فیٹ ہے

۳ء۵ کا مکعب ۴۲ء۸۷۵ ہے اور ۴۲ء۸۷۵ × ۵۲۳۶ء = ۲۲ء۴۴۹۳۵

پس کرہ کا حجم تقریباً ۲۲ء۴۵ مکعب فیٹ ہے

(۲۹۳) کرہ مجوف کی جسامت ضرور اسطرح معلوم ہو جائیگی کہ اوس کرہ کی حجم مین سے جسکا قطر برابر کرہ مجوف کی قطر بیرونی کی برابر ہے اوس کرہ کا حجم تفریق کرین جسکا قطر برابر قطر اندرونی کرہ مجوف کے ہو اسے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے لکھا جاتا ہے

(۲۹۴) کرہ مجوف کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر بیرونی کی مکعب مین سے قطر اندرونی کا مکعب تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۵۲۳۶ء مین ضرب دو

(۲۹۵) مثالین

(۱) ایک کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۹ انچ اور موٹائی اوسکی ایک انچ

یہان قطر اندرونی ۷ انچ ہوگا

مکعب ۹ کا ۷۲۹ اور مکعب ۷ کا ۳۴۳ ہے ۷۲۹ − ۳۴۳ = ۳۸۶

اور ۵۲۳۶ء × ۳۸۶ = ۲۰۲ء۱۰۹۶

پس کرہ مجوف کا حجم تقریباً ۲۰۲ء۱۱ مکعب انچ ہے

(۲) کرہ مجوف کا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۱½ انچ ہے

پس یہان قطر بیرونی ۱۳ انچ ہوگا

مکعب ۱۳ کا ۲۱۹۷ ہے اور مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ ہے

۲۱۹۷ − ۱۰۰۰ = ۱۱۹۷ اور ۱۱۹۷ × ۵۲۳۶ء = ۶۲۶ء۷۴۹۲

پس کرہ مجوف کا حجم ۵۷،۶۲۶ مکعب انچ ہے

(۲۹۶) اگر ایک کرہ بالکل دوسرے کرہ کے اندر واقع ہو تو یہ ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۹۴ کے قاعدہ سے اوس حیز کا حجم جو دونو کرون کی سطحون کے درمیان واقع ہے دریافت ہو جائگا اور یہ حجم اوس صورت مین بہی معلوم ہو جائگا کہ دونو کرون کے مرکز ایک نہ ہون

(۲۹۷) بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) کرہ کے دائرہ عظیم کا محیط ۲۸ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

اول کرہ کا قطر دریافت کرین تو بموجب دفعہ ۱۱۱ کے ۸،۹ انچ کے قریب قریب معلوم ہوگا اور پہر بموجب دفعہ ۲۹۱ کے کرہ کا حجم ۳۶۹،۱۲ مکعب انچ کے قریب قریب دریافت ہوگا

(۲) ایک سیسی کی گولی کا قطر ۵ انچ ہے اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۳،۳ چہٹانک ہی

۵ کا مکعب ۱۲۵ ہی ۱۲۵×۰،۵۲۳۶ = ۶۵،۴۵ پس گولی کا حجم ۶۵،۴۵ مکعب انچ ہے اسیواسطے اوسکا وزن ۶۵،۴۵ × ۳،۳ = ۲۱۵،۹۸۵ چہٹانک ہے

(۳) ایک مکعب انچ سونے کا وزن ۵،۵۹ چہٹانک ہوتا ہی تو اوس سونیکے گولہ کا وزن دریافت کرو جسکا وزن ۵۰۰ چہٹانک ہی .

مکعب انچون کی تعداد گولہ مین $\frac{۵۰۰}{۵،۵۹}$ یعنی قریب قریب ۸۹،۴۳۳۴ کے ہے یہہ عدد برابر قطر کے مکعب اور ۰،۵۲۳۶ کے حاصل ضرب کے ہوگا

پس قطر کا مکعب حاصل کرنیکے واسطے ہم ۸۹،۴۳۳۴ کو ۰،۵۲۳۶ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۱۷۰،۸۱۵ ہوگا پس جذر الکعب ان اعداد کا قطر ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ جذر الکعب ۵،۵۴۶ ہے پس گولہ کا قطر ۵،۵۵ انچ کے قریب قریب ہے

اونتیسوین فصل کی مثالین

جن کرون کے قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم دریافت کرو

(۱) ۱۱ انچ (۲) ۸ فیٹ (۳) ۲۴ فیٹ (۴) ۵٫۳۲ فیٹ

جن کرونکے دوائر عظیمہ کے قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم بمکعب فٹ کے دسوین حصہ تک دریافت کرو

(۵) ۶ فیٹ (۶) ۸ فیٹ (۷) ۱۰ فیٹ (۸) ۱۲ فیٹ

جن مجوف کرونکی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مین بمکعب انچ دریافت کرو

(۹) قطر بیرونی ۵ انچ اور اندرونی ۴ انچ (۱۰) قطر بیرونی ۸ انچ اور اندرونی ۶ انچ

(۱۱) قطر بیرونی ۱۰ انچ اور اندرونی ۷ انچ (۱۲) قطر بیرونی ۱۴ انچ اور اندرونی ۱۲ انچ

(۱۳) ایک ٹب نصف کرہ کی شکل کا ۲ فیٹ ۶ انچ قطر رکہتا ہے اوسمین بتاؤ کہ کتنے گیلن پانی سمائیگا

(۱۴) ایک تالاب نصف کرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قطر ۸ فیٹ ہے اوسمین ایک پانہ ایسا لگا ہوا ہے کہ ۶ گیلن پانی ایک منٹ مین اوسمین پر ہوتا ہے تو بتاؤ کتنے دیر مین یہ تالاب پر ہوگا

(۱۵) اسطوانہ مستدیرقائم کی شکل کا ایک مجسم ہے اور اوسکے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہین اوسکا انتہائے درجہ کا طول ۲۹ فیٹ ہے اور قطر ۳ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۶) ایک مجسم اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ہے اور اوسکے سرے نصف کرہ کی شکل کے ہین اور طول غایت درجہ کا ۲۲ فیٹ اور قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے تو بتاؤ اس مجسم کی برابر پانی کے حجم کا کیا وزن ہوگا +

(۱۷) کرہ ۴ انچ قطر کا ایک لکڑی کے مکعب مین سے جسکا کنارہ ۴ انچ ہے قطع ہوا ہے تو بتاؤ کتنی لکڑی اس قطع کرنے سے ضائع ہوئی +

(۱۸) لوہے کے گولہ کا قطر ۶ انچ ہے اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴٫۲۰۱ چھٹانک ہے +

(۱۹) سیسہ کی کرہ کا ۳ انچ قطر ہے اور وزن اوسکا ۲۲۱٫۳ اونس ہے تو اوس سیسے کے کرہ کا وزن دریافت کرو جسکا قطر ۵ انچ ہو

(۲۰) اگر ۱ مکعب انچ پارہ کا وزن آدہ سیر ہو تو ۲ انچ قطر کے کرہ مجوف مین وہ کس قدر سمائیگا

(۲۱) اور بتاؤ کہ ۹ انچ قطر کے کرہ مین کتنی بارود آئیگی

(۲۲) ایک کرہ مجوف ایک انچ موٹا ہی اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہی اور ایسی چیز کا بنا ہوا ہے جسکا ایک مکعب فٹ وزن مین ۲۱۶ پونڈ ہے اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۳) ۱½ انچ موٹا کرہ مجوف ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۱ انچ ہے اور لوہیکا بنا ہوا ہی اور لوہے کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۴ ہنڈریڈ ویٹ ہوتا ہی اوس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۴) کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۸،۴ انچ ہی اور قطر اندرونی ۷،۲ انچ ہی تو بتاؤ اس کرہ مجوف کا وزن کیا ہوگا اگر وہ ایسی چیز کا بنا ہوا ہو کہ ایک مکعب فٹ وزن اوسکا ۸۰۰۰ اونس ہو

(۲۵) کرہ مجوف ۱⅝ انچ موٹا ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۳ انچ ہے اور ایسی ہی دہات کا بنا ہوا ہی جسکا وزن ایک مکعب انچ کا ۴،۲۵ اونس ہی اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۶) مجوف گولی ۳½ انچ دل کی ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱ فٹ ۵½ انچ ہے اور ایسی دہات کی بنی ہوئی ہے جسکی ایک مکعب فٹ کا وزن ۴۸۰ پونڈ ہے اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۷) اگر لوہے کی گولی کا قطر ۳ انچ ہو اور وزن ۹ پونڈ تو بتاؤ اندر سے خالی لوہے کی گولی ۱ انچ موٹی جسکا قطر بیرونی ۱۰ انچ ہو کیا وزن رکھیگی

(۲۸) اندر سے خالی گولی کے قطر بیرونی اور اندرونی ۵ انچ اور ۳ انچ ہین اور وزن اوسکا ۸½ پونڈ ہے اگر ایسی چیز کی ایک اور اندر سے خالی گولی جسکے قطر بیرونی ۷½ انچ اور ۴½ انچ ہون بنائین تو اوسکا کیا وزن ہوگا

(۲۹) ثابت کرو کہ اگر ایک ہی چیز سے ایک مخروط مستدیر ۷ انچ بلند مدور قاعدہ پر جسکا نصف قطر ۲ انچ ہو بنائین اور ایک اندر سے خالی گولہ ایک انچ اور ۴ انچ قطر بیرونی کا بنائین تو ان دونو کا حجم آپسمین برابر ہوگا

(۳۰) لوہے کا مخروط مضلع ایسا ہے کہ ارتفاع اوسکا ۱۰ انچ ہے اور اوسکا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے اور ہر ایک ضلع اوسکا ۲ انچ ہے اور ۴ انچ کے قطر کی گولی کا

وزن ۹ پونڈ ہے تو اس مخروط مضلع کا وزن دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ انچ ہے تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا رکھین کہ حجم اوسکا برابر اوس کرہ کے ہو کہ جسکا قطر ۴ انچ ہو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ انچ ہے اوسکے قاعدہ کا وہ نصف قطر دریافت کرو کہ جس سے مخروط کا حجم ۶ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے برابر ہو

(۳۳) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا محیط ۴۲ فیٹ ہے اوسکا ارتفاع ایسا دریافت کرو کہ مخروط کا حجم اوس کرہ کے حجم کے برابر ہو جسکا قطر ۱۰ فیٹ ہو

(۳۴) ایک مجسم اسطرح بنا ہے کہ ایک مدور قاعدہ پر ایک طرف مخروط مستدیر ہے اور دوسری طرف نصف کرہ ہی اور اس قاعدہ کا قطر ۵ فیٹ ہی اور مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اوس مجسم کا حجم دریافت کرو

(۳۵) زمین کا قطر ۷۹۰۰ میل اور چاند کا قطر ۲۱۶۰ میل ہے تو بتاؤ زمین کتنی دفعہ بڑی چاند سے

ان مثالون مین جذر الکعب نکالنے کی ضرورت پڑتی ہے

(۳۶) اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس کرہ کے ہو جسکا قطر ۲۰ انچ ہے

(۳۷) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس مکعب کے حجم کے ہے جسکا کنارہ ۲۰ انچ ہے

(۳۸) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس اسطوانہ کے ہو جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہو

(۳۹) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو اوس خالی گولہ کا قطر دریافت کرو جسمین ۱۵ پونڈ بارود سمائی ہو

(۴۰) ایک سیسہ کی گولی ایک انچ قطر کی $\frac{3}{14}$ پونڈ وزن مین ہے تو جو سیسہ کا گولہ وزن مین ۵۸۸ پونڈ ہو تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہوگا

(۴۱) ایک دہات ایسا ہی جسکا ایک مکعب انچ وزن مین ۵۷،۶ اونس ہے تو جو کرہ اس دہات کا وزن مین ۱۱۶،۲۲۰ اونس کا بنایا جاے اوسکا قطر بتاؤ

(۴۲) ایک پنیر کی چلکتی اسطوانہ کی شکل کی ہے ۴ انچ اونچی اور ۸ انچ قطر مین ہے اور ۱۲ سیر وزن مین ہے اور ایک اور اوسکی چلکتی گولہ کی شکل کی ہے اور وزن مین ۹ سیر ہے تو اوسکا قطر دریافت کرو

تیسوین فصل منطقہ کرہ اور قطعہ کرہ کے بیان مین

(۲۹۸) کرہ کے منطقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ۔ دونو سرونکے نصف قطرونکے مربعون کے سہ چند مجموعہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۵۲۳۶، مین ضرب دو ماحصل حجم ہوگا

(۲۹۹) مثالین

(۱) سرونکے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۱ انچ ہین اور ارتفاع ۲ انچ

۶۴ + ۱۲۱ = ۱۸۵ اور ۳ × ۱۸۵ = ۵۵۵ اور ۵۵۵ + ۴ = ۵۵۹

۵۵۹ × ۲ × ۵۲۳۶، = ۵۸۵،۳۸۴۰

پس ۵۸۵ مکعب انچ کے قریب قریب حجم ہوگا

(۲) ہر سرے کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۴۰۰ + ۴۰۰ = ۸۰۰ اور ۳ × ۸۰۰ = ۲۴۰۰ اور ۲۴۰۰ + ۸۱ = ۲۴۸۱

۲۴۸۱ × ۹ × ۵۲۳۶، = ۱۱۶۹۱،۴۶۴۴

پس حجم تقریباً ۱۱۶۹۱،۵ مکعب انچ ہوا

(۳۰۰) اگر اس بات کو یاد رکھین کہ قطعہ کرہ کا ایک سرا کچھہ نہین ہے تو دفعہ ۲۹۸ مین جو قاعدہ بیان کیا گیا ہے اوسی قطعہ کرہ کا حجم بھی دریافت ہو سکتا ہے مگر اس امر کے واسطے جدا ہی قاعدہ بیان کرنا مناسب ہے اور اوسمین بڑی آسانی ہے

(۳۰۱) قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سہ چند مربع نصف قطر قاعدہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶ء میں پس ما حصل حجم ہوگا

(۳۰۲) مثالیں

(۱) قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے اور ارتفاع ۳ انچ ہے

۳×۲۵ = ۷۵ اور ۷۵ + ۹ = ۸۴ اور ۸۴×۳×۵۲۳۶ء = ۱۳۱ء۹۴۷۲

پس حجم تقریباً ۱۳۲ مکعب انچ ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا قطر ۳½ فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ

۹ انچ = $\frac{۳}{۴}$ فیٹ اور $\frac{۳}{۴}$ کا مربع = $\frac{۹}{۱۶}$

قاعدہ کا نصف قطر = $\frac{۷}{۴}$ فیٹ اور $\frac{۷}{۴}$ کا مربع = $\frac{۴۹}{۱۶}$

۳×$\frac{۴۹}{۱۶}$ = $\frac{۱۴۷}{۱۶}$ اور $\frac{۹}{۱۶}$ + $\frac{۱۴۷}{۱۶}$ = $\frac{۱۵۶}{۱۶}$ = $\frac{۳۹}{۴}$

$\frac{۳}{۴}$ × $\frac{۳۹}{۴}$ × ۵۲۳۶ء = ۳ء۸۲۸۸۲۵ پس حجم تقریباً ۳ء۸۳ مکعب فٹ ہے

(۳۰۳) مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) ارتفاع قطعہ ۳ انچ ہے اور قطر کرہ ۱۴ انچ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

اول نصف قطر قاعدہ کا مربع دریافت کرنا لازم ہے دفعہ ۸۰ کی شکل کا یہاں بھی استعمال کرو

تو می د = ۳ انچ اور ی ف = ۱۴ انچ بموجب دفعہ ۸۹ کے ہمکو مربع ا د = ۳۳ کے دریافت ہوگا

۳×۳۳ = ۹۹ اور ۹۹ + ۹ = ۱۰۸ اور ۱۰۸×۳×۵۲۳۶ء = ۱۶۹ء۶۴۶۴

پس حجم قریب ۱۷۰ مکعب انچ کے ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا نصف قطر ۲۴ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے حجم دریافت کرو

اول قطعہ کا ارتفاع دریافت کرو دفعہ ۸۰ کی شکل کو استعمال میں لاؤ تو

ا د = ۲۴ انچ اور ا س = ۲۵ انچ موجب دفعہ ۶۰ کے ہم کو دریافت ہوگا کہ س د = ۷ انچ

اسیواسطے دی = ۱۸ انچ اور ۲۴ کا مربع = ۵۷۶

۵۷۶ × ۳ = ۱۷۲۸ اور ۱۸ کا مربع = ۳۲۴ اور ۱۷۲۸ + ۳۲۴ = ۲۰۵۲

۲۰۵۲ × ۱۸ × ۰٫۵۲۳۶ = ۱۹۳۳۹٫۶۸۹۶

پس حجم تقریباً ۱۹۳۴۰ مکعب انچ ہے

تیسوین فصل کی مثالین

(۱) منطقہ کے سرون کے نصف قطر ۷ انچ اور ۸ انچ ہین اور ارتفاع ۳ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۲) منطقہ کرہ کے سرون کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۲ انچ ہین اور ارتفاع ۶ انچ ہے اوس کا حجم دریافت کرو

(۳) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ہی اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۴) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ ہی اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۵) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ اور کرہ کا قطر ۱۲ فیٹ حجم دریافت کرو

(۶) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۵ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۷) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۳ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۸) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۷ فیٹ ہی قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۹) کرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہی مرکز سے ۵ فیٹ کی فاصلہ عمودی پر ایک سطح سے وہ دو قطعون مین منقسم ہوتا ہے اون دونون مین سے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۰) کرہ کا قطر ۱۸ فیٹ ہی اور وہ دو قطعون مین منقسم ہوا ہے اور ایک قطعہ کا ارتفاع بہ نسبت دوسرے قطعہ کے دو چند ہی ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۱) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ایک انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر $۲\frac{۱}{۲}$ انچ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۱۲) گول سلاخ ۶ انچ لنبی اور ۲ انچ قطر کی ہی اور اوسکے سرون پر دو گولی لگی ہوئی ہین ہر ایک کا قطر $۴\frac{۱}{۲}$ انچ ہے یہ سب لوہے کے ہین اور لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کی ۹ پونڈ وزن مین ہوتی ہے

تو بتاؤ اوس سانچے اور گرون کا سب وزن ملکر کیا ہے

(۱۳) کرہ کا قطر ۹ فیٹ ہے اور وہ دو متوازی سطحون سے حصون مین منقسم ہوا ہے اور ان حصون کے ارتفاع آپسمین برابر مین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۴) کرہ ۶ انچ قطر مین ہے اور چار حصون مین متوازی سطحون سے منقسم ہوا ہے اور اونکے ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۵) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکے دونو سرے مرکز کے ایک ہی جانب مین واقع ہین اور اونکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۸ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے

(۱۶) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکا ہر ایک سرا مرکز کے مقابل جانبون مین واقع ہے اور اوسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۸ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے

(۱۷) پیالہ قطعہ کرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا عمق ۹ انچ اور قطر اوپر کا ۳ فیٹ ہے تو بتاؤ اور کتنی پنٹ کے قریب پانی اوسمین سمائیگا

(۱۸) اس دعوی کو مختلف صورتون سے حساب لگاکر ثابت کرو کہ اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع نصف قطر کرہ کا چوتہائی ہے تو کرہ کا حجم تین چوتہائی اوس کرہ کے حجم کا ہوگا جسکا نصف قطر برابر ارتفاع قطعہ کے ہے

اکتیسوین فصل مجسمات غیر منتظم

(۳۰۴) اب وہ ترکیبین ہم بیان کرتے ہین جس سے بعض صورتون مین ہمکو اون مجسمات کے حجم دریافت ہوجائین جو اون قاعدونکے اندر داخل نہین ہین جنکا بیان ہم نے اب تک کیا ہے

(۳۰۵) فرض کرو کہ ایک مجسم ایسا ہے کہ پانی مین ڈوب جاتا ہے اور اوسکا کچھہ نقصان پانی مین ڈوبنے سے نہین ہوتا ایک ظرف مکعب کی شکل کا یا مجسم متوازی السطوح قایم الزاویہ اسطوانہ کی شکل کا غرض ایسی شکل کا لو جسمین آسانی ہو اور اوسمین اوس مجسم کو رکھہ دو اور اوسمین پانی بھر دو یہانتک کہ وہ مجسم بالکل ڈوب جائے اور جہانتک پانی ظرف مین ہو وہان نشان کرلو

اب مجسم کو پانی مین سے نکال کو اور جہان پانی ٹہری وہان ظرف مین نشان کرو اب ظاہر ہے
کہ مجسم کا حجم برابر اوس پانی کی حجم کے ہوگا جو اون دونشانون کے درمیان ظرف مین سماتا ہے
اور اس حجم کا حساب آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے۔

یا اسطرح عمل کرو کہ ظرف کو بالکل پانی سے لبالب بہر دو اور اوسمین سہج سے مجسم کو رکہدو اور جتنا پانی
ظرف سے نکل جائے اوسے ناپ لو

(۳۰۶) اگر مجسم ایک ہی چیز کا بالکل بنا ہو تو اوسکی حجم کا اندازہ اوسکی وزن سے اسطرح کر سکتے ہین
کہ اوس مجسم کو تولین اور جس چیز کا بنا ہوا ہے اوسکی ایک مکعب انچ کا وزن دریافت کرین اور مجسم
کے وزن کو اس انچ مکعب کے وزن پر تقسیم کرین تو خارج قسمت تعداد مکعب انچون کی مجسم
کے حجم مین ہوگی اگر بجائے ایک انچ مکعب کے ہم کو کسی اور حجم معلوم کا جو ایسی چیز کا بنا ہو
ہو وزن معلوم ہو تو تناسب کے حساب سے اوس مجسم کا حجم دریافت کر سکتے ہین اونیسوین
فصل کے آخر مین مثالین اس اصول کی لکہی ہین کہ اگر مجسمات کا مادہ ایک ہی ہو تو اونکے
وزنون مین وہی نسبت ہوتی ہے جو اونکے حجمون مین نسبت ہوتی ہے۔

(۳۰۷) اٹہارہوین فصل مین جو قاعدہ لکہا ہے اوسیکے متشابہ ایک قاعدہ مجسمات کیواسطے
بہی ہے اوسی بعض مجسمات کی حجم تقریباً دریافت ہو جاتے ہین۔

مجسم کے طول کو برابر جفت حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے سطوح عمود طول مجسم پر نکالو
سطوح متفاصل کا رقبہ دریافت کرو اور اول اور آخر رقبون کو اور باقی طاق رقبون اور
جفت رقبون کے چوچند مجموعہ کو جمع کرو اور حاصل جمع کو دو متصل کے سطوح متفاصل کے
فاصلہ مشترک مین ضرب دو حاصل ضرب حجم مطلوب ہوگا۔

(۳۰۸) قاعدہ مذکور عموماً اوس حالت مین کہ حجم بہت سے سطوح متفاصل سے منقسم ہوگا زیادہ تر
صحیح ہوگا مگر جہان مجسم بہت ہی غیر منتظم ہو وہان قاعدہ مذکور پر اعتبار کرنا نہین چاہیے
سطوح متفاصل کا رقبہ دریافت کرنا سوا بعض صورتون کی نہایت مشکل ہوتا ہے اسلیئے قاعدہ

مذکور عملاً کچہہ کام کا نہین

اکتیسوین فصل کی مثالین

(۱) ظرف اسطوانہ کی شکل کا ہی اور اوسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے ایک پتہر کا ٹکڑا ظرف مین رکہا گیا اور ظرف مین پانی اتنا بہر آگیا کہ پتہر ڈہک گیا اور جب پتہر کو نکال لیا پانی ۲ انچ اوتر گیا اوس پتہر کا حجم دریافت کرو

(۲) ایک مکعب فٹ سنگ مرمر کا وزن ۱۶۲۰ اونس ہی تو جس سنگ مرمر کا وزن ۴ ٹن ۶ ہنڈرڈ ویٹ ہوگا اوسکا کیا حجم ہوگا

(۳) پانی سے بہرا ہوا پیپہ ۳ ہنڈرڈ ویٹ وزن مین ہے اور جب پیپہ خالی ہوگیا تو ۴۰ پونڈ اوسکا وزن رہ گیا تو ظرف مین تقریبًا بتاؤ کتنے گیلن پانی تہا

(۴) پانچ برابر فاصلوں پر سطوح متقاصل ایک مجسم کی کہینچی گئی ہیں اور فاصلہ مشترک ۳ فیٹ ہے اور رقبے ان سطوح متقاصل کے ۲۰۷۳ اور ۲۸۰۵ اور ۹۶۰۹ اور ۸۰۵۰ اور ۷۲۰۱ ہین تو انجام کے سطوح متقاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو

(۵) پانچ برابر فاصلے پر سطوح متقاصل ایک مجسم کی کہینچی گئین اور فاصلہ مشترک ۶ انچ اور سب سطوح متقاصل دوائر ہین اور اونکے محیط جدا جدا ۵۰۱ انچ و ۳۰۴ انچ و ۹۰۹ انچ و ۶۰۷ انچ اور ۲۰۸ انچ ہین تو انجام کی سطوح متقاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو

بتیسوین فصل مجسمات متشابہ کے بیان مین

(۱۰۹) مجسمات متشابہ وہ کہلاتے ہین جنکی صورت ایک سی ہو گو اونکے حجم مختلف ہون اکثر روزمرہ کی بول چال مین جو مجسمات متشابہ ہوتے ہین اونمین ایک کو دوسرے کا نمونہ کہتے ہین

(۱۰۳) تمام مکعب متشابہ ہوتے ہین - تمام کرے متشابہ ہوتے ہین

(۱۱۳) بہت سی صورتون مین ایسا ہوتا ہے کہ وہان آسانی سی یہہ بات دریافت ہوجاتی ہے کہ مجسم متشابہ ہین مثلاً اگر ایک مجسم متوازی السطوح قایم الزاویہ کی تینون کنارے جو ایک کونہ سے

ملتے ہین دوگنی تگنی یا چہہ اور گنی ایک دوسری مجسم کنارون سے ہون تو ہم کہینگے کہ دونو مجسم
متشابہ ہین اگر مخروط مستدیر قایم کا ارتفاع اور قاعدہ کا قطر دگنا یا تگنا یا چہہ اور گنا دوسرے
مخروط کے ارتفاع اور قطر قاعدہ سے ہو تو مخروطون کو ہم متشابہ کہینگے
اور علی ہذا القیاس یہی امتحان دو مستدیر اسطوانون کے متشابہ ہونے کا ہے
ان بیانات کو اختصاراً اسطرح بیان کیا کرتے ہین
اگر کنارے دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے متناسب ہون تو وہ مجسم متشابہ ہونگے
اگر قطر قاعدون کے اور ارتفاع دو مخروط مستدیر قائم یا اسطوانہ مستدیر قائم کے متناسب
ہون تو وہ دونو متشابہ ہونگے
(۳۱۲) متشابہ مجسمات کے باب مین یہ مقدمہ اصل اصول ہے کہ
مجسمات متشابہ کی حجمون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے متناظرہ طولون کے مکعبون مین
مثلاً فرض کرو کہ ایک کرہ کا قطر ۵ انچ ہے اور دوسرے کرہ کا قطر ۴ انچ ہے تو پہلے کرہ کے حجم کو
دوسرے کرہ کے حجم سے وہ نسبت ہوگی جو ۵ کے مکعب کو نسبت ہی ۴ کے مکعب سے یعنی جو ۱۲۵ کو
نسبت ہے ۶۴ سے اسسے معلوم ہوا کہ بڑا مکعب چہوٹے مکعب سے قریب دو چند کے ہی
جو لوگ اس اصول پر توجہ نہین کرتے اونکو یہ حال نہین معلوم ہوتا ہے کہ مجسمات کی بعض ابعاد
کے بڑہنے سے حجم کس نسبت سے بڑہ جاتی ہین اور اوسکے اندازہ وہ بڑی مشکل مین پڑجاتے
ہین اور دہوکہ کہاتے ہین
(۳۱۳) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے لکھتے ہین
(۱) مکعب کا کنارہ ایک فٹ ہی تو جس مکعب کا حجم اس مکعب سے دوچند ہو اوسکے کنارہ مین تعداد
فوٹن کی دریافت کرو
تعداد مطلوب کے مکعب کو ایک کے مکعب سے وہ نسبت ہی جو ۲ کو ہے ایک سے اس سے معلوم ہوا کہ
تعداد مطلوب ۲ کا جذر الکعب ہے اور اوسکو نکالو تو ۱٫۲۵۹۹۲۶ سے نکلے گا

اسی ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ مکعب جسکا کنارہ ۱،۲۶ فیٹ ہو وہ اوس مکعب سے کہ جسکا کنارہ ایک فیٹ ہو کچھہ ہی دو چند سے زیادہ حجم مین ہوتا ہے

(۲) مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اوسمین ایک ایسا مخروط ناقص قطع کرو کہ وہ ایک چوتھائی مخروط مفروض کے ہو۔

چونکہ مخروط ناقص اصل مخروط کی ایک چوتھائی ہے تو باقی حصہ تین چوتھائی مخروط کی ہوگا اور یہ تین چوتھائی حصہ ایک مخروط ہوگا اور وہ اصلی مخروط کا متشابہ ہوگا اسیواسطے جو مخروط باقی رہا ہے اوسکی ارتفاع کی مکعب کو اصل مخروط کی مکعب سے وہ نسبت ہے جو ۱۷۲۸ کی ¾ کو نسبت ہے ۱۲۹۶ اسی پس مخروط کا ارتفاع جو باقی بعد کٹنی کے رہا ہے ۱۲۹۶ کا جذر الکعب ہے اور وہ ۱۰،۹۰۲۷۵ نکلتا ہے۔

پس اسی معلوم ہوا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع ۱۲ - ۱۰،۹۰۲۷ یعنے ۱،۰۹۷۳ ہے۔

(۳) ناقص مخروط مستدیر کی سرون کے نصف قطر ۶ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہین اور اوسکا ارتفاع ۴ فیٹ ہے متوازی قاعدہ کی ایک سطح ایسی کہنچو کہ اوسکے دو برابر حصے ہو جائین

دفعہ ۲۱۰ کی شکل مین اب اور س د دائرون کی قطر ہین اور بموجب اوس دفعہ کے رک = ۴،۵ اور رم = ۷،۵ فرض کرو کہ ر سے سطح مطلوب کا عمود فاصلہ رل سے تعبیر ہوتا ہے تو ہم کو یہ دریافت ہوگا کہ رل کا مکعب برابر نصف مجموعہ رک اور رم کے مکعبون کے ہے

اور مکعب ۴،۵ = ۹۱،۱۲۵ اور مکعب ۷،۵ = ۴۲۱،۸۷۵

پس مکعب رل = ۵۱۳ کے ½ = ۲۵۶،۵ اور اسیواسطے رل مین فٹون کی تعداد = ۲۵۶،۵ کی جذر الکعب کے یعنے ۶،۳۵۳۷ کے

پس اسی معلوم ہوا کہ سطح مطلوب کا فاصلہ مخروط ناقص کے چھوٹی سر سے

= ۶،۳۵۳۷ - ۴،۵ = ۱،۸۵۳۷

(۴) ناقص مخروط مستدیر کا حجم سب طرف سے کتنا کتنا چھیلا جاسکے کہ ایک مخروط مضلع ایسا بن جائے

کہ اوسکی قاعدہ مربعی ہوون اگرچہ یہ مثال ٹھیک متشابہ مجسمات کی باب سے علاقہ نہین رکھتی مگر وہ یہان آسانی سے بیان ہوسکتی ہے اسلیئے لکھدی ہے

فرض کرو کہ نصف قطر ایک سرےکا ۲ فیٹ ہے اور نصف قطر دوسرے سری کا ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اور بموجب دفعہ ۲۶۸ کی مخروط مستدیر ناقص کا حجم مکعب فیٹ مین =

$\frac{1}{3}$ × ۱۹ × ۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ = ۲۳۸٫۷۶۱۶ اور جب اس مخروط مستدیر کا حجم چارون طرف سے چھیلا گیا اور اوسکی سرے مربع بن گئے جنکے ضلعے ۴ فیٹ اور ۶ فیٹ ہین تو بموجب دفعہ ۲۶۹ مخروط مستدیر کا حجم مکعب فیٹ مین

= $\frac{1}{3}$ × ۳۸ × ۱۲ = ۱۵۲ اسواسطے جو حجم کہ چھیل کر اتارا ہے ۸۶٫۷۶۱۶ مکعب فیٹ ہے اور اصل حجم کا $\frac{۸۶٫۷۶۱۶}{۲۳۸٫۷۶۱۶}$ حصہ یعنی ۳۶٫۳ حجم مخروط مستدیر کا ہے یعنی قریب قریب $\frac{9}{25}$ اصل حجم کے اس عمل کے دیکھنے سے معلوم ہوگا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع خواہ کچھہ فرض کیا جاتا نتیجہ وہی حاصل ہوتا ہے جواب حاصل ہوا ہے امتحان کرنے سے یہ بھی واضح ہوگا کہ سرون کی نصف قطر خواہ کچھہ ہی ہون یہی عمل کا حاصل ہوگا جواب ہوا ہے

پس اسی ثابت ہوا کہ یہ نتیجہ کلیہ ہے اور کل مخروطات ناقص پر حاوی ہے۔

بتیسوین فصل کی مثالین

(۱) توپ کا گولہ ۳$\frac{1}{2}$ انچ قطر کا ۶ پونڈ وزن مین ہے تو بتاؤ اوسی دہات کے گولہ کا وزن جسکا قطر ۵$\frac{1}{2}$ انچ ہے کیا ہوگا۔

(۲) اگر دخانی کل کا نمونہ وزن مین ۸ پونڈ ہو اور اصل کل اوسی نمونہ کی اوسی دہات سے بنائی جائے جس کہ نمونہ بنا ہے اور اوسکی طولانی امتداد نمونہ کی طولانی امتداد سے نوگنی ہون تو اوس کل کا وزن دریافت کرو

(۳) دو اسطوانی مستدیرہ قائم متشابہ ہین اور اونکی ارتفاع ۴ انچ اور ۱۰ انچ ہین تو ثابت کرو کہ اونکی متشابہ وہ اسطوانہ جس کا ارتفاع ۱۱٫۰۳ انچ ہو حجم مین دونو اسطوانون کے

حجمون کے مجموعہ سی کم ہے اور وہ اسطوانہ جسکا ارتفاع ۰۴ء۱۱ انچ ہو اون دونو اسطوانون کے حجمون کے مجموعہ سے برابر ہے

(۴) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۵ انچ اور اوسکا حجم ۴۰۰ مکعب انچ ہی قاعدہ سے ۹ انچ کے فاصلہ پر متوازی قاعدہ کی ایک سطح کھینچی گئی ہے اس سطح سے جو دو حصے مخروط کے ہوتے ہین اونکے حجم دریافت کرو

نیچے کی چار مثالون مین جذر الکعب نکالا جائیگا۔

(۵) توپ کا گولہ ۳ انچ قطر کا ۳ سیر وزن مین ہے تو جو گولا اوسی دہات کا ۱۰ سیر وزن مین ہو اوسکا قطر کیا ہوگا

(۶) اسطوانہ مستدیر قائم کا ارتفاع ۴ فیٹ ہی تو اوسی حجم مین جو نوگنا اسطوانہ متشابہ ہو اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۷) مخروط ناقص کے سرون کے قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین اور ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور وہ دو برابر حصون مین ایک سطح سے کہ متوازی قاعدہ کے ہی تقسیم ہوا ہے تو چھوٹے سرے سے فاصلہ اس سطح کا دریافت کرو۔

(۸) اگر مثال مذکور مین مخروط ناقص تین برابر حصون مین دو سطحون سے کہ متوازی قاعدہ کی ہون منقسم ہو تو ان سطوح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے دریافت کرو

(۹) مسدس منتظم پر ایک مخروط مضلع قائم ہی اور اوسکو خیراد پر چڑہا کر مخروط مستدیر بنایا ہے تو ثابت کرو کہ ایک دسوین حصہ سی اوسکا کچھہ ہی زاید خیراد پر چھیلا ہوگا

(۱۰) ناقص مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکے حجم کو چارون طرف سی چھیلکر ایسا اوتارا ہی کہ وہ مخروط مستدیر بن گیا ہی تو ثابت کرو کہ کچھہ ہی زیادہ اصل حجم کا ۱/۵ حصہ چھیل کر اوتار اگیا ہی

(۱۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور اوسکا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہی تو ثابت کرو کہ مخروط مضلع کا حجم $\frac{\sqrt{2}}{6}$ ایک مکعب فٹ کا ہے اور حجم ہر مخروط مضلع کا جسکا قاعدہ مربع ہو اسطرح دریافت ہوگا کہ کنارہ کی مکعب کو $\frac{\sqrt{2}}{6}$ مین ضرب دین

(۱۲) مخروط مضلع مستطیل پر بنایا ہی اور اوسکا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہی تو ثابت کرو کہ مخروط کا حجم $\frac{\sqrt{2}}{12}$ مکعب فیٹ ہی اور جو مخروط مثلث پر بنایا جائے اور اوسکا ہر ایک کنارہ برابر ہو تو اوسکا حجم ایک کنارہ کے مکعب کو $\frac{\sqrt{2}}{12}$ مین ضرب دینے سی دریافت ہوگا

پانچوان باب سطوح مجسمات کے رقبے

تینتیسوین فصل سطوح مستوی

(۳۱۴) جن سطوح سے کہ مجسمات احاطہ ہوتی ہین اونکے رقبونکو دریافت کرنیکا حال لکھتے ہین اگرچہ یہ مضمون باب سوم سے متعلق تھا اور وہان بیان کرنا مناسب تھا مگر مبتدیونکے واسطے اس بات مین آسانی ہے کہ اول وہ مجسمات کی حسامت دریافت کرنیکا بیان سیکھین اور بعد ازان اونکی سطوح کے رقبون کے معلوم کرنے کی کیفیت جانین۔

(۳۱۵) کسی مجسم کی سطوح مستوی کا رقبہ اونہین قاعدون سے دریافت ہوسکتا ہے جو ہم نے باب سوم مین بیان کئے ہین اب ہم مختلف صورتین ان سطوح کے بیان کرتے ہین مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اطراف قائم الزاویہ ہوتی ہین اور مجسم متوازی السطوح کی اطراف متوازی متوازی الاضلاع ہوتی ہین دو یا چار اونمین سے قائم الزاویہ بھی ہوسکتی ہین منشور کے سرے مثلث یا کوئی اور شکل مستقیمۃ الاضلاع ہوتے ہین منشور قائم مین اطراف قائم الزاویہ اور منشور مائل مین اطراف متوازی الاضلاع ہوتی ہین مخروط مضلع کا قاعدہ مثلث یا قائم الزاویہ ہوتا ہے اور اور اطراف مثلث ہوتی ہین مجسم ذوزنقہ کی یا مخروط مضلع ناقص کے سرے مثلث اور مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہین اور اور اطراف ذوزنقہ ہوتی ہین۔ فانہ کی دو طرفین مثلث اور تین طرفون مین سے ہر ایک طرف ذوزنقہ یا متوازی الاضلاع یا قائم الزاویہ ہوتی ہے غرض سب صورتون مین مجسمات کی سطوح وہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہوتی ہین جنکے رقبے اون قواعد سے دریافت ہوتی ہین جو اوپر بیان ہوچکے ہین۔ دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکا قاعدہ بھی بیان ہوا ہے اور اس قاعدہ کا استعمال ان صورتون مین ہوگا کہ اسطوانہ مستدیر کے سرے دائرے ہوتے ہین مخروط مستدیر کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے۔ ناقص مخروط مستدیر کے قاعدے دائرے ہوتے ہین قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے منطقہ کرے کے سرے دائرے ہوتے ہین۔ ان سب صورتون مین دائرہ کے رقبہ دریافت کرنیکا قاعدہ کام مین آئیگا۔
باب سوم مین جو قاعدے بیان ہوئے ہین اونمین سے ہر ایک قاعدہ اس باب مین کام آئیگا

مثلاً قطعہ دائرہ کی رقبہ دریافت کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا ہے وہ اسطوانہ کی اون قطعات کی سطح کے رقبے دریافت کرنےمین کام آئیگا جو دفعہ ۲۵۵ مین بیان ہوئی

(۲۱۶) مثالین

(۱) ایک مکعب ۸ انچ لنبا ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

ہر ایک طرف مکعب کے ایک مربع ہے اور اوسکا رقبہ ۶۴ مربع ہے اور اوسکی چھہ طرفین ہین اسلئے کل سطح ۶ × ۶۴ مربع انچ یعنی ۳۸۴ ہے۔

(۲) مخروط کا قاعدہ مربع ہے ہر ایک ضلع ۱۰ انچ لنبا ہے اور باقی چار اطراف جو راس تک ملتے ہین مثلث متساوی الاضلاع ہین مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے اور ہر ایک مثلثی طرف کا رقبہ بموجب دفعہ ۲۰۶ کے ۴۳٫۳ مربع انچ کے قریب ہے اسواسطے چارون مثلثی طرفون کا رقبہ ۱۷۳٫۲ مربع انچ ہے پس مخروط مضلع کی کل سطح ۲۷۳٫۲ مربع انچ ہے۔

(۳) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بغیر ڈھکنی کے بنایا گیا ہے طول بیرونی اوسکا ۴ فیٹ عرض ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہے تو سطح بیرونی کا کل رقبہ دریافت کرو

اب سطح بیرونی مین دو مستطیل ایسی ہین کہ جو ۴ فیٹ سے ۲ فیٹ ہین اور دو مستطیل ایسی ہین کہ ۳ فیٹ سے ۲ فیٹ ہین اور ایک مستطیل ۴ فیٹ سے ۳ فیٹ ہے کل رقبہ ۴۰ مربع فیٹ ہے

فرض کرو کہ یہہ ظرف ایک نصف انچ موٹا دلدار بنایا جائے تو جواب عملاً یہہ ہوگا کہ اس ضخامت معینہ کے ایک چادر اوس دہات کی ۴۰ مربع فیٹ اوس ظرف کے بنانیکے واسطے لین اسلئے کہ ہر ایک سوال جسمین ضخامت فلزات کی بمقابلہ ظرف کی استعداد کے نہایت چھوٹی ہو حل ہوسکتا ہے

دفعہ ۲۴۴ مین ٹھیک ترکیب حل کرنیکے بیان ہوئی ہے اوسمین بیان کیا گیا ہے کہ بالکل صحیح نتیجہ ۱۹۱٫۴ مکعب انچ ہے اب اگر فلزات کا ۴۰ مربع فیٹ رقبہ ایک نصف انچ

موٹائین تو اوسکا حجم ۲۸۸ مکعب انچ ہوگا اسی ہمکو معلوم ہوتا ہے کہ تقریبی حجم جو انکا لا ہے وہ اصل حجم سے کچھہ زائد ہے جسقدر مادہ کی ضخامت پتلی اور باریک ہوگی اوسیقدر حجم تقریبی اور حجم اصلی مین کم فرق ہوگا

(۴) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا گیا ہی اور اوسکا ڈہکنا نہین ہے اور اوسکا قاعدہ مربع ہے اور اوسمین ایک مکعب فٹ کی سمائی ہے اور اوسکا ارتفاع اوسکے طول سے نصف ہی تو اوسکے اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو

ایک ظرف اوسی قاعدہ پر دوچند ارتفاع کا ایک مکعب ہوگا جسمین ۲ مکعب فٹ سماسینگے یعنی ۳۴۵۶ مکعب انچ اس سے معلوم ہوا کہ طول قاعدہ کی ضلع کا ۳۴۵۶ کا جذر الکعب ہے پس قاعدہ کے ضلع کا طول ۱۵٫۱۱۹ انچ ہوگا اور چونکہ ارتفاع طول سے نصف ہے تو قاعدہ کا رقبہ دوچند باقی چار اطراف مین سے ہر ایک سے ہوگا اسواسطے کل سطح اندرونی کا رقبہ سہ چند قاعدہ کے رقبہ سے ہوگا یعنی مربع انچون مین وہ سہ چند ۱۵٫۱۱۹ کے مربع سے ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ وہ ۶۸۵٫۷۵ ہے

اس سے معلوم ہوا کہ اگر مثال گذشتہ مین ظرف فلزات کا بنایا جائے اور اس فلزات کی ضخامت معینہ نہایت پتلی ہو تو اوسکی ۶۸۶ مربع انچ ظرف کے بنانے مین صرف ہونگے +

(۳۱۷) اوپر کی دو مثالون مین جس اصول کی توضیح ہوئی ہے وہ اسطرح بیان مین آتا ہی کہ ہم ظرف کو کسی فلزات کا بنانا چاہین اور اوسکی باریک ضخامت معینہ ہو تو اوس فلزات کی چادر ظرف کی سطح بیرونی کی برابر لین اگر اس اصول کو مان لین تو نہایت دلچسپ صورتین بعض نتائج حسابیہ کی بن سکتی ہین مثلاً اس باب کے آخر مین جو مثالین ۴۰ سے ۴۳ تک لکھی ہین اونکی نتائج کا مقابلہ کرین اور اسی قبیل کی مثالون کے دیکھنے سے ہم اس مسئلہ کو صحیح جانتے ہین کہ ایک ظرف جسکا سماؤ معلوم ہی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا جائے اور اوسکا قاعدہ مربع ہو اور اوسکا ڈہکنا نہو اور طول سے ارتفاع نصف ہو تو اوسکی سطح اندرونی

حتی الامکان کم ہوگی - پس ظرف بنانے مین جب منظور ہو کہ صرف نہایت کم ہو تو ظرف کو ایسا بنانا چاہیے کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو

اور علی ہذا القیاس ۲۴ سے ۲۹ تک اور اوسی قبیل کی مثالون کے نتائج کو دیکھ کر ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ اگر ڈہکنا بہی ہو تو مکعب بنانے مین صرف بہت کم ہوگا

فرض کرو کہ ہم ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا مربع قاعدہ پر بنانا چاہتے ہین اور اوسکی مصالح کی مقدار ہمکو معلوم ہے پس اگر ڈہکنا نہ ہوگا تو ظرف کا سماؤ اوس حالت مین بڑی سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو اور اگر ڈہکنا بہی ہو تو ظرف کا سماؤ اوس حالت مین بڑے سے بڑا ہوگا کہ وہ ظرف مکعب ہو

تینتیسوین ۳۳ فصل کی مثالین

اون مکعبون کی شکل سطحون کی رقبی دریافت کرو جنکی طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۱) ۲ فیٹ ۶ انچ (۲) ۳ فیٹ ۸ انچ

(۳) ۵ فیٹ ۱۰ انچ (۴) ۶ فیٹ ۷ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل ہین اونکی کل سطح کی رقبی دریافت کرو

(۵) ۲ فیٹ ۶ انچ و ۳ فیٹ و ۵ فیٹ

(۶) ۲ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۶ انچ و ۴ فیٹ

(۷) ۲ فیٹ ۸ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ و ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۸) ۲ فیٹ ۱۱ انچ ۳ فیٹ ۷ انچ ۵ فیٹ ۲ انچ

جن منشور مثلثی کے امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی کل سطوح کے رقبی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کے اضلاع ۸ و ۱۵ و ۱۷ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کے اضلاع ۱ فٹ ۴ انچ و ۲ فیٹ ۱ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) قاعدہ کے اضلاع ۲ فیٹ ۱ انچ و ۲ فیٹ ۹ انچ و ۴ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور قاعدہ کا ہر یک ضلع ۲ فیٹ ۰ انچ ہے اور اوس خط کا طول جو راس سے قاعدہ کے کسی ضلع کے نقطہ وسط مین ملایا جائے ۳ فیٹ ۵ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۲ فیٹ ۴ انچ ہے اور طول اوس خط مستقیم کا کہ راس سے قاعدہ کی کسی ضلع کی نقطہ وسط مین ملایا جائے ۵ فیٹ ۸ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہے ہر یک ضلع قاعدہ کا ۳ فیٹ ۴ انچ اور ہر یک کنارہ ۸ فیٹ ۵ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہی جسکا ہر یک ضلع ۲۸ فیٹ ہے اور ہر یک کنارہ ۱۶ فیٹ ۱ انچ ہے اوس مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) مخروط کا قاعدہ مربع ہی اور سب اطراف آپسمین برابر ہین قاعدہ کا ہر یک ضلع ۱۷ فیٹ ۶ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۱۶ فیٹ ۴ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) مخروط کا قاعدہ مربع ہی اور سب اطراف اوسکے آپسمین برابر ہین ہر یک ضلع قاعدہ کا ۲۹ فیٹ ۲ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۴۲ فیٹ ہی اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) مخروط ناقص کے سرے مربع ہین اور اضلاع اونکے ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین اور اوسکے اطراف ذوزنقہ ہین اور اونکے متوازی اضلاع کے درمیان ۶ انچ کا فاصلہ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) مخروط ناقص کے سرے مربع ہین اور اونکے اضلاع ۲ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۹ انچ ہین اور ہر یک طرف ذوزنقہ ہے اور اونکے اضلاع متوازیہ کے درمیان فاصلہ ۸ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) مخروط ناقص کے سرے مربعے ہین جنکے اضلاع ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۳ فیٹ ۰ انچ ہین اور باقی کنارون مین سے ہر ایک کنارہ ۵ انچ ہے اوسکی سطح کے کل رقبہ کو دریافت کرو

(۲۲) مخروط ناقص کے سرے مربعے ہین جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۲ انچ اور ۴ فیٹ ہین اور باقی کنارون مین سے ہر ایک کنارہ ۱۳ انچ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۳) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور ایک دوسرے سے ۶ فیٹ ہے اور اوسکی متناظرہ مستطیل ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۴ فیٹ ۱۰ انچ ہے اور باقی کنارون مین ہر ایک کنارہ ۲ انچ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) مخروط مثلثی کی چارون اطراف مثلث متساوی الاضلاع ہین اور ہر ایک کا کنارہ ۱۰ فیٹ ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے اور وہ ۴ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ ۸ انچ ہے اور باقی ہر ایک کنارہ ۶ فیٹ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) مکعب کی کل سطح کا رقبہ ۸ مربع فیٹ ۶ مربع انچ ہے اوسکی حجامت دریافت کرو

(۲۷) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۳ و ۷ و ۹ فیٹ ہین تو جس مکعب کی سطح اس مجسم کی سطح کے برابر ہو اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۲۸) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۲ انچ اور اوسکی ذوزنقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۲۵ انچ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۹) فانہ کا کنارہ ۱۴ انچ ہے قاعدہ کا طول ۶ انچ اور عرض ۲ انچ اور ذوزنقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۹ انچ کل اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) منشور قائم کے سرے مسدس منتظم ہین اوسکا ہر ایک کنارہ ۲ فیٹ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مخروط کا قاعدہ مثمن منتظم ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہے اور مخروط کا ہر ایک کنارہ ۱۲ فیٹ

انچ ہے قاعدہ سمیت اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی استداد ثلاثہ ۸ انچ اور ۱۶ انچ اور ۴ انچ ہین تو جو مکعب اوس مجسم کی برابر ہو اوسکی سطح کا کل رقبہ دریافت کرو

(۳۳) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول عرض ارتفاع ۸ و ۹ اور ۲ انچ ہین اوسکی سطح دریافت کرو اور اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جسکا ارتفاع وہی ہو جو پہلے مجسم کا تھا اور قاعدہ مربع ہو +

دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جنکا ارتفاع اور حجم ایک ہی ہے اور اونمین سے ایک مجسم کا قاعدہ مربع ہے تو اسکی کل سطح دوسرے کی کل سطح سے کم ہوگی اس مدعا کو ذیل کے مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطوح کا اون مجسمات کی سطوح سے جنکا ارتفاع اور حجم پہلے مجسمات کے حجم اور ارتفاع کے برابر ہو اور قاعدے اونکے مربع ہون مقابلہ کرکے ثابت کرو

(۳۴) قاعدہ ۳ فیٹ سے ۴ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۳۵) قاعدہ ۳ فیٹ سے ۷ فیٹ ارتفاع ۹ فیٹ

(۳۶) قاعدہ ۸ فیٹ سے ۱۵ فیٹ ارتفاع ۱۹ فیٹ

ان نیچے کی مثال مین جذر الکعب نکلے گا

ایک ظرف بغیر ڈھکنے کی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی صورت کا ہے اور قاعدہ اوسکا مربع ہے اور اوسمین .... ۱ مکعب انچ کا سماؤ ہے تو اوسکی کل سطح بیرونی کا رقبہ صور مفصلہ ذیل مین دریافت کرو

(۳۷) ارتفاع برابر طول کے

(۳۸) ارتفاع برابر دو چند طول کے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۰) ارتفاع برابر سہ چند طول کے (۴۱) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

ایک ظرف ڈھکنے سمیت مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوس کا سماؤ

۱۰۰ اگر مکعب ۱ انچ ہے تو اوسکی سطح اندرونی کا کل رقبہ صور مفصلہ ذیل مین دریافت کرو

(۲۴) ارتفاع برابر طول کے

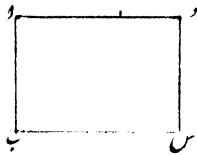
(۳۴) ارتفاع برابر دو چند طول کے

(۴۴) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۵۴) ارتفاع برابر سہ چند طول کے

(۶۴) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

چونتیسوین فصل اسطوانہ مستدیر قائم کی بیان مین

(۳۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مین دو سرے مدور مستوی ہین اور ایک اور حصہ سطح کا ہوتا ہے۔ جسکو ہم سطح منحنی یا مستدیر کہتے ہین

(۳۱۹) فرض کرو کہ ا ب س د ایک مستطیل ہے اوسکو ایک کاغذ یا وصلی کا کتر کر بناؤ اور پھر اوسکو موڑ دو یہانتک کہ کنارہ ا ب کنارہ د س سے ملجائے

تو ظاہر ہے کہ موڑ تو ڑ کر کاغذ ایک اسطوانہ مجوف کی صورت کا بنجائیگا اسطوانہ کا ارتفاع ا ب ہوگا اور ب س قاعدہ کا محیط ہوگا اسے یہ معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی اسطوانہ کا رقبہ برابر اوس مستطیل کے رقبہ کے ہے جسکا ایک امتداد برابر ارتفاع اسطوانہ کے ہو اور دوسرا امتداد برابر محیط قاعدہ اسطوانہ کے ہو پس اسی یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے بیان ہوتا ہے۔

(۳۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۳۲۱) مثالین

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۲ × ۳ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۸٫۸۴۹۶ فیٹ

۵/۲ × ۱۸٫۸۴۹۶ = ۴۷٫۱۲۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۴۷٫۱۲۴ مربع فیٹ کے ہوگا

(۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا قطر ۱۶ انچ ہے اور ارتفاع ۲۵ انچ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۱۶ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ مربع انچون کے اور ۲۵ × ۵۰٫۲۶۵۶ = ۱۲۵۶٫۶۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۱۲۵۶٫۶۴ مربع انچ کے ہے

دو مدور سرون کا رقبہ مربع انچون مین = ۲ × ۶۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۴۰۲٫۱۲۴۸

۱۲۵۶٫۶۴ + ۴۰۲٫۱۲۴۸ = ۱۶۵۸٫۷۶۴۸

اسواسطے کل سطح کا رقبہ ۱۶۵۸٫۷۶۴۸ مربع انچ ہے

(۳۲۲) دفعہ ۳۲۰ کے قاعدہ سے یہ نتائج بہ آسانی استخراج ہوتے ہین
اگر اسطوانہ مستدیر کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ برابر ہے اسطوانہ کے دونو سرون کے رقبون کی اور اگر ارتفاع دوچند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سرون کے رقبہ سے دوچند ہوگا اور اگر ارتفاع سہ چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سرون کے رقبہ سے سہ چند ہوگا اور علی ہذا القیاس
اگر ارتفاع نصف نصف قطر سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ نصف سرون کے رقبی سی ہوگا اور اگر ارتفاع نصف قطر کی تہائی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ ثلث سرون کے رقبی سے ہوگا اور علی ہذا القیاس
پس اس سے ہم یہ نتیجہ مستنبط کرتے ہین کہ اسطوانہ مستدیر قائم کی ارتفاع کو وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے ہے جو سطح منحنی کے رقبے کو دونو سرون کے رقبون سے نسبت ہے۔

(۳۲۳) دفعہ ۳۱۹ کے عمل سے ہم اور طرح کی بھی مجوف اسطوانی قائم بنا سکتے ہین جنکی قاعدے دائرے ہون بلکہ بیضوی یا اور خطوط منحنی ہون پس ہم دیکھتے ہین کہ کسی اسطوانہ قائم کے

سطح منحنی کا رقبہ سطح دریافت ہوتا ہی کہ قاعدہ کے مجموعۂ اضلاع کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین

(۳۲۴) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع اسطوانہ کا برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے ہے تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

بموجب دفعہ ۳۲۲ کے سطح منحنی کا رقبہ ایک سر کے برابر ہے پس ایک سر کا سہ چند رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہی اسواسطے ایک سر کا رقبہ ۶⅔ مربع فیٹ = ۹۶۰ مربع انچ کے اب بموجب دفعہ ۱۷۱ کے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

۹۶۰ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۵٫۵۸ نکلے گا اور اوسکا جذر ۱۷٫۴۸ ہی پس قاعدہ کا نصف قطر ۱۷٫۵ انچ کے قریب قریب ہی

(۲) اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ قاعدہ کا نصف قطر اور اسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو

حاصل ضرب ارتفاع اور قاعدہ کا ۱۲۰ ہی اور حاصل ضرب ارتفاع اور محیط قاعدہ ۳۰ ہے پس، قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر = ۱۲۰ ÷ ۳۰ = ۴ لیکن بموجب دفعہ ۱۷۶ کے قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر برابر نصف قطر کے نصف کے پس نصف قطر کا نصف ۴ فیٹ ہی اسواسطے نصف قطر ۸ فیٹ ہی

اسسے معلوم ہوا کہ قاعدہ کا محیط = ۱۶ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ فیٹ

اسیواسطے اسطوانہ کا ارتفاع = ۳۰ ÷ ۵۰٫۲۶۵۶ = ۰٫۵۹۶۸ فیٹ

(۳) ظرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بنا ہوا ہی اور اوسکا سماؤ ایک مکعب فٹ ہے اور ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے تو اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

اسطوانہ کا حجم ۱۷۲۸ مکعب انچ دفعہ ۲۵۳ کی طرح عمل کرنے سے حاصل ہوگا اور ارتفاع انچون مین $\frac{۱۷۲۸}{۳٫۱۴۱۶}$ کا جذر المکعب ہوگا پس اس سے معلوم ہوا کہ ارتفاع ۸٫۱۹۳۴ انچ ہے۔

اور کل سطح اندرونی کا رقبہ سہ چند ایک سر کے رقبہ سی ہو الیس مربع انچونمین اوسکا رقبہ سہ چند اوس حاصل ضرب سے ہی
جو ۱۴۱۶ اور ۳ کا ۳۴۴۹۱۶۸ کے مربع مین ضرب دینے سی حاصل ہوتا ہی عمل کرنیسے معلوم ہوگا کہ وہ ۶۳۲۲،۷۰۰ سے
اس نتیجہ سی اور آخر نتائج سے جو دفعہ ۳۱۶ مین حاصل ہوتی ہین اونسے معلوم ہوتا ہے کہ اس شکل کے ظرف
بنانے کے واسطے مصالح بہ نسبت اوس ظرف کی جسکا ذکر دفعہ مذکور مین ہوا ہے کم چاہیئے

(۳۲۵) اس باب کے آخر مین مثالین ۱۲ سی ۳۰ تک جو لکہی ہین اونسے اور اوسی قبیل کی مثالون مین نتائج کو
آپسمین مقابلہ کرنیسے ہمکو یہ علم ہوتا ہی کہ ظرف کو بغیر ڈہکنے کے اوس اسطوانہ کی شکل کے بنانے
مین فائدہ ہی کہ جسمین ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو اور اگر ڈہکنا بہی ہو تو اوس صورت مین
فائدہ ہی کہ ارتفاع دو چند قاعدہ کے نصف قطر سے ہو

ان شکلونکے اسطوانون مین اصول مذکور کو مانکر ہم تہوڑے سے مصالح سے اکا ظرف جسکا سماؤ معلوم ہو
بنا سکتے ہین اور اگر مصالح دیدیا جائے تو اوس سے ظرف بڑے سی بڑے سماؤ کا بنا سکتے ہین

چونتیسوین فصل کی مثالین

جن قائم مستدیر اسطوانونمین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین سطح منحنی کا کل رقبہ دریافت کرو

(۱) ارتفاع ۲ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا محیط ۸ فیٹ

(۲) ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا محیط ۸ فیٹ ۶ انچ

(۳) ارتفاع ۱ فٹ ۱۰ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۵ انچ

(۴) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۴ انچ

(۵) ارتفاع ۴ فیٹ قاعدہ نصف قطر ۸ فیٹ

جن قائم مستدیر اسطوانون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا کل رقبہ دریافت کرو

(۶) ارتفاع ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۷) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ

(۸) ارتفاع ۱ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۶ ۱/۲ انچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ

(۱۰) ارتفاع ۶ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا محیط ۲۴ فیٹ

(۱۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۳ فیٹ ۹ انچ ارتفاع دریافت کرو

(۱۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۵ ۵/۷ مربع فیٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۲ ۱/۲ فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۱۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر دوچند نصف قطر قاعدہ کے ہے اور قاعدہ کا نصف دریافت کرو

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا نصف ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ ۱/۲ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۳ ۱/۴ مکعب فیٹ ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۵ مکعب فیٹ ہے ایک سرے کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور حجم ۲ ۱/۴ مکعب فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا رقبہ ۳،۱۴۱۶ مربع انچ ہے اور حجم ۳۱،۴۱۶ مکعب انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ہے اور حجم ۵ مکعب فیٹ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

امثلہ مفصلہ ذیل میں جذر المکعب نکالا جائیگا۔

ایک ظرف بغیر ڈھکنی کے ہی اور اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسمین ۱۶۱۴۲۱ مکعب انچ کا سماو ہے صور مفصلہ ذیل مین اوسکے کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۲) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع دوچند

(۲۳) قاعدہ کے نصف قطر سے ارتفاع نصف

(۲۴) نصف قطر قاعدہ سی ارتفاع سہ چند

(۲۵) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع ثلث

ایک ظرف ڈھکنی سمیت اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسمین ۱۶۱۴۱۳ مکعب انچ کا سماو ہے پس صور مفصلہ ذیل مین اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۲۸) ارتفاع نصف قاعدہ کے نصف قطر سے

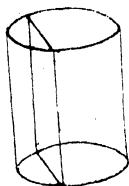
(۲۹) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۰) ارتفاع نصف قطر قاعدہ کا ثلث

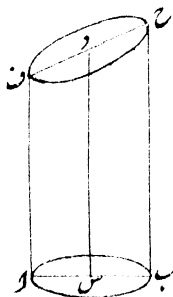
(۳۱) مکعب کا کنارہ ۱۰ انچ ہے اوسکی حجم کی برابر حجم مین ایک اسطوانہ مستدیر ہے جسکا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہے تو مکعب اور اسطوانہ مین سے ہر ایک کے کل سطح اندرونی دریافت کرو

(۳۲) ایک ظرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بغیر ڈھکنی کے ہی اور اوس مین ۱۰۰۰ گیلن سماتی ہین تو کل سطح اندرونی ظرف کی اوس حالت مین دریافت کرو کہ وہ کم از کم مصالح مین ظرف تیار ہوجاے

پینتیسوین فصل قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم اور حلقہ کی بیان مین

(۳۲۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قطعات کی سطوح منحنی کے رقبے آسان قاعدون سے دریافت ہوسکتی ہین اب ہم اون کو بتلاتے ہین ۔

(۳۲۷) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ مستدیر قائم محور کے
متوازی سطح سے دو حصوں مین منقسم ہوا ہے اب حصہ کے
سطح مین دو قطعات دائرہ کی ہین اور ایک مستطیل ہے
اور ایک اور سطح منحنی کا حصہ ہے

اب ہر قطعہ دائرہ کا رقبہ دفعہ ۱۸۵ سے دریافت ہو سکتا ہے اور مستطیل کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۳۴ کے
اور سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قوس کے طول کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دو
یا رقبہ مستطیل اور سطح منحنی دونو ساتھہ بموجب دفعہ ۳۲۳ کے ہم دریافت کرین یعنی قاعدہ کے
احاطہ کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین

(۳۲۸) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح سے جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ سے نہ ملی قطع کر کے ایک
مجسم بنائین تو اس مجسم کی سطح مین دو حصے ہین ایک حصہ مین قاعدہ ہے اور وہ دائرہ ہے اور دوسرا
سرا ہے وہ بھی ایک سطح منحنی مستوی ہے اور دوسرا حصہ سطح منحنی ہے
قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۸۲ کے دریافت ہو سکتا ہے اور دوسرے سرے کے
رقبہ دریافت کرنیکا کوئی قاعدہ بالکل صحیح صحیح ابتک نہین بیان ہوا لیکن
بموجب دفعہ ۱۹۳ کے اوسکا رقبہ تقریبا دریافت ہو سکتا ہے اس منحنی مستوی
کو بیضوی کہتے ہین اور تحقیقات ریاضیہ مین وہ بڑے مطلب کا ہوتا ہے
سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدے سے دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ کے محیط کو ارتفاع مجسم مین ضرب دین

(۳۲۹) دفعہ ۲۵۶ کے موافق ارتفاع مجسم کو سمجھنا چاہیے اور اس قاعدہ کی تصدیق دفعہ ۲۵۷ سے ہوا کرتی ہے

(۳۳۰) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو دو سطحین قطع کرتی ہین اور وہ محور پر مائل ہین اور قاعدہ سے
نہین ملتین اور اوس سے ایک مجسم پیدا ہوتا ہے۔ تو سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ
اسطوانہ کی محیط کو ارتفاع مجسم مین ضرب دین ارتفاع کو موافق دفعہ ۲۵۹ کے سمجھو اس قاعدہ کا
استخراج اس امر واقعی پر موقوف ہے کہ مجسم کو ہم تفاوت اون دو مجسمون کا سمجھتے ہین

جنکا ذکر دفعہ ۲۵۶ یا ۳۲۸ مین ہوا ہے

(۳۳۱) ایک حلقہ مجسم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی کسی سطح متفاصل مدور کی محیط کو حلقہ کے طول مین ضرب دو

طول حلقہ کے معنی موافق دفعہ ۲۶۱ کے اور قاعدہ کو موافق دفعہ ۲۶۰ کے سمجھو

(۳۳۲) مثالین

(۱) حلقہ کی متفاصل مدور کا نصف قطر ایک انچ ہے اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے

محیط متفاصل مدور حلقہ کا ۲ × ۳٫۱۴۱۶ = ۶٫۲۸۳۲ انچ ہی اسیواسطی رقبہ حلقہ کی سطح کا ۱۰ × ۲ × ۳٫۱۴۱۶

یعنی ۶۲٫۸۳۲ ہیں رقبہ سطح کا ۶۳ مربع انچ کے قریب ہے

(۲) قطر اندرونی حلقہ کا ۷ انچ اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہے

بموجب دفعہ ۲۶۲ کے نصف قطر فصل مدور کا ۳/۲ انچ ہی اور حلقہ کا طول ۲۳٫۵۶۲ انچ ہے

اسیواسطے سطح حلقہ کا رقبہ مربع انچ مین = ۳/۲ × ۳٫۱۴۱۶ × ۲ × ۲۳٫۵۶۲ = ۳۷۰٫۰۱

پینتیسوین فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۰۷ کی شکل مین دو حصونکے اندر چھوٹے حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ فرض کرکے دریافت کرو

کہ ارتفاع مجسم ۴ فیٹ اور دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ دائرہ کا وتر برابر نصف قطر کے

(۲) دفعہ ۳۰۷ کی شکل مین دو حصون کے اندر چھوٹے حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہ فرض کرکے دریافت کرو

کہ ارتفاع مجسم کا ۴ فیٹ ۲ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۸ انچ اور وتر مرکز دائرہ پر زاویہ

قائمہ کا محاذی ہے

(۳) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہے اور محور اسطوانہ پر دو سطوح مائل ہین اور

قاعدہ سے نہین ملتین وہ اسطوانہ سے ایک مجسم قطع کرکے پیدا کرتے ہین ان دو سطحونکے درمیان

جو حصہ محور کا آتا ہے اوسکا طول ۲۰٫۵ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

جن حلقون مین امتداد ذیل معلوم ہین اونکی سطوح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو

(۴) طول ۲۰ انچ اور سطح متفاصل کا محیط ۴ انچ ہے

(۵) طول ۲۵ انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۳/۴ انچ

(۶) قطر بیرونی ۱۰،۴ انچ اور قطر اندرونی ۱۰،۴ انچ

(۷) قطر اندرونی ۱۱ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۲ انچ

(۸) قطر بیرونی ۲۶ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۴ انچ

(۹) قطر بیرونی ۲۵ انچ متفاصل مدور کا محیط ۱۰ انچ

(۱۰) قطر اندرونی ۲۰ انچ متفاصل مدور کا محیط ۱۲ انچ

(۱۱) سطح حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۱ انچ ہے حلقہ کا طول دریافت کرو

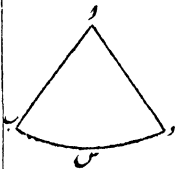
(۱۲) حلقہ کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہے اور طول ۲۰ انچ قطر اندرونی دریافت کرو

چھتیسوین فصل مخروط مستدیر قائم کی بیان مین

(۳۴۳) سطح مخروط مستدیر مین دو حصے ہوتی ہین ایک حصہ تو قاعدہ ہوتا ہے اور دوسرے حصہ کا نام سطح منحنی یا مستدیر ہے

(۳۴۴) فرض کرو کہ ا ب س د ایک قطاع دائرہ ہے اوسکو کسی وصلی یا کاغذ کا بناؤ اور پھر اوسکو موڑو یہانتک کنارہ ا ب کنارہ ا د کے ساتھہ متصل ہو جائے

اب یہہ بادی النظر مین معلوم ہوتا ہے کہ تیلی اور اندر سے خالی یعنی مجوف جو چیز بنیگی اوسکی باہر کے سطح بالکل مخروط مستدیر کے سطح منحنی سے مطابقت رکھیگی

ا راس مخروط مستدیر کا ہوگا اور ا ب مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل اور ب س د قاعدہ مخروط مستدیر کا محیط اسی یہہ استخراج ہوتا ہے کہ سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کے برابر اوس قطاع کے ہوتی ہے جسکا نصف قطر برابر ارتفاع مائل مخروط مستدیر کے ہو اور قوس قطاع برابر محیط قاعدہ مخروط مستدیر کے ہو پس اسی قاعدہ مفصلہ ذیل استنباط ہوتا ہے

(۳۳۵) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مائل مخروط مستدیر مین ضرب دو اور نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۳۶) مثالین

(۱) نصف قطر قاعدہ مخروط مستدیر قائم کا ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ انچون مین = ۲×۸×۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶

½ × ۱۴ × ۵۰٫۲۶۵۶ = ۳۵۱٫۸۵۹۲

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۵۲ انچ کے قریب ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور ارتفاع اوسکا ۳ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اول ہم کو ارتفاع مائل دریافت کرنا چاہیے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۱۶ + ۹ کا جذر یعنے ۲۵ کا جذر یعنے ۵ ہے

۰٫۵ × ۲ × ۴ × ۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۶۲٫۸۳۲

پس سطح منحنی کا رقبہ ۶۲٫۸۳۲ مربع فیٹ ہے

قاعدہ کا رقبہ = ۴ × ۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ مربع فیٹ

اسواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۶۲٫۸۳۲ + ۵۰٫۲۶۵۶ = ۱۱۳٫۰۹۷۶

(۳۳۷) دفعہ ۳۳۵ سے یہ نتیجہ بآسانی مستنبط ہوتا ہے

اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دوچند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور اگر ارتفاع اوس مخروط مستدیر کا سہ چند نصف قطر قاعدہ مخروط سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سہ چند قاعدہ مخروط کے رقبہ سے ہوگا اور علےٰ ہذا القیاس پس اس نتیجہ کو یون بیان کرسکتے ہین کہ مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے رکھتا ہے جو سطح منحنی کا رقبہ قاعدہ کی رقبہ سے نسبت رکھتا ہے

(۳۴۸) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) مخروط مستدیر کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل دو چند نصف قطر قاعدہ سے ہی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

موجب دفعہ ۳۴۳ کے سطح منحنی کا رقبہ برابر ہی قاعدہ کے دو چند رقبہ کے اسیواسطے قاعدہ کا سہ چند رقبہ برابر ۲۴ مربع فیٹ کی ہے اسلئے قاعدہ کا رقبہ ۸ مربع فیٹ پس قاعدہ کا نصف قطر موافق دفعہ ۱۷۱ کے سطح دریافت ہو جائیگا کہ ۸ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۲٫۵۴۶۴ نکلے گا اور اسکا جذر ۱٫۵۹۵۸ کے قریب ہی پس قاعدہ کا نصف قطر ۱٫۵۹۵ فیٹ کے قریب ہی

(۲) مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع دو چند نصف قطر سی ہی تو کل سطح مخروط کا رقبہ دریافت کرو

موجب دفعہ ۳۶۲ کے قطر قاعدہ کے مکعب اور ۳٫۱۴۱۶ کی $\frac{1}{4}$ کا حاصل ضرب برابر ۲۰ کے پس نصف قطر قاعدہ کا مکعب

$$= \frac{۶۰}{۳٫۱۴۱۶ \times ۲} = \frac{۳۰}{۳٫۱۴۱۶} = ۹٫۵۴۹$$

اسواسطے قاعدہ کا نصف قطر فٹون مین ۹٫۵۴۹ کا جذر المکعب ہے اور یہ برابر ۲٫۱۲۱۵ کے ہے اسواسطے رقبہ قاعدہ مربع فٹون مین ۳٫۱۴۱۶ اور ۲٫۱۲ کے مربع کا حاصل ضرب ہے اور یہ برابر ہے ۱۴٫۱۴۰ کے

اب اگر قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہو اور ارتفاع مخروط مستدیر کا ۲ فیٹ تو ارتفاع مائل $\sqrt{۵}$ فیٹ موجب دفعہ ۵۵ کے ہوگا یعنی ارتفاع مائل $\sqrt{۵}$ گنا نصف قطر قاعدہ کا ہوگا پس اس صورت مین ارتفاع دو چند نصف قطر قاعدہ سے ہے اسلئے ارتفاع مائل $\sqrt{۵}$ گنا نصف قطر قاعدہ سی ہوگا یعنی ارتفاع مائل ۲٫۲۳۶ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہے اسی موجب دفعہ ۳۴۳ کے معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی مربع فیٹ مین ۲٫۲۳۶ اور ۱۴٫۱۴۰ انچ کا حاصل ضرب ہے یعنی ۳۱٫۶۱۷

اسی واسطے سطح کا کل رقبہ مربع فیٹ مین = ۱۴۰۱۴ + ۳۱۶۱۱۷ = ۴۵۶۷۵۷

(۳) ایک مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲ مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اگر قاعدہ کا نصف قطر ا فٹ ہوتا اور ارتفاع مائل ۳ فیٹ تو ارتفاع $\sqrt{8}$ فیٹ بموجب دفعہ ۲۰۰ کے ہوتا یعنی ارتفاع $\sqrt{8}$ گنا نصف قطر قاعدہ کا اور چونکہ اس صورت مین ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ کی ہے تو ارتفاع $\sqrt{8}$ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوا.

پس موافق مثال گذشتہ کے عمل کرنے سے ہمکو معلوم ہوا کہ نصف قطر قاعدہ کا مکعب $= \frac{2 \times 3}{3.1416 \times \sqrt{8}}$ اور یہ برابر ۶۷۵۲، کے اسی واسطے نصف قطر قاعدہ کا جذر الکعب عدد مذکور کا ۰۸۹۰، ہے اسے بموجب دفعہ ۲۳۳ کے کل سطح کا رقبہ ۴ گنا رقبہ قاعدہ سے ہے پس وہ مربع فیٹ مین ۴ گنا حاصل ضرب ۳۱۴۱۶، اور مربع ۸۹۰، کا ہے اور یہ حاصل ضرب ۸۸۸۴، ہے

اس مثال مین کل سطح مقدار مین بہ نسبت مثال گذشتہ کے کم ہے اور اس باب کے آخر مین جو مثالین لکھی ہین اونمین ۱۸ سے ۲۴ تک مثالون کی اور اسی قبیل کی اور مثالون کے نتیجے کو مقابلہ کرنے سے نفس الامر مین یہ بات معلوم ہوگی کہ مخروط مستدیر قائم کی سطح اگر معلوم ہو تو حجم اوسکا جب ہی نہایت بڑے سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہوگا اور اگر حجم مخروط مستدیر قائم کا معلوم ہو تو کل سطح اوسکی جب نہایت کم سے کم ہوگی کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر سے ہوگا

چھتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر قائم مین استعداد ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کا رقبہ مربع انچونمین دریافت کرو

(۱) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۳ انچ اور قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۵ انچ

(۲) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۵ فیٹ ۷ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ا فٹ ۹ انچ

(۴) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۵) ارتفاع مائل ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۶ انچ

(۶) ارتفاع ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۷ انچ

(۷) ارتفاع ۳ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ

(۸) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۴ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ انچ

(۱۰) ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ انچ

(۱۱) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۶٫۲۸۳۲ فیٹ

(۱۲) ارتفاع ۱۲ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۱۰ فیٹ

جن مخروطات مستدیر قائم مین ابعاد بتفصیل ذیل معلوم ہون اونکے کل سطح کے رقبے مربع فیٹ مین دریافت کرو

(۱۳) ارتفاع مائل ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۱۴) ارتفاع مائل ۳٫۵ فیٹ نصف قطر ۲٫۳ فیٹ

(۱۵) ارتفاع ۶ فیٹ محیط قاعدہ ۸ فیٹ

(۱۶) ارتفاع مائل ۴٫۶ فیٹ محیط قاعدہ ۷٫۹ فیٹ

(۱۷) ارتفاع ایک فٹ نصف قطر قاعدہ ۵ انچ

(۱۸) ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ نصف قطر قاعدہ ۱ فٹ ۸ انچ

(۱۹) ارتفاع ۸ انچ محیط قاعدہ ۲۷ انچ

(۲۰) ارتفاع ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ فیٹ

(۲۱) سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کا رقبہ ۷۵۰ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۵۰ انچ ہے ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۲) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۸۰۰ مربع انچ ہے اور محیط قاعدہ ۴۶ انچ ہے

مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۳) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر قاعدہ ۵ء۱ فیٹ ہی ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۴) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر قاعدہ ۲۵۰ء۲ فیٹ مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۵) مخروط مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۶۵ مربع انچ ہے اور ارتفاع مائل ۵ء۲ انچ ہے محیط قاعدہ دریافت کرو

(۲۶) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل ۳ ⅛ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۷) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۸) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۹ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۹) ایک مخروطی خیمہ ۱۲ فیٹ قطر کا اور ۸ فیٹ اونچا بنانا ہے تو پون گز عرض کا ٹاٹ اوسمین کتنا لگے گا

(۳۰) ایک مخروطی خیمہ ۱۴ گز قطر اور ۱۰ فیٹ بلند بنانا ہے اوسمین دو تہائی گز عرض کا ٹاٹ کتنا صرف ہوگا

مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہی تو صور مفصلہ ذیل مین اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۱) ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۲) ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۳) ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۴) ارتفاع مائل پچگنا نصف قطر قاعدہ سے

(۳۵) ارتفاع مائل چھہ گنا نصف قطر قاعدہ سے

ان سئالون مین جذر المکعب نکالنا پڑتا ہے

مخروط مستدیر قائم کا حجم ۳۱۴۱۶ مکعب انچ ہی سو ر مفصلۂ ذیل کی اندر کل سطح کا رقبہ مربعہ انچون مین دریافت کرو

(۳۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

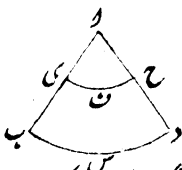
(۳۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ کے

(۳۸) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے

(۴۰) ارتفاع برابر ایک تہائی نصف قطر قاعدہ کے

سینتیسوین فصل مخروط مستدیر ناقص کے بیانمین

(۳۳۹) مخروط مستدیر ناقص کی سطح کے دو حصے ہوتے ہین ایک حصہ مین دو مدور سرون کی سطح اور دوسرے حصہ مین سطح منحنی

(۳۴۰) فرض کرو کہ ا ب س د قطاع دائرہ ہی ا کے مرکز اور ا ب سے کم کسی نصف قطر پر قوس ی ف ح کھینچو ب س د ح ف ی کو کاغذ یا وصلی کا کترکر بنالو اور اوسکو موڑو یہانتک کہ کنارہ ی ب کنارہ ح د کے ساتھہ وصل ہوجائے

اب بادی النظر مین یہ معلوم ہوتا ہے کہ ایسی پتلی مجوف شی بن گئی جسکے باہر کی سطح مخروط مستدیر ناقص کی سطح منحنی سے بالکل مطابقت رکھتی ہی اور ی ف ح ایک سر کا محیط ہے اور ب س د دوسرے سرے کا محیط ہے اور ی ب ارتفاع مائل مخروط مستدیر ناقص کا ہے پس اس سے ثابت ہوا کہ سطح منحنی مخروط مستدیر ناقص کے برابر اون دو قطاع

دائرہ کی تفاوت کی ہوتی ہے جبکا زاویہ مشترک ہوتا ہے اور قوسین قطاع کی مخروط ناقص کے سرونکے محیط ہوتے ہین اور اونکے نصف قطرونکا فرق مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع مائل ہوتا ہے تو دفعہ ۱۸۳ اسکے آخر قاعدہ سے یہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جسکا نیچے بیان ہوتا ہے

(۳۴۱) قائم مخروط مستدیر ناقص کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے محیطون کے مجموعہ کو ارتفاع مخروط ناقص مین ضرب دو نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۴۲) مثالین

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سر کا نصف قطر ۱۰ انچ اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۵ انچ اور ارتفاع مائل ۱۶ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

انچون مین محیطون کا حاصل ضرب ۳٫۱۴۱۶ اور مجموعہ ۲۰ اور ۳۰ کا یعنی ۵۰ کا ہے

پس محیطون کا مجموعہ ۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ انچ ہے

½ × ۱۶ × ۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۸ × ۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۴۰۰ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۲۵۶٫۶۴

پس سطح منحنی کا رقبہ ۱۲۵۶٫۶۴ مربع انچ ہے

مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۸ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۸ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ ہے

= ۱۳ × ۸ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۰۴ × ۳٫۱۴۱۶

رقبہ ایک سرے کا مربع فیٹ مین = ۲۵ × ۳٫۱۴۱۶ اور رقبہ دوسرے سرے کا مربع فیٹ مین = ۶۴ × ۳٫۱۴۱۶ پس اس سے معلوم ہوا کہ کل سطح کا رقبہ حاصل ضرب ۳٫۱۴۱۶ اور مجموعہ ۱۰۴ و ۲۵ اور ۶۴ یعنی ۱۹۳ کا ہے

پس کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

= ۱۹۲×۳٫۱۴۱۶ = ۶۰۶٫۳۲۸۸

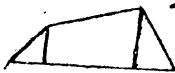
(۳۴۳) دفعہ ۳۴۳ کے قاعدہ سے یہ نتیجہ مستنبط ہوتا ہی کہ قائم مخروط مستدیر ناقص کے ارتفاع مائل کو سرون کے نصف قطرون کی تفاوت سے وہی نسبت ہی جو سطح منحنی کا رقبہ سرون کے رقبون کی تفاوت سے نسبت رکہتا ہے

(۳۴۴) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۲ انچ اور ۱۰ انچ ہین اور ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا ۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

فرض کرو کہ یہ شکل مخروط مستدیر ناقص کی ایک تراش ہی جو ایک سطح سے جسمین محور ہی بنتی ہے اب یہان دیکہتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہے جسکا ایک ضلع مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرون کے نصف قطرون کا تفاوت ہی اس صورت مین مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہی اور نصف قطرونکا تفاوت ۳ انچ ہی

اسواسطے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۵ انچ ہے

اسیواسطے سطح منحنی کا رقبہ انچ مربعون مین = ۵×۱۷×۳٫۱۴۱۶ = ۲۶۷٫۰۳۶

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے قطر ۱۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع برابر ہی اوس خارج قسمت کے جو ان قطرون کی حاصل ضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے سطح منحنی کا رقبہ اور دونون سرون کا رقبہ دریافت کرو

ارتفاع مخروط ناقص فیٹ مین = $\frac{۱۶×۲۴}{۴۰}$ = $\frac{۲۴×۴}{۱۰}$ = ۹٫۶

پس ارتفاع مائل کا دریافت کرنا لازم ہے ۹٫۶ کا مربع = ۹۲٫۱۶ اور سرون کے نصف قطرون کا تفاوت ۴ فیٹ ہی اور ۴ کا مربع = ۱۶

۹۲٫۱۶ + ۱۶ = ۱۰۸٫۱۶ اور ۱۰۸٫۱۶ کا جذر = ۱۰٫۴ پس ارتفاع مائل ۱۰٫۴ فیٹ ہی

پس کل سطح منحنی کا رقبہ مربع فٹون مین

= ۴۴۰۰۴۰۱×۲۰×۱۶×۱۴۱۴۱۳ = ۱۴۱۴۱۶۰۳×۳×۲۰۸ = ۶۵۳۰۴۵۲۸

اور دونوں سرون کا رقبہ ۱۴۱۴۱۶۰۳ اور مربعات ۸ اور ۲ کے مجموعہ کا حاصل ضرب ہے یعنے

یعنی حاصل ضرب ۱۴۱۴۱۶۰۳ اور مجموعہ ۴۴ اور ۴۴ کا ہے یعنی حاصل ضرب ۱۴۱۴۱۶۰۳ اور ۲۰۸ کا

اسلئے معلوم ہوا کہ رقبہ دو نوسرونکا برابر سطح منحنی کے ہے یہ امر امتحان سے معلوم ہوگا کہ یہی ہمیشہ

صورت ہوگی اگر ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا برابر اوس خارج قسمت کے ہو جو قطرون کے

حاصل ضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے

(۳) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۶ انچ اور ۱۰ انچ ہون اور ارتفاع مائل ۶ انچ

اگر مخروط ناقص کی سطح دو برابر حصون مین تقسیم کیجائے تو ارتفاع مائل ہر ایک کا دریافت کرو

اب ہم کل مخروط کا ارتفاع مائل دریافت کرتے ہین

دفعہ کے چوتھی مثال مین جس ترکیب کو استعمال مین لائے تھے اگر وہی یہان استعمال مین لائین

تو کل مخروط مستدیر کا ارتفاع ۳۰ انچ ہوگا اور اسیواسطے ارتفاع مائل چھوٹے مخروط کا ۲۴ انچ

اب دفعہ ۲۱۰ کی طرح عمل کرکے فاصلہ مائل راس سطح سے جو سطح منحنی مخروط کو دو حصون مین تقسیم کرتی ہے

دریافت کرتے ہین ۲۴ کا مربع ۵۷۶ ہے اور ۳۰ کا مربع ۹۰۰ ہے اور ان مربعون کا نصف مجموعہ ۷۳۸ ہے اور

۷۳۸ کا جذر ۲۷٫۱۶۶ کے قریب ہے ۲۴ کو اس سے تفریق کرو تو باقی ۳٫۱۶۶ ہے

پس ایک حصہ کا ارتفاع مائل ۳٫۱۶۶ انچ کے قریب ہے اور اسیواسطے دوسرے حصہ کا

ارتفاع مائل ۲٫۸۳۴ انچ سے کچھہ کم ہے

سینتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر ناقص مین ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی کے رقبے دریافت کرو

(۱) سرون کے محیط ۱۵ انچ اور ۱۰ انچ اور ارتفاع ۱۱ انچ

(۲) سرون کے محیط ۱۹ انچ اور ۲۳ انچ اور ارتفاع ۱۳ انچ

(۳) سرون کے نصف قطر ۷ انچ اور ۹ انچ اور ارتفاع مائل ۵ انچ

(۴) سرونکے نصف قطر ۲۶ فیٹ اور ۳۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۵ فیٹ

(۵) سرونکے نصف قطر ۱۱ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ

(۶) سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۷) سرونکے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ

(۸) سرونکے نصف قطر ۵ ½ فیٹ اور ۶ ½ فیٹ ارتفاع ۲ ½ فیٹ

جن مخروطات مستدیر ناقص کی اسناد بتفصیل ذیل معلوم ہون اونکے کل رقبے دریافت کرو

(۹) سرون کے محیط ۲۰ اور ۱۰ انچ اور ارتفاع مائل ۱۰ انچ

(۱۰) سرون کے محیط ۱۰ اور ۱۲ انچ اور ارتفاع مائل ۹ انچ

(۱۱) سرونکے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ ½ فیٹ

(۱۲) سرونکے نصف قطر ۲٫۳۰ و ۲٫۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ

(۱۳) سرونکے نصف قطر ۱۲ اور ۱۰ انچ اور ارتفاع ۸ انچ

(۱۴) سرونکے نصف قطر ۱۲ اور ۲۰ انچ ارتفاع ۱۵ انچ

جن ناقص مخروطون مین ارتفاع برابر ہو اوس خارج قسمت کے جو سرونکے قطرون کے حاصل ضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی اور اون مین اسناد بتفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی اور دونو سرون کے رقبے جدا جدا دریافت کرو

(۱۵) سرونکے قطر ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۶) سرونکے قطر ۱۳ فیٹ اور ۷ فیٹ

(۱۷) سرونکے قطر ۲۰ فیٹ اور ۲۴ فیٹ

(۱۸) سرونکے قطر ۲۵ فیٹ اور ۴۰ فیٹ

(۱۹) مخروط ناقص کے سرون کے نصف قطر ۵ فیٹ اور ۶ فیٹ اور ارتفاع مائل ۴ فیٹ اگر مخروط ناقص کی سطح منحنی دو برابر حصون مین تقسیم ہو تو ہر ایک حصہ کا ارتفاع مائل دریافت کرو۔

(۲۰) ایک خیمہ مخروط مستدیر ناقص کی شکل بنایا گیا ہے اور پہر اوس پر مخروط مستدیر لگایا گیا ہے اور مخروط ناقص کے سرونکے قطر ۲۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور مخروط ناقص کا ارتفاع ۸ فیٹ ہی اور مخروطی حصہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسمین ٹاٹ کتنی مربع گز لگے گا

اڑتیسوین فصل کرہ

(۳۴۵) کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ - قطر کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۳۴۶) مثالین

(۱) کرہ کا قطر ۹ انچ ہے

۹ × ۹ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۵۴٫۴۶۹۶

پس کرہ کی سطح ۲۵۴٫۴۷ مربع انچ کے قریب ہی

(۲) کرہ کا قطر ۳ ½ فیٹ ہے

۳٫۵ × ۳٫۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۸٫۴۸۴۶

پس سطح کا رقبہ ۳۸٫۴۸۴۶ مربع فیٹ کے قریب ہی

(۳۴۷) دفعہ ۳۴۵ کا قاعدہ اور طرح سے بھی بیان ہوسکتا ہے

قطر کرہ کو اوسکے محیط مین ضرب دو یا محیط کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

محیط کرہ سے مراد اوس دائرہ کا محیط مراد ہی جس سے دفعہ ۲۲۲ مین کرہ پیدا ہوا تہا یعنی دائرہ عظیمہ کرہ کا محیط

(۳۴۸) دفعات ۳۲۰ اور ۳۴۵ سے یہ استخراج ہوتا ہے کہ سطح کرہ کا رقبہ برابر ہے اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کے رقبہ کے ہی جسکا ارتفاع اور اوسکے سرونکے قطر برابر کرہ کے قطر کے ہون

(۳۴۹) دفعات ۲۹۱ اور ۳۴۵ سے ہم یہ استنباط عظیم کرتے ہین کہ کرہ کا حجم برابر ایک تہائی حاصل ضرب سطح اور نصف قطر کرہ کے ہوتا ہے

(۳۵۰) اس قاعدہ کو مخروط مستدیر اور مضلع کے قاعدہ کے ساتھ بڑی مشابہت ہے

اسلئے وہ آسانی سے یاد رہ سکتا ہی فرض کرو کہ کرہ کا مرکز ت ہے اور ع اور ق اور ر سطح کرہ پر تین نقطے بہت قریب قریب ہین اور کرہ سے ایسا ٹکڑا جدا کرین کہ جسکو سطوح ت ع ق اور ت ق ر اور ت ر ع اور کرہ کی سطح کا وہ حصہ جو اون سے کے درمیان آتا ہے گھیرتا ہے

تو یہ ٹکڑا بہت مشابہ مخروط مضلع سے ہوگا اور ہمکو بہت جلد یقین ہوگا کہ حجم اس ٹکڑیکا برابر ایک تہائی حاصل ضرب نصف قطر اور کرہ کی اوس حصہ سطح کی ہے جو اون سطحون کے درمیان واقع ہوئی ہے پس کرہ کو ایسے ایسے بیشمار حصون مین تقسیم ہوا ہو خیال کرو تو دفعہ ۳۴۹ کا نتیجہ جلد نکل آئیگا ان مین اور دفعہ ۱۷۵ کے بیان مین طالبعلم کو مشابہت تامہ معلوم ہوگی

(۳۵۱) کرہ کی خاصیت عظیم یہ ہے کہ تمام مجسمات مین جو حجم معینہ رکھتے ہون اوسکی سطح کا رقبہ نہایت کم ہوتا ہے اور تمام مجسمات مین جو سطح معینہ رکھتے ہون کرہ کا حجم نہایت بڑا ہوتا ہے اس باب کے آخیر مین جو مثالین ۱۶ سے ۲۰ تک لکھی ہین اونسے طالب علم اس خاصیت کو ثابت کر سکتا ہے

(۳۵۲) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) سطح کرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع انچ ہی کرہ کا قطر اور حجم دریافت کرو

قطر کی مربع اور ۳٫۱۴۱۶ کا حاصل ضرب برابر ۲۰۰ کے ہے اسیواسطے قطر کا مربع

$= \frac{۲۰۰}{۳٫۱۴۱۶} = ۶۳٫۶۶۱۸$ اور اس عدد کا جذر ۷٫۹۷۸۹ ہے پس قطر ۷٫۹۸ انچ کے قریب ہے

پس بموجب دفعہ ۳۴۹ کے کرہ کا حجم مکعب فٹ مین

$= \frac{۱}{۳} \times ۲۰۰ \times \frac{۱}{۲} \times ۷٫۹۷۸۹ = ۲۶۵٫۹۶$

(۲) کرہ کا حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ہے اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۲۹۱ کے قطر کرہ کا مکعب $= \frac{۱۰۰۰}{۰٫۵۲۳۶} = ۱۹۰۹٫۸۵$

اسیواسطے کرہ کا قطر انچون مین جذر المکعب اس عدد کا ہے اور وہ ۱۲٫۴۰۷ ہے

پس بموجب دفعہ ۳۴۵ کے سطح کا رقبہ ۳۴۸۳۶ء۶ مربع انچ کے قریب ہے

اڑتیسوین فصل کی مثالین

جن کرون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطحون کے رقبے دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۵ انچ (۲) نصف قطر ۱۵ انچ

(۳) نصف قطر ۲ء۲ انچ (۴) محیط ۲۰ انچ

(۵) محیط ۴ فیٹ (۶) محیط ۴ء۶ فیٹ

جن کرون کی سطوح کے رقبے بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے قطر دریافت کرو

(۷) ۴۰۰ مربع (۸) ۶۴ مربع فیٹ (۹) ۵ء۰ مربع فیٹ

اون کرون کی حجم دریافت کرو جنکی سطوح کے رقبے بہ تفصیل ذیل ہین

(۱۰) ۲۰ مربع فیٹ (۱۱) ۵۰ مربع فیٹ (۱۲) ۱۰۰ مربع فیٹ

(۱۳) کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے ہو جسکا قطر ۴ فیٹ ہو

(۱۴) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبہ کے ہو جسکا قطر ۹ فیٹ ہو

(۱۵) اسطوانہ ۵ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ قطر کا ہے اور نصف کرے اوسکے بڑے سرے پر لگائی گئی ہین تو کل سطح دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے اور کرہ کی سطح برابر اسطوانہ کی کل سطح کے ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۷) کرہ کی سطح برابر اوس مکعب کے سطح کے ہے جسکا طول ایک فٹ ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۸) کرہ کی سطح برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح کے ہی جسکا قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور ارتفاع دو فیٹ ہر یک کا حجم دریافت کرو

ان نیچر کی مثالون مین جذر الکعب نکالا جاےگا

(۱۹) ایک کرہ کا حجم برابر اوس مکعب کے ہی جسکا طول ایک فٹ ہی ہر ایک کی سطح دریافت کرو

(۲۰) کرہ کا حجم برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی ہی جسکی قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور ارتفاع ۲ فیٹ ہر ایک کی سطح دریافت کرو

اونتالیسوین فصل کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ

(۳۵۳) منطقہ کی سطح مین دو مدور سرون کی سطح ہوتی ہی اور ایک اور حصہ ہوتا ہے جسکو سطح منحنی کہتے ہین +

قطعہ کرہ کی سطح مین قاعدہ مدور کی سطح ہوتی ہے اور ایک اور حصہ ہوتا ہی جسکو سطح منحنی کہتے ہین

(۳۵۴) منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ - محیط کرہ کو منطقہ یا قطعہ کے ارتفاع مین ضرب دو.

(۳۵۵) مثالین

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا قطر ۱۸ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

۶ × ۱۸ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۳۹٫۲۹۲۸

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۳۹٫۳ مربع انچ کے قریب ہی

(۲) منطقہ کرہ کے سرونکا فاصلہ مرکز سے ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ ہی اور دونوں سرے مرکز کے ایک ہی جانب مین واقع ہین اور کرہ کا قطر ۱۴ فیٹ ہی منطقہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ

= ۲ × ۱۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۸ × ۳٫۱۴۱۶

بموجب دفعہ ۹۰ کے ایک سرے کے نصف قطر کا مربع

= ۹ × ۵ = ۴۵

اور دوسرے سرے کے نصف قطر کا مربع = ۱۱ × ۳ = ۳۳

اور دونو سرون کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۷۸ × ۳٫۱۴۱۶

اسیواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

= ۲۰۱ × ۳٫۱۴۱۶ = ۶۳۱٫۴۶۱۶

دفعات ۳۲۰ اور ۳۵۶ سے ظاہر ہوتا ہے کہ سطح منحنی منطقہ یا قطعہ کرہ کی برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کی ہوتی ہے جسکا ارتفاع برابر منطقہ یا قطعہ کرہ کے ارتفاع کے ہو اور قطر اوسکے سرون کا برابر کرہ کے قطر کے ہو

اور یہی کیفیت سطح کرہ کی ہے اگر ہم ارتفاع کرہ سے قطر کرہ مراد لین دفعہ ۳۴۰ دیکھو

(۳۵۷) اب ہم چند مثالین حل کرتے ہین

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۷ انچ ہے اور کرہ کا محیط ۶۴ انچ کل قطعہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

= ۶۴ × ۷ = ۴۴۸

اور کرہ کا قطر $\frac{۶۴}{۳٫۱۴۱۶}$ انچ ہی اسیواسطے بموجب دفعہ ۶۹ کے نصف قطر قاعدہ کا مربع یون حاصل ہوگا

۷ مین سے $\frac{۶۴}{۳٫۱۴۱۶}$ کو تفریق کرین

اور حاصل تفریق کو ۷ مین ضرب دین پس $\frac{۶۴ \times ۷}{۳٫۱۴۱۶}$ - ۴۹ حاصل ہوگا اور قطعہ کرہ کے قاعدہ کا رقبہ برابر با حاصل اور ۳٫۱۴۱۶ کے حاصل ضرب کے ہے اسیواسطے وہ

۷ × ۶۴ - ۴۹ × ۳٫۱۴۱۶ یعنی ۴۴۸ - ۴۹ × ۳٫۱۴۱۶

پس کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین

۸۹۶ - ۴۹ × ۳٫۱۴۱۶

یعنی ۸۹۶ - ۱۵۳٫۹۳۸۴

یعنی ۷۴۲٫۰۶۱۶

جس ترکیب سے ہم نے یہ سوال حل کیا ہی اوسمین ایسا تکلف ہی کہ مبتدی کو مشکل معلوم ہوگا مگر طالب علم کو اوسپر توجہ کرنی چاہیے غور کرنے سے اوس سے یہ معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت ہم نے

اس قاعدہ کو قائم کیا ہے کہ قطعہ کی سطح منحنی اوس دائرہ سے جسکا نصف قطر برابر قطعہ کرہ کے ارتفاع کے ہو جسقدر زیادہ ہوئی ہے اوس زیادتی کا دوچند برابر ہوتا ہے قطعہ کرہ کی کل سطح کے

(۲) ایک کرہ کا منطقہ اون دو قطعات کی تفاوت کے برابر ہے جنکا ارتفاع ۱۳ انچ اور ۹ انچ ہے اور محیط کرہ کا ۸۲ انچ ہے منطقہ کا کل سطح دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

= ۴ × ۸۲ = ۳۲۸

بموجب دفعہ ۹۷ کے منطقہ کے ایک سرے کے نصف قطر کا مربع ۸۲ / ۳٫۱۴۱۶ مین سے ۹ کی تفریق کرنے سے حاصل ہوتا ہے پس وہ ۹ × ۸۲ / ۳٫۱۴۱۶ − ۸۱ ہے اس منطقہ کے سرے کا رقبہ انچ مربعون مین حاصل ضرب اس ماحصل اور ۳٫۱۴۱۶ کا ہے اسیواسطے وہ

۹ × ۸۲ − ۸۱ × ۳٫۱۴۱۶ ہے

اسیطرح منطقہ کے دوسرے سرے کا رقبہ مربع انچون مین ۱۳ × ۸۲ − ۱۶۹ × ۳٫۱۴۱۶ ہوگا اس سے معلوم ہوتا ہے کہ منطقہ کی کل سطح کا رقبہ برابر ہے

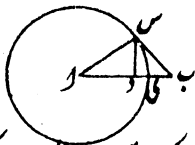
۴ × ۸۲ و ۹ × ۸۲ اور ۱۳ × ۸۲ کے مجموعہ منفی ۸۱ × ۳٫۱۴۱۶ اور ۱۶۹ × ۳٫۱۴۱۶ کے مجموعہ کے یعنی ۲ × ۱۳ × ۸۲ − ۲۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ کے

پس کل سطح کا رقبہ ۱۳۴۶٫۶ مربع انچ کے قریب ہے

اوپر کے عمل سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ ہم نے یہ قاعدہ قائم کیا ہے کہ منطقہ کرہ کو دو قطعات کرہ کا تفاوت خیال کر کے اوسکی کل سطح کا رقبہ اس طرح دریافت کیا ہے کہ قطعہ کلان کی سطح منحنی کے دوچند رقبہ مین سے اون دو دائرون کے رقبے تفریق کئے ہین جنکی نصف قطر قطعات کے ارتفاع معلوم ہین

(۳) کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور مرکز سے ۱۵ فیٹ کے فاصلہ پر ایک نقطہ لیکر اوسی کرہ کی مماس نکالی ہین اس طرح قطعہ کرہ کو مقرر کر کے اس قطعہ کی سطح منحنی کا رقبہ

دریافت کرو

فرض کرو کہ مرکز ا ہے اور ب وہ نقطہ ہے جس سے خطوط کھینچے ہین اور ب س اون خطون مین سے ایک خط مستقیم ہے جو کرہ سے نقطہ س پر ملتا ہے س د عمود ا ب پر نکالو اور ی وہ نقطہ ہے جہان ا ب کرہ کو قطع کرتا ہے تو جس قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ ہم کو دریافت کرنا ہے وہ وہ قطعہ ہے جسکا ارتفاع د ی ہے اب ہم د ی کا طول دریافت کرتے ہین سب طولون کو فیٹ مین تعبیر کرو

ا ب = ۱۵ اور ا س = ا ی = ۱۲

پس معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۴۰ کے ہم کو ب س = ۹ کے حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ ۱۵ کے ا د = ۳۶/۵ = ۷ء۲ بموجب دفعہ ۴۰ کے ا د ۱۴۴ - ۵۱ء۸۴ کا جذر ہے یعنی ۹۲ء۱۶ کا جذر ہے اور وہ ۹ء۶ ہے ہم اس نتیجہ کو متشابہ مثلثون سے بآسانی حاصل کرتے ہین کہ بموجب دفعہ ۳۴ کے

ب ا : ا س :: ا س : ا د

یعنی ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ا د

اسیواسطے ا د = ۱۲×۱۲/۱۵ = ۴۸/۵ = ۹ء۶

پس د ی = ۱۲ - ۹ء۶ = ۲ء۴

اسیواسطے قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۲ء۴×۲×۱۲×۳ء۱۴۱۶ = ۱۸۰ء۹۵۶۱۶

اگر آنکھ کو ب پر رکھو تو ہمکو اتنا ہی قطعہ کرہ کا معلوم ہوگا جسکا رقبہ ہم نے دریافت کیا ہے پس اگر ہمکو یہ دریافت کرنا ہو کہ اگر ہم ب پر آنکھ رکھین تو کسقدر کرہ کا حصہ ہمکو دکھائی دیگا تو د ی کے طول کو شمار کنندہ اور قطر کرہ کو نسب نما بناکر کسر بنائین تو اس کسر کے موافق دکھائی دیگا

مثال مذکورہ مین کسر $\frac{۲}{۲۴}$ یعنی $\frac{۱}{۱۲}$ ہوگی

اونتالیسوین فصل کی مثالین

جن قطعات کرہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کے رقبے دریافت کرو

(۱) قطعہ کا ارتفاع ۱۰ انچ اور محیط کرہ ۸۵ انچ

(۲) قطعہ کا ارتفاع $۲\frac{۱}{۴}$ فیٹ محیط کرہ ۲۰ فیٹ

(۳) ارتفاع قطعہ ۹ انچ اور نصف قطر کرہ ۱۶ انچ

(۴) قطعہ کا ارتفاع ۴ و ۲ فیٹ اور نصف قطر کرہ ۲۵ و ۳ فیٹ

جن قطعات کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو

(۵) ارتفاع قطعہ ۲ فیٹ نصف قطر کرہ ۶ فیٹ

(۶) ارتفاع قطعہ ۹ انچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ انچ

(۷) قطعہ کا ارتفاع ۱۱ انچ اور کرہ کا محیط ۹۰ انچ

(۸) قطعہ کا ارتفاع ۳ فیٹ محیط کرہ ۲۷ فیٹ

جن قطعات کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی تفاوت سے جو منطقے پیدا ہوتے ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو

(۹) نصف قطر کرہ ۱۱ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۱۰) نصف قطر کرہ ۱۵ انچ اور ارتفاع ۶ انچ اور ۹ انچ

(۱۱) محیط کرہ ۴۰ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ اور ۵ فیٹ

(۱۲) محیط کرہ ۵۰ انچ اور ارتفاع ۴ انچ اور ۷ انچ

جن منطقون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحون کے رقبے دریافت کرو

(۱۳) نصف قطر کرہ کا ۹ فیٹ اور مرکز سے منطقہ کے سرونکا فاصلہ مقابل جانبونمین ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین

(۱۴) نصف قطر کرہ کا ۱۶ انچ اور منطقہ کے سرونکا فاصلہ مرکز سے ایک ہی جانب مین ۵ انچ اور ۹ انچ ہے

(۱۵) کرہ کا محیط ۳۲ فیٹ ہی اور منطقہ کی سرون کے فاصلے مرکز سے مقابل جانبون مین ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ

(۱۶) کرہ کا محیط ۴۰ انچ ہی اور منطقہ کی سرونکے فاصلے مرکز سے ایک ہی جانب مین ۲ اور ۸ انچ ہین

(۱۷) کرہ کا قطر ۸۰ فیٹ اگر وہ مرکز سے ۴۱ فیٹ کی فاصلہ پر آنکھہ لگا کر دیکھین تو کرہ کی سطح کا کونسا حصہ دکھائی دیگا

(۱۸) کرہ کا قطر ۵۰ فیٹ ہے اگر سطح کرہ سے ۸ فیٹ کی فاصلہ پر آنکہہ لگا کر دیکھین تو بتاؤ کرہ کا کونسا حصہ دکھائی دیگا

(۱۹) بتاؤ کرہ کی سطح سے کس فاصلہ پر آنکھہ لگائین کہ کرہ کا ایک سولہوان حصہ دکھائی دے

(۲۰) بتاؤ کرہ کی سطح سے کسی فاصلہ پر آنکہہ لگائین کہ کرہ کا ایک آٹھوان حصہ دکھائی دے

باب ششم علم مساحت کا عمل

چالیسوین فصل تمہید

(۳۵۸) روزمرہ کے کاروبار مین جو قواعد مساحت کا کام پڑتا ہے اوسکا ذکر گیارہوین فصل مین ہوچکا ہے کہ مکانون کے فرشون کا حساب کسطرح کرتے ہین دیوارون پر جو کاغذ لگاتے ہین اونکا اندازہ کیونکر ہوتا ہی اور استرکاری اور رنگوائی وغیرہ کی کیونکر بنت ہوتی ہی غرض ایسے حسابون مین علم حساب اور اصول مساحت سے واقفیت ضروری

اس باب کے آخر مین ہم اور مثالین اسی قبیل کی لکھینگے

(۳۵۹) سوا اسکے اور طرح سے قواعد علم مساحت کی روزمرہ کی بعض ضروری کامون مین کام آتے ہین اونکا جاننا کاریگرون کی اصطلاحات جاننے پر موقوف ہی اور اونکے قاعدے جدا ہوتے ہین اور تخمینی قواعد کا رواج ایسا پڑ گیا ہے کہ وہ بدل نہین سکتا گویا کہ اون قواعد کے موافق حساب کا کرنا ایک دستور ٹھہر گیا ہے ہم ان تین بابون مین انہین باتون کا ذکر کرین گے۔

چالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۹ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اگر ڈیڑہ آنہ فی فٹ رنگوائی مین اوسکی صرف ہو تو بتاؤ کیا لاگت لگیگی

(۲) ایک کمرہ ۲۳ فیٹ ۴ انچ لنبا اور ۱۵ فیٹ ۸ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اوسکے چارون دیوارون کی رنگوائی مین ڈیڑہ روپیہ مربع فٹ کی حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ طول مین اور ۱۵ فیٹ ۸ انچ عرض مین اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ ارتفاع مین ہی تو اوسکی چارون دیوارون کی رنگوائی دو روپیہ مربع فٹ کے حساب سے کیا ہوگی

(۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ طول مین ۱۶ فیٹ عرض مین اور ۱۲ فیٹ ۴ انچ ارتفاع مین ہے تو ۹ مربع فٹ کی حساب سے کیا چارون دیوارون کی رنگوائی ہوگی

(۵) ایک کمرہ کا طول ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ اور عرض ۵ گز ۲ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۴ گز ۶ انچ ہے تو اوسکی دیوارون پر گز بہر عرض کا اور ۹ گز کا کاغذ کتنا لگیگا

(۶) ایک صندوق مکعب ہے اور سیسہ کی چادرون سے منڈھا ہوا ہے اور ایک مربع فٹ مین ۴ سیر لگا ہی اور اس حساب سے کل صندوق مین ۲۹۴ سیر سیسہ لگا ہی تو صندوق کا طول و عرض دریافت کرو

(۷) ایک ظرف ۱۲ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۸ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۶ فیٹ ۶ انچ گہرا ہے اوسکی اطراف اور تہ مین سیسہ کی چادرین لگائی گئی ہین اور ۱۴ روپیہ کا ایک من ۱۶ سیر سیسہ خرید کیا ہی اور ایک مربع فٹ مین ۴ سیر لگتا ہی تو بتاؤ اس ظرف مین کیا لاگت لگیگی

(۸) ایک ظرف اوپر کی طرف سے کہلا ہوا ہی اور وہ سیسہ کی چادرون سے بنایا گیا ہے اور ایک مربع فٹ چادر کا وزن ۳ سیر ہے اور وہ ظرف ۴ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۲ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہے اور ۲۴ مکعب فیٹ کی اوسمین سمائی ہے تو سیسہ کا وزن دریافت کرو

(۹) ایک صندوق ڈہکنی سمیت ۱½ انچ موٹے تختہ کا بنایا گیا ہے اگر اسنداد بیرونی اوسکے ۳ فیٹ ۶ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہون تو بتاؤ اوسکے بنانے مین کتنے مربع فیٹ تختے لگینگے +

(۱۰) ایک ہموار چھت ۱۷ فیٹ ۴ انچ لنبی اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑی ہے اگر اوسپر سیسہ کی چادرین ایک سولہوین انچ کے برابر موٹی بچھائین اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۶ ½ اونس اور ایک پونڈ کی قیمت ۳ ½ پنس مقرر کرین تو بتاؤ اس چھت مین کیا لاگت لگیگی +

(۱۱) ایک گول گھر ۱۶ فیٹ اونچا اور ۱۸ فیٹ قطر کا ہے تو اوسکی دیوارون کی رنگوائی بحساب ½ آنہ گز کے کیا ہوگی

(۱۲) ایک مینار مخروط مستدیر کی شکل کا ہے اوسکے قاعدہ کا محیط ۳۶ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۰۸ فیٹ ہی تو ۷ ½ آنہ مربع گز رنگوائی کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۱۳) ایک پیالہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر کا نصف کرہ کی شکل کا ہے تو اوسکی گلٹ کرائی ۱ ½ آنہ مربع انچ کے حساب سے کیا ہوگی +

(۱۴) ایک گول کمرہ ہی اور اوسکی عمودی دیوارین ۱۵ فیٹ بلند ہین اور کمرہ کا قطر ۲۸ فیٹ ہی اور اوسکے اوپر نصف کرہ کی شکل کا گنبد بنا ہوا ہے تو ۹ پی فی مربع فٹ کے حساب سے اوسکی استرکاری مین کیا لگے گا

(۱۵) اگر اس گنبد کے گرد جہان وہ دیوارون سے ملتا ہی زنجیر ۱۰ آنہ فٹ کی لگائین تو اوس زنجیر کی قیمت دریافت کرو

(۱۶) ایک صحن مستطیل ہے اور ۱۰۰ فیٹ لنبا اور ۹۰ فیٹ چوڑا ہے اور اوسکے طول مین رستہ ۶ فیٹ چوڑا بنا ہوا ہے اور اس رستہ پر پتھر کا فرش بچھا ہوا ہے ۲ روپیہ ۴ ر ایک مربع گز پر لاگت لگی ہی اور باقی جگہہ پر فرش ۶ ر گز کا تو بتاؤ کل کیا لاگت لگی

(۱۷) سہ منزلہ مکان ہی اور ہر منزل مین تین دروازے ہین اور سب سے نیچے کی منزل کے دروازے کا ارتفاع ۸ فیٹ ہی اور بیچ کی منزل کے دروازونکا ارتفاع ۷ فیٹ اور اوپر کی منزل کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور عرض سب کا ۴ فیٹ ہی اگر ان دروازون مین شیشے لگائین ۱ ر ۸ مربع فٹ خرچ کرین تو کیا لاگت لگیگی +

(۱۸) ایک مکان سہ منزلہ ہی ۸۵ فیٹ سی ۴۳ فیٹ دیوارون کے درمیان واقع ہے اور ۱۵ فیٹ

۳ انچ سے ۸ فیٹ جگہہ پر سیڑہیان لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنی مربع فرش اوسکے واسطی درکار ہوگا

(۳۱۹) ایک کمرہ ۲۲ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اوسکی دیوارون پر ۳۲ انچ چوڑا ۱۱½ آنہ گز کا کاغذ کتنے کا لگیگا ان دیوارون مین دو دروازے ہین ہر ایک ۸ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہے اور ایک آتشدان ۶ فیٹ ۶ انچ سے ۶ فیٹ ہی اور ایک دروازہ ۱۱ فیٹ سے ۵ فیٹ ۶ انچ ہے ان سب کو منہا کرکے حساب لگاؤ

(۳۲۰) ایک صحن مربع ۶۳ فیٹ لنبا ہی اور اوسکے وسط مین ایک چمن مدور ۱۴ فیٹ قطر کا ہی اور تین طرف اوسکے ۸ فیٹ چوڑی کیاری پہولون کی ہے تو بتاؤ اگر باقی جگہہ مین ۳½ روپیہ گز کا فرش کرائین تو کیا لاگت لگیگی

اکتالیسوین فصل کاریگرونکا کام

(۳۶۰) کاریگر اپنا اپنا حساب جدا ہی طرح سے کرتے ہین ایک گز یا فٹ سرکاری اون کے پاس ہوتا ہی اور اسیواسطے مربع فٹ اور مربع گز فرشونکے واسطے پیمانہ اور مکعب فٹ اور مکعب گز جیسا مٹونکے واسطے پیمانہ اونکا ہوتا ہے

(۳۶۱) فرش بنانا اور استرکاری اور پلاسٹر اور کھپریل اور چھپر کا کام اور رنگوائی کا کام مربعونکی تعداد پر موقوف ہوتا ہی اور مربع مین ۱۰۰ مربع گز یا فٹ شامل ہوتے ہین مثلاً معمار کہیگا کہ ۵ روپیہ گز استرکاری کا لونگا تو اوس سے مراد یہ ہوتی ہی کہ سو مربع گز کی استرکاری کی اجرت پانچ روپیہ ہونگے غرض یہ معاملات روزمرہ لوگ دیکھتے ہین کہ یہ حساب فی سیکڑہ ہوتے ہین اور بول چال مین فی گز و فی فٹ بولتے ہین

(۳۶۲) چھتین دو طرح کی ہوتی ہین ایک چھتین تو ایسی ہوتی ہین جیسے کہ ہمارے مکانونکی بنی ہوئی ہوتی ہین دوسری چھتین قینچی دار ہوتی ہین جیسے کہ تم نے ریل کے اسٹیشنو پر دیکھی ہون اور کھپریل کی چھتین اکثر قینچی دار ہوتی ہین اب یہہ قینچیان تین طرح کی ہوتی ہین اور اونکے تین ہی طرح سے حساب ہوتے ہین +

اول طول قینچی کے بازو کا تین چوتہائی عرض مکان سے ہوتا ہی ایسی قینچی کا اندازہ اسطرح ہوتا ہے کہ عرض مکان کو ڈیوڑہا کر لیتے ہین وہی اندازہ چہت کا ہوتا ہے

دوم مکان کے عرض کی برابر قینچی کے بازون کا طول ہوتا ہی اسلئے چہت کا اندازہ مکان کے دوچند عرض سے ہوتا ہی

سوم ارتفاع قینچی کا عرض مکان کے $\frac{۱}{۴}$ حصہ کی برابر ہوتا ہی اسصورت مین طول قینچی کی لکڑی کا $\frac{۱۱}{۲۰}$ عرض مکان کا ہوتا ہے اسلئے چہت کا اندازہ $\frac{۱۱}{۱۰}$ عرض مکان سے ہوگا

(۲۶۳) ہر قسم کے کاریگرون کے واسطے جدا جدا دستور حساب کے بندہ گئے ہین اونکے موافق حساب عملاً ہوتا ہے اونمین کچہہ مساحت کے اصول کام مین نہین آتے اسلئے تفصیل اونکی بیان فضول ہے مگر بطور مشتی نمونہ از خروارے ہم دروازون کا حساب جسطرح کیا کرتے ہین اور اوسکے موافق مزدوری لیتے ہین اوسکو لکھتے ہین

اکثر دروازہ کی موٹائی کو دونو طول اور عرض پر زیادہ کر لیتے ہین اور جو اس ازدیاد سے طول اور عرض کی مقدارین ہو جاتی ہین اونکو باہم ضرب دیتے ہین اور حاصل ضرب کو رقبہ دروازہ کا سمجھتے ہین اگر کواڑ ایک طرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو ڈیوڑہا کر لیتے ہین اور اگر دونو طرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو دوچند کر لیتے ہین +

مثلاً فرض کرو کہ دروازہ ۷ فیٹ ۵ انچ بلند اور ۴ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ایک انچ موٹا ہو تو ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۴ فیٹ ۴ انچ بنائینگے تو رقبہ مربع فیٹ مین

$۷\frac{۱}{۲} \times ۴\frac{۱}{۳}$ یعنی $\frac{۱۵}{۲} \times \frac{۱۳}{۳}$ یعنی $\frac{۵ \times ۱۳}{۲}$ یعنی $۳۲\frac{۱}{۲}$ مربع فیٹ ہی

اب اگر کواڑ ایک طرف دلہ دار ہو تو $۴۸\frac{۳}{۴}$ مربع فیٹ کی مزدوری دیجائیگی اور اگر دونو طرف دلہ دار ہو تو ۶۵ مربع فیٹ کی اجرت دیجائیگی

(۲۶۴) انجینیر ہمیشہ اینٹون کا حساب مکعب گز سے کرتے ہین مگر یہ جو روزمرہ کی عمارت مین اینٹ کا کام ہوتا ہے اوسکا حساب ایک اور طرح سے ہوتا ہے اب ہم اوسکا بیان کرتے ہین

(۳۶۵) اینٹ کی دیوار جسکا آثار ڈیڑہ اینٹ کا ہو او سکو آثار کا سرکاری اندازہ کہتے ہین
پس جو اینٹ کا کام اس اندازہ کے موافق ہوتا ہے اوسکا تخمینہ اوس رقبہ کے مربع گزون سے
کرتے ہین جو اینٹ کے کام کے طول اور ارتفاع سے بنتا ہے یا روڈ کے مربعون سے حساب
لگاتے ہین اور ہر ایک روڈ مربع مین ۳۰ ¼ مربع گز ہوتے ہین یعنی ۲۷۲ ¼ مربع فیٹ
پس روڈ اینٹ کا کام وہ ہوتا ہے جسکی سطح ایک روڈ مربع اور آثار اوسکا ڈیڑہ اینٹ ہو
اور اس روڈ کو پیمانہ معینہ سرکاری کہتے ہین جہان ہم روڈ پیمانہ لکہین وہان بہی روڈ سمجہنا چاہئے

(۳۶۶) ایک دیوار مین تعداد روڈ کے پیمانون کی دریافت کرو

قاعدہ اینٹ کے کام کی سطح دریافت کرو اور ۲۷۲ ¼ پر تقسیم کرو
خارج قسمت روڈ پیمانون کی تعداد ہوگی بشرطیکہ آثار دیوار کا اندازہ معینہ سرکاری رکہتا ہو اور اگر
اندازہ سرکاری نہو تو خارج قسمت کو آثار کی نصف اینٹون مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۳ پر تقسیم کرو
عمل مین اکثر ۲۷۲ ¼ کی جگہہ ۲۷۲ سے کام مین لاتے ہین

(۳۶۷) مثالین

(۱) ایک دیوار اینٹ کی ۱۰۵ فیٹ لنبی اور ۸ ½ فیٹ بلند اور ۲ ½ اینٹ آثار کی ہے اوسمین
روڈ پیمانے دریافت کرو $\frac{105 \times 8\frac{1}{2}}{272} \times \frac{5}{3} = \frac{105 \times 17 \times 5}{272 \times 2 \times 3} = \frac{17 \times 5 \times 35}{544} = 5\frac{46}{..}$
پس تعداد روڈ پیمانون کی ۵ ½ تخمیناً ہوئی

(۲) ایک چہت سلامی کی بنی ہوئی ہے اور ۱۵ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اوسکا ۲۰ فیٹ لمبا ہے
اور آثار دو اینٹ کا ہے

$$\frac{15 \times 20}{9 \times 2} = \frac{50}{3} \text{ اور } \frac{50}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{200}{9} = 22\frac{2}{9}$$

پس تعداد معینہ گزون کی ۲۲ $\frac{2}{9}$ ہے

(۳۶۸) اکثر اینٹین ۸ ½ انچ لنبی اور ۴ انچ چوڑی اور ۲ ½ انچ موٹی ہوتی ہین
مگر جب اون مین چونا لگتا ہے تو اینٹ کے کام مین ایک انچ طول اور عرض

اور دل مین بڑہا لینے ہین پس اسلئے اینٹ کے طول اور عرض دل ۹ انچ اور ۴ ½ انچ اور ۳ انچ خیال کرتے ہین اور ایک روڈ پیمانہ مین ۴۵۰۰ اینٹین بعد کردہ کے سہلائی کے لگتی ہین

اکتالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک دیوار ۲۹ فیٹ ۶ انچ لمبی اور ۱۴ فیٹ ۸ انچ بلند اور ۲ ½ اینٹ آثار کی ہے اوسمین روڈ پیمانون کی تعداد دریافت کرو

(۲) ایک محراب دار مثلثی دیوار بنی ہوئی ہے اور اوسکا ۲ اینٹ کا آثار ہے اور ۲۴ فیٹ لمبی اور ۲۷ فیٹ اولتی تک ہے اور ۳۶ فیٹ زمین سے چھت کی کگر تک بلندی اوسمین تعداد روڈ پیمانون کی دریافت کرو

(۳) ایک دیوار کی ۱۰ فیٹ اونچی منڈیر مثلثی سلامی کی بنی ہوئی ہے اور دیوار ۴۲ فیٹ بلند ہے اور عرض اوسکا ۴۲ فیٹ اور آثار ۲ ½ اینٹ کا اور ۱۷ روپیہ فی روڈ کے حساب سے کیا لاگت اوسپر لگیگی +

(۴) ایک مکان کے سرے کی دیوار ۳۰ فیٹ لمبی اور ۴۰ فیٹ اولتی تک بلند ہے اور اوپر ایک مثلثی دیوار ۱۰ فیٹ بلند ہے اور ۲۰ فیٹ کی بلندی تک دیوار ۲ ½ اینٹ آثار کی ہے اور ۲۰ فیٹ سے ۴۰ تک ہی اوسکا ۱۲ فیٹ کا آثار اور مثلثی دیوار ۱ ½ اینٹ آثار کی ہے تو بتاؤ کتنے پیمانے گز اوسمین ہین +

(۵) فرض کرو کہ ڈہائی روپیہ ہزار اینٹین ہین اور ایک روڈ مین ۴۵۰۰ اینٹین لگتی ہین اور مصالح چونہ وغیرہ مین فی روڈ عہ لگتا ہے اور مزدوری ڈہائی روپیہ فی روڈ ہے تو بتاؤ اس حساب سے ۱۳۶ فیٹ لمبی ۱۸ فیٹ بلند اور ۲ اینٹ کے آثار کی دیوار مین کیا لاگت لگے گی

(۶) ایک مکان کا طول ۴۰ فیٹ اور ۳۵ فیٹ عرض ہے اور پہر قینچی دار چھت قسم اول

کے ۰ ½ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے مین بنینگے

(۷) ایک مکان کا طول ۱۲۰ فیٹ اور عرض ۴۰ فیٹ ہی اوسپر قسم دوم کی قینچی دار چھت ½۱۲ روپیہ فی مربع کے حساب کتنے مین بنیگی

(۸) ایک مکان ۴۰ فیٹ طول مین اور ۲۰ فیٹ عرض مین سیسی کی چادرون سے پٹا ہوا ہے اور چھت قینچی دار ہے اور اوسکا ایک بلا گیارہ بارہوان عرض مکان سے ہی اور وزن سیسہ کا فی مربع فٹ ۴ پونڈ ہے اور قیمت ۱۲ شلنگ فی ہنڈریڈ ویٹ ہے تو بتاؤ کیا لاگت اس مکان کی چھت کے اندر لگی ہوگی ۰

(۹) ایک حصار ۵۴ فیٹ ۵ انچ سے ۴ فیٹ ۲ انچ ہے اوسکی قیمت ۴ پونڈ ۵ ا شلنگ فی مربع کے حساب سی کیا ہوگی

(۱۰) ایک مکان کا فرش ۴۴ فیٹ سی ۲۴ فیٹ ہی اوسکے فرش کی لاگت ۴ پونڈ ۴ شلنگ فی مربع کے حساب سے کیا ہوگی اور اوسمین دو آتشدان ہین اور ہر یک ۶ فیٹ سے ۴ فیٹ ہی اونکو فرش کے حساب سے مین نہ لگاؤ

(۱۱) ایک کمرہ ۴۳ فیٹ ۹ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ بلند ہے اوسکے گچ کرنے مین ۱۰ روپیہ فی مربع گز کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۱۲) ایک مکان کی چھت کا طول ۵۰ فیٹ اور طول اوس رسّی کا جو اولتی سے اولتی تک لگائی جائی ۴۰ فیٹ ہے تو قیمت چھت کی ۲۳ روپیہ ۱۲ ار کی فی مربع فٹ کے حساب سے دریافت کرو

(۱۳) ایک باغ کی دیوار ۱۸۰ فیٹ لمبی اور ۶ فیٹ بلند ہی اور ایک اینٹ کا آثار ہی اور ۱۸ ستون ہین ہر یک ستون ½۱ فیٹ چوڑا ہے آثار اوسکا ½۱ اینٹ کا ہے اوس مین پیمانے گزون کے دریافت کرو

(۱۴) ایک کمرہ ۲۶ فیٹ طول اور ۱۸ فیٹ عرض اور ۱۲ فیٹ بلند ہی ایک آنہ فی مربع گز کے حساب سے اوسکی گچ کرائی اور ۱۲ ار فی مربع گز کے حساب سے اوسکی چھت بنوائی دریافت کرو

(۱۵) ایک کمرہ ۲۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ اور دوسرا کمرہ ۲۴ فیٹ سے ۱۵ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکے فرش بنوائی ۵ روپیہ فی مربع کے حساب سے دریافت کرو

(۱۶) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ بلند ہے اور دیوار پر تہرا رنگ بھرا ہے اور ہر دفعہ ۵ روپیہ فی مربع رنگوائی کا دیا گیا ہے تو بتاؤ کیا لاگت اسمین لگی ہوگی

بیالیسوان باب لکڑی کی پیمائش

(۳۶۹) اگر لکڑی کے ٹکڑے کی شکل اون مجسمات کی سی ہو جنکا ذکر چوتہے باب مین کیا گیا ہے تو اوسکی پیمائش اوس قاعدہ سے کہ مخصوص اوس مجسم سے ہو جائیگی اور اگر کوئی خاص شکل نہو تو دفعہ ۳۰۷ کے موافق مساوی الابعاد تراشون کی وساطت سے ہم اوسکی جسامت دریافت کرسکتے ہین دوصورتین ایسی کثیرالوقوع ہین اونکے واسطے قاعدہ مقرر کیے گئے ہین گو وہ صحیح نہین مگر ایسی آسان اور سادہ ہین کہ محاسبین نے اونکے برتنے کو پسند کیا ہے اور وہ قاعدہ ذیل مین لکھے جاتے ہین

(۳۷۰) چوکھونٹی لکڑی کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ۔ اوسط عرض کو موٹائی کی اوسط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو طول مین ضرب دو تو حاصل لکڑی کی جسامت ہوگی

اوسط عرض کا اسطرح دریافت ہوتا ہے کہ برابر فاصلہ پر مختلف مقامات پر لکڑی کے عرض حقیقی کو ناپو اور ان سب عرضون کو جمع کرو اور جو حاصل جمع ہو اوسکو تعداد مقامات پیمائش پر تقسیم کرو تو حاصل اوسط عرض ہوگا اور اسیطرح اوسط موٹائی کا بھی حاصل ہوسکتا ہے

(۳۷۱) مثالین

(۱) ایک لکڑی کا طول ۲۴ فیٹ ہے اور اوسط عرض ۱ فٹ ۹ انچ اور اوسط موٹائی کا ۱ فٹ ۶ انچ

$$۲۴ \times ۱\tfrac{۳}{۴} \times ۱\tfrac{۱}{۲} = ۲۴ \times \tfrac{۷}{۴} \times \tfrac{۳}{۲} = ۶۳$$

پس ہمکو حجم ۶۳ مکعب فیٹ حاصل ہوگا

(۲) ایک لکڑی کا طول ۱۶½ فیٹ ہے اور موٹائی اوسکی ایک سرے پر ۱ فٹ ہے اور دوسرے

سرے پر ا فٹ ۸ انچ ہے اور عرض ۲ فٹ ہے

اب موٹائی کا نصف مجموعہ ۱ اور $۱\frac{۲}{۳}$ ہوگا یعنے $۱\frac{۱}{۳}$

$$۱۶\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱\frac{۱}{۳} = \frac{۳۳}{۲} \times \frac{۲}{۱} \times \frac{۴}{۳} = ۴۴$$

پس حجم ۴۴ مکعب فیٹ ہے

(۳۷۲) اگر کڑی گاؤدُم ایک سرے سے دوسرے سرے تک ہو تو اکثر اوسکے وسط کا عرض اوسط عرض کی جگہہ لے لیتے ہین کیونکہ جو عرض بیچو بیچ مین ہوگا وہ وہی ہوگا جو سرونکے عرضو نکا اوسط نکالنے سے ہوتا اور اسیطرح موٹائی کی اوسط کا تخمینہ ہوتا ہے لیکن اسصورت مین کڑی مجسم ذوزنقہ ہوتا ہے تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۸۲ کے ہم اوسکا حجم ٹھیک ٹھیک دریافت کرسکتے ہین مگر قاعدہ جسسے حجم تخمیناً نکلتا ہے اوس قاعدہ سے کہ حقیقی حجم دریافت ہوتا ہے بہت آسان ہے۔

اگر دوسری مثال مین دفعہ ۳۷۱ کی موٹائی گاؤدُم ہوتی جائے اور عرض وہی رہے تو قاعدہ سے بالکل صحیح نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس صورت مین کڑی منشور کیصورت ہوگی اور سرے اوسکے ذوزنقہ ہون گے اور منشور کا ارتفاع کڑی کا ارتفاع ہوگا اور یہی کیفیت اوس صورت مین ہوگی کہ موٹائی تو ایک ہی رہے مگر عرض برابر گاؤدُم ہوتا جائے

(۳۷۳) ایک گول لکڑی کا یا ایسی لکڑی کا جو چوکوٹی نہو حجم دریافت کرو

قاعدہ اوسط چوتھائی گروہ کی مجذور کو طول مین ضرب دو تو حاصل ضرب حجم ہوگا

(۳۷۴) مثالین

(۱) ایک لکڑی جو چوکھوٹی نہین ہے اوسکا گروہ ۶ فیٹ ہے اور طول اوسکا ۳۲ فیت ہے چوتھائی گروہ کی $\frac{۳}{۲}$ فیٹ ہے اور $\frac{۳}{۲}$ کا مجذور $\frac{۹}{۴}$ ہے اور $\frac{۹}{۴} \times ۳۲ = ۷۲$ پس حجم ۷۲ مکعب فیٹ حاصل ہوگا۔

(۲) ایک کڑی جو چوکھوٹی نہین ہے اوسکا گروہ ایک سرے پر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے پر ۶ فیٹ اور طول اوسکا ۲۴ فیٹ ہے

اب یہان اوسط گروہ کا $۵\frac{۱}{۲}$ اور اسکا اوسط چوتھائی گروہ کا $\frac{۱۱}{۸}$ ہوگا اور $\frac{۱۱}{۸}$ کا مربع $\frac{۱۲۱}{۶۴}$ ہے

$$\frac{۱۲۱}{۶۴} \times ۲۴ = \frac{۱۲۱ \times ۳}{۸} = \frac{۳۶۳}{۸} = ۴۵\frac{۳}{۸}$$

پس $۴۵\frac{۳}{۸}$ مکعب فیٹ حجم مطلوب ہے

(۳۷۵) اگر کڑی کی ہئیت اسطوانہ کی معینہ ہو تو اوسکا حجم موجب قاعدہ دفعہ ۲۶۴ کے دریافت کر سکتے ہین - ہمکو یہ معلوم ہے کہ اگر کڑی اسطوانہ مستدیر قائم ہو تو دفعہ ۳۴۳ کے قاعدہ سے اوسکے حجم دریافت کرنے مین اصل حجم سے اوسکی پوری تین چوتھائی سے کچھہ زیادہ نتیجہ نکلتا ہی شاید یہ قاعدہ اس سبب سے بنایا گیا ہی کہ جب اس لکڑی کو چوکور کرتے ہین تو بہت سے چھیلنے مین ضائع جاتے ہے اوسکو بہی حساب مین لگالیا ہے دفعہ ۳۴۳ کے آخر مثال دیکھو اگر اسطوانہ مستدیر کی شکل کی صورت نہ ہو تو قاعدہ مذکور سے قریب قریب صحیح حجم کے حجم نکلتا ہے

(۳۷۶) ڈاکٹر ہٹن صاحب نے دفعہ ۳۷۴ کی قاعدہ کی جگہ یہ قاعدہ مقرر کیا ہے کہ اوسط گروہ کی ایک پانچوین کو دو چند طول مین ضرب دو ڈاکٹر صاحب کے قاعدہ سے حجم $\frac{۳۲}{۲۵}$ گنا زیادہ اصل حجم سے بہ نسبت معمولی قاعدہ کے نکلتا ہی مگر جب کڑی اسطوانہ مستدیرہ ہو تو اس قاعدہ سے بہت قریب قریب صحیح حجم کے نتیجہ پیدا ہوتا ہے

(۳۷۷) اگر کڑی چوکہوٹی نہ ہو مگر برابر گاؤ دم ایک سر سے دوسرے سرے تک ہونی چاہئے تو وسط کی گروہ کو اوسط گروہ کا شمار کرتے ہین اور یہ ظاہر ہے کہ وسط گروہ برابر دونو سرونکے گروہ کی نصف مجموعہ کے برابر ہوگا - اگر سرے معینہ دائرے ہی ہون اور کڑی برابر گاؤ دم ہوتی جائے تو وہ حقیقت مین مخروط مستدیر ناقص ہے اسلئے اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۶۸ کے ٹہیک ٹہیک دریافت ہوسکتا ہے تخمیناً حجم دریافت کرنے کا قاعدہ بہ نسبت تحقیقی حجم دریافت کرنے کے قاعدہ کے آسان ہے

بیالیسوین فصل کی مثالین

جن کڑیون کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین مکعب فٹ دریافت کرو

(۱) طول ۲۲½ فیٹ عرض ایک سرے پر ۲ فیٹ ۹ انچ اور دوسرے سرے پر ۲ فیٹ ۳ انچ موٹائی ایک سرے پر ایک فٹ ۱۰ انچ اور دوسرے سرے پر ا فٹ ۶ انچ

(۲) طول ۲۷ فیٹ اوسط عرض ۳¼ فیٹ اوسط موٹائی ۱½ فیٹ

(۳) طول ۳۲ فیٹ اوسط عرض ۲⅞ فیٹ اوسط موٹائی ۱¾ فیٹ

(۴) طول ۲۵ فیٹ اوسط گردہ ۵ فیٹ

(۵) طول ۳۲ فیٹ گردہ ایک سرے پر ۵۲ انچ اور دوسرے سرے پر ۳۵ انچ

(۶) طول ۴۲ فیٹ اوسط گردہ ۴۰ انچ

(۷) ایک کڑی ۲۴ فیٹ لنبی ہے اور برابر گاودم ہوتی ہے اور اوسکے عرض اور موٹائی ایک سرے پر ۳۰ انچ اور ۲۰ انچ ہے اور دوسرے سرے پر ۲۴ انچ اور ۱۸ انچ لکڑی مین مکعب فیٹ موجب قاعدہ دفعہ ۲۷۰ کے دریافت کرو

(۸) اوپر کے سوال کی لکڑی مین مکعب فیٹ موجب قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کے دریافت کرو

(۹) ایک کڑی ۴۰ فیٹ لنبی برابر گاودم ہوتی ہے ایک سرا دائرہ ہے اور اوسکا محیط ۶ فیٹ ہے اور دوسرا بھی دائرہ ہے اور اوسکا محیط ۴ فیٹ ہے اوس مین مکعب فیٹ موجب دفعہ ۲۷۳ کے دریافت کرو

(۱۰) اوپر کی کڑی مین مکعب فیٹ موجب دفعہ ۲۸۰ کے دریافت کرو

(۱۱) نوین مثال کی کڑی مین مکعب فیٹ موجب دفعہ ۲۸۰ کے دریافت کرو

(۱۲) ایک کڑی مثال ۹ کی چوکھونٹی بنائی جائے اور سرے اوسکے اتنے بڑے ہون جتنے بڑے ہونے ممکن ہون تو یہ کڑی جو چھیل چھلا کر بنتی ہے اوسمین مکعب فیٹ دریافت کرو سولھوین باب کی مثالین ۱۵ اور ۲۵ دیکھو

تینتالیسوین فصل ظروف کا ناپنا

(۳۷۸) ظروف کے ناپنے سے مراد ہماری یہ ہے کہ ہم پیپون کے ظرف دریافت کرین یعنی یہ دریافت کرین کہ اون ظروف مین مایعات کی سمائی کسقدر ہوگی

پیپے مختلف شکل کے بنائے جاتے ہین اور اونکی ظروف کی تخمینہ کرنیکے مختلف قاعدے موافق اونکے ہیئت کر بیان ہوئے ہین بعض قاعدون سے ٹہیک ٹہیک ظرف اونکے دریافت ہوتے ہین اور بعض سے تخمیناً معلوم ہوتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک پیپہ دو برابر ناقص مخروط مستدیر کے قاعدون کے ملانے سی بنا ہی تو اوسکا حجم بالکل ٹہیک ٹہیک بموجب دفعہ ۲۶۸ کے دریافت کر سکتے ہین اور اگر کسی پیپہ کی شکل اس شکل سے ملتی ہو مگر بالکل ایسی نہو تو موافق سابق کے عمل کرنے سی ہم کو تخمیناً حجم اوسکا بہی معلوم ہوجائیگا گو بالکل ٹہیک نہ معلوم ہو

(۳۷۹) مگر ایک خاص قاعدہ ہی جس سے ہر قسم کے پیپون کے حجم یا ظرف معلوم ہو سکتی ہین خواہ اونکی کچھہ ہی ہیئت ہو اور اوس قاعدہ سی عمل مین بہت فائدہ ہوتا ہی اسکے اندر ہمکو پیپہ کے اندر کی تین چیزین معلوم ہونی چاہئین ایک طول دوسرا ایک سر کا قطر جسکو قطر راس کہتے ہین اور اوسکے وسط کا قطر جسکو قطر متوسط کہتے ہین

(۳۸۰) یہ پیپہ کی امتداد ہمیشہ انچون مین بیان ہوتی ہین

(۳۸۱) ایک پیپہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ قطر متوسط کی مربع کا ۳۹ گنا اور قطر راس کے مربع کا ۲۵ گنا اور ان قطرونکے حاصلضرب کا ۲۶ گنا لو اور اون سب کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو پیپہ کے طول مین ضرب دو اور حاصلضرب کو ۳۱۴۷۳۱۰۰۰۰۰ مین ضرب دو تو حاصلضرب کے موافق گیلن اوس پیپہ مین ہونگے

(۳۸۲) مثالین

(۱) پیپہ کا طول ۴۰ انچ اور قطر متوسط ۳۲ اور قطر راس ۲۴ ہی

$$39 \times 32 \times 32 = 39936$$

$$25 \times 24 \times 24 = 14400$$

۱۹۹۶۸=۲۴×۳۲×۲۶

۷۴۳۰۴=۱۹۹۶۸+۱۴۴۰۰+۳۹۹۳۶

۹۳٫۵۴۲۷۹=٫۰۰۰۰۳۱۴۷۳×۴۰×۷۴۳۰۴

پس پیپہ کا حجم ۹۳½ گیلن ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ ہے

۹۹۸۴=۱۶×۱۶×۳۹

۳۶۰۰=۱۲×۱۲×۲۵

۴۹۹۲=۱۶×۱۲×۲۶

۱۸۵۷۶=۴۹۹۲+۳۶۰۰+۹۹۸۴

۱۱٫۶۹۲۸=٫۰۰۰۰۳۱۴۷۳×۲۰×۱۸۵۷۶

پس پیپہ کا حجم ۱۱٫۷ گیلن ہے

(۳۸۳) بعض اوقات اس امر کی ضرورت پڑتی ہے کہ ایک ظرف مایعات سے جسقدر بہرا ہوا ہو اوسکی مقدار دریافت کرنی ہوتی ہے۔ جو حصہ بہرا ہوا ہوتا ہے اوسکو تر حصہ کہتے ہین اور جو خالی ہوتا ہے اوسکو خشک حصہ

(۳۸۴) یہ دو صورتین واقع ہوسکتی ہین ایک یہ کہ پیپہ کہڑا ہوا ہو دوسرا یہ کہ لیٹا ہوا ہو اب ہم اول صورت کا بیان کرتے ہین جو مایع ہو اوسکے عمق کو تر انچ کہتے ہین اور جو تر انچون اور طول پیپہ کے انچون مین فرق ہوتا ہے اوسکو خشک انچ کہتے ہین

(۳۸۵) ایک کہڑے ہوئے پیپہ کے حصہ تر کا جو نصف پیپہ سے کم ہے تخمینہ کرو

قاعدہ خشک انچون کے مربع کو قطر متوسط اور قطر راس کے انچون کے فرق مین ضرب دو حاصل ضرب کو طول کے مربع پر تقسیم کرو اور اسکو قطر متوسط سے تفریق کرو تو حاصل کو پیپہ کے تر حصہ کا اوسط قطر شمار کرسکتے ہین

پس اب قاعدہ وہ برتو جو اسطوانہ کی حجم دریافت کرنے مین برتا گئی ہو اوسط قطر کے مربع کو تراپنچون مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۰۰۲۸۳۲۶، مین اور حاصل ضرب گو گیلن کے تعداد شمار کرو

(۳۸۶) اب کہڑی ہوئی پیپہ کے اوس تر حصہ کا تخمینہ کرو جو نصف پیپہ سے زیادہ ہے دفعہ ۳۸۵ کی ترکیب کا استعمال کرو اور تراپنچون کی جگہہ خشک انچون کو کام مین لاؤ تو اسی ہمکو خشک حصہ معلوم ہوگا اب اس خشک حصہ کو کل پیپہ کے حجم مین سے تفریق کرو تو باقی تر حصہ رہیگا

(۳۸۷) مثالین

(۱) طول پیپہ کا ۴۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۳۲ ہے اور قطر راس ۲۴ اور تعداد تراپنچون کی ۱۰ ہے حصہ تر کو دریافت کرو

خشک انچون کی تعداد ۳۰ ہے اور فرق قطر متوسط اور قطر راس کا ۸ ہے

۳۰×۳۰×۸ / ۴۰×۴۰ = ۹/۲ اور ۳۲ − ۹/۲ = ۵۵/۲

پس اوسط قطر ۵۵/۲ حاصل ہوا

۵۵/۲ × ۵۵/۲ × ۱۰ × ۰۰۲۸۳۲۶، = ۲۱٫۴۲۱۵

پس تر حصہ قریب ۲۱٫۴ گیلن ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ اور تراپنچون کی تعداد ۱۵ ہے تر حصہ دریافت کرو

اب اول ہم خشک حصہ دریافت کرتے ہین

۴×۱۵×۱۵ / ۲۰×۲۰ = ۹/۴ اور ۱۶ − ۹/۴ = ۵۵/۴

۵۵/۴ × ۵۵/۴ × ۵ × ۰۰۲۸۳۲۶، = ۲٫۶۷۷۷ کے قریب

بموجب دفعہ ۳۸۲ کے کل حجم پیپہ کا ۱۱٫۶۹۲۸ ہے اسمین سے ۲٫۶۷۷۷ کو تفریق کرو تو باقی ۹٫۰۱۵۱ ہے پس حصہ ۹ گیلن کے قریب ہے

(۳۸۸) جو لیٹا ہوا پیپہ ہو اوسکی حصہ تر دریافت کرنے کا قاعدہ قابل اطمینان کے نہین بیان ہو سکتا

جو قاعدہ سٹن صاحب نے بیان کیا ہی اوسمین پیپہ کو اسطوانہ مانا ہے اصل قاعدہ یہ ہے
اول اوس قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو طول پیپہ پر ایک سطح عمودی کے ترحصہ مین سے تراشی
جائے اور اس رقبہ کو پیپے کے طول مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۴ء۲۷۰۰ پر تقسیم کرو
تو حاصل ضرب تعداد گیلن کے حصہ ترمین ہوگی

(۳۸۹) اکثر جو اندازہ اسطرح پیپون کا کرتے ہین وہ آبکاری کے ملازم بذریعہ آلات کے کرتے ہین جنکو
گاجنگ روڈ یا ڈائی اگینل روڈ کہتے ہین اور اونکے واسطے جدا قاعدے ہوتے ہین ان
آلات سے گو صحیح صحیح حال نہین دریافت ہوتا مگر سوا ان آلات کے کسی طرح اور مطلب
آسانی سے بھی نہین حاصل ہوسکتا اس لئے ان آلات ہی کے استعمال کو سب سے
بہتر جانا ہے بیان کرنے سے ان آلات کا حال ایسا عیان نہین ہوتا جیسا کہ اونکے
معائنہ کرنے سے کیفیت اونکی مشاہدہ ہوتی ہے

تینتالیسوین فصل کی مثالین

جن پیپون کی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم دریافت کرو

(۱) طول ۲ء۵۰ قطر متوسط ۵ء۳۱ قطر راس ۷ء۲۲

(۲) طول ۵ء۷۴ قطر متوسط ۵ء۲۸ قطر راس ۴ء۲۱ .

(۳) طول ۵ء۲۴ قطر متوسط ۵ء۳۲ قطر راس ۵ء۲۶

(۴) طول ۵ء۵۰۳ قطر متوسط ۵ء۲۶ قطر راس ۲۳

(۵) طول ۸ء۶۴ قطر متوسط ۵ء۳۰ قطر راس ۲۶

(۶) طول ۵ء۳۴ قطر متوسط ۳ء۳۲ قطر راس ۶ء۲۷

(۷) طول ۹ء۶۴ قطر متوسط ۲ء۳۱ قطر راس ۱ء۲۶

کھڑے ہوئے پیپون مین ترحصونکے حجم دریافت کرو اونکی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہین

(۸) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۶ قطر راس ۳۰ ترانچ ۱۲

(۹) طول ۵۰ قطر متوسط ۳۲ قطر راس ۲۷ ترا یخ ۱۰

(۱۰) طول ۳۰ قطر متوسط ۲۷ قطر راس ۲۳ ترا یخ ۹

(۱۱) طول پیپہ کا پہلی مثال مین ۱ انچ زیادہ ہوا ہی تو ثابت کرو کہ حجم ۲۲ گیلن زیادہ ہوگا

(۱۲) اگر مثال ۲ مین قطر راس ۱ انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۲۷ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۳) اگر قطر متوسط مثال ۳ مین ۱ انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۴۳ گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۴) اگر ہر ایک امتداد مثال اول کا بقدر ۱ انچ کے زیادہ ہوجائے تو ثابت کرو حجم بقدر ایک گیلن کے زیادہ ہوگا

ساتوان باب وینگ یعنی زمین کی پیمایش

چوالیسوین فصل جریب

(۳۹۰) زمین کی پیمایش مین بعض قواعد مساحت کے بہت بکار آمد ہین اونکا بیان اب ہم کرتے ہین

(۳۹۱) زمین کی پیمایش جریب سے ہوتی ہی اور یہ جریبین مختلف طرح کی ہوتی ہین کہیتونکی پیمایش مین انگلستان کے اندر گنٹر صاحب کی جریب کام مین آتی ہی اور وہ ۴ پول یعنی ۲۲ گز لمبی ہوتی ہی اور ۱۰۰ کڑیان اوسمین ہوتی ہین اور ہر ایک کڑی ۲۲/۱۰۰ گز یعنی ۷.۹۲ انچ لمبی ہوتی ہے اور ہندوستان مین اکثر ۱۰۰ فیٹ کی جریب کا استعمال رہتا ہی اور اوسمین ۱۰۰ کڑیان ہوتی ہین اور ہر کڑی ایک فٹ کی ہوتی ہی اور پہاڑونپر ۵۰ ہی فٹ جریب کو ہلکے ہونے کے سبب سے استعمال مین لاتے ہین اور کہیتون کی ہندوستانی پیمایش مین ۶۰ گز لمبی جریب ہوتی ہے اور ۶۰ گز کے بیس ۲۰ حصے ہوتے ہین اور ہر حصہ کو گٹھہ کہتے ہین اور گٹھہ مین تین گز ہوتے ہین

(۳۹۲) جہنڈی اوس نشان کو کہتے ہین جو زمین مین کسی مقام کے بتلانے کے واسطے گاڑ دین

(۳۹۳) پیمایش کی تمام کیفیت اور حالات لکہنے کے لئے ایک کتاب ہوتی ہے اوسکو انگریزی مساحت مین فیلڈ بک کہتی ہین اور ہندوستان مین کہیتون کی پیمایش کیواسطے خسرہ کہتی ہین

(۳۹۴) اب ہم یہ بیان کرتے کہ خط مستقیم کو کس طرح جریب سے پیمایش کرتے ہین

اول ہم فرض کرتے ہین کہ خط مستقیم جسکو پیمایش کرتے ہین وہ فاصلہ دو نقطون کا ہے اور ہر نقطہ پر ایک جھنڈی لگی ہوئی ہے

دس سوئی زمین مین گاڑنیکے لئے لیتے ہین - دو آدمی جریب سے پیمایش کرتے ہین ایک شخص جو جریب کو آگے کھینچتا ہے اوسکو اگلا جریب کش کہتے ہین اور دوسریکو پچھلا - یہ دونو آدمی ایک جھنڈی پر کھڑے ہوتے ہین اور اگلا جریب کش دس سوئون کو ہاتھ مین لیکر اور جریب کے ایک سرے کو پکڑکر دوسری جھنڈی کی طرف چلتا ہے اور پچھلا آدمی جریب کے دوسرے سرے کو اول جھنڈی پر پکڑے بیٹھا رہتا ہے اور جب جریب کھینچ کر تنکر بالکل پھیل جاتی ہے وہان جریب کش ایک سوا گاڑ دیتا ہے تاکہ مقام جریب کا معلوم ہو کہ یہانتک وہ پھیلی ہے اور پھر یہ شخص وہان سے بھی جریب کا سرا لیکر اوسی طرح چلتا ہے جسطرح پہلے چلا تھا اور پچھلا آدمی بھی اوس سوئی کے پاس آتا ہے اور دوسرا سرا جریب کا پکڑے رہتا ہے جبتک دوسرا آدمی پوری جریب کو تانکر پھیلاتا ہے اور وہان پھر دوسرا سوا گاڑتا ہے اور پھر پچھلا آدمی پہلی سوئی کو ہاتھ مین لیکر دوسری سوئی کی طرف جاتا ہے اور یہی عمل متواتر جاری رہتا ہے جبتک کہ طول مطلوب کی پیمایش ہوتی ہے

جب دسوان سوئی پچھلی آدمی کے ہاتھون مین آجائین تو وہ فیلڈ بک مین لکھتا ہے کہ طول دس جریب کا ناپا گیا ہے اور دسون سوئی وہ پھر اگلی جریب کش کو دیدیتا ہے اور پھر پہلی طرح کام شروع ہوتا ہے اور جب دوسری جھنڈی پر جریب کش پہنچتا ہے تو فیلڈ بک سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ کتنی دہائی جریب کی پیمایش ہوئی اور جتنی سوئی پچھلی آدمی کے ہاتھ مین ہوتی ہین اوس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ کتنی جریبین دہائیون کے سوا پیمایش ہوئی ہین اور جھنڈی اور آخر سوئی کے درمیان جو کڑیان ہون اون کی تعداد گن لیجاتی ہے پس اسطرح طول معلوم ہوجاتا ہے

(۲۹۵) جریب سے پیمایش کرنے مین بڑی احتیاط اور خبرداری اس باب مین چاہیے کہ جریب سیدھی کھنچی اور سمت نہ بدلے پیمایش ایک سیدہ مین چلی جاوے احتیاطاً صحت کے واسطے دوبارہ پیمایش کیا کرتے ہین - جب اگلا جریب کش سوا گاڑتا ہے تو وہ بڑی ہوشیاری سے

اس بات کو دیکہتا ہی کہ سوئی اور جہنڈی کے درمیان خط مستقیم پچہلی جریب کش کی سوئی پر سے گذرتا ہی اور ایسے ہی پچہلا آدمی یہ بات بڑی احتیاط سے دیکہتا ہے کہ اوسکی سوئی اور دوسری جہنڈی کے درمیان جو خط مستقیم کہنچا جائے وہ اگلے جریب کش کی سوئی پر گذرتا ہے

(۲۹۶) اگر کہیت یا قطعہ زمین شکل مستقیمۃ الاضلاع کی صورت ہو تو مناسب خطوط کا طول دریافت کرکے بموجب قواعد باب سوم ہم اوسکا رقبہ دریافت کرلیتے ہین

(۲۹۷) مثالین

(۱) مستطیل کہیت ۸ جریب ۹۵ کڑی لنبا اور ۳ جریب ۲۶ کڑی چوڑا ہے

۸ جریب ۹۵ کڑی = ۸٫۹۵ اور ۳ جریب ۲۶ کڑی = ۳٫۲۶ جریب

اب بموجب قاعدہ دفعہ ۱۳۴ کے

```
  ۸٫۹۵          ۲٫۹۱۷۷۰
  ۳٫۲۶                ۴
 ------         --------
  ۵۳۷۰          ۳٫۶۷۰۸
 ۱۷۹۰                ۴۰
۲۶۸۵            --------
--------        ۲۶٫۸۳۲۰
۲۹٫۱۷۷۰
```

کہیت کا رقبہ ۲۹٫۱۷۷۰ مربع کڑی یعنی ۲٫۹۱۷۷۰ ایکڑ ہے اور اعشاریہ ایکڑ کو روڈ پول کی طرف تحویل کرین تو ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۲۷ پول کے قریب رقبہ حاصل ہوگا دفعہ ۱۲۶ کو دیکہو

(۲) اضلاع ایک ترکون کہیت کے ۵٫۲ جریب اور ۵٫۶ جریب اور ۶ جریب ہین بموجب قاعدہ ۱۵۲ کے

۵٫۲ + ۵٫۶ + ۶ = ۱۶٫۸ اور ۱۶٫۸ کا ½ = ۸٫۴

۸٫۴ − ۵٫۲ = ۳٫۲ اور ۸٫۴ − ۵٫۶ = ۲٫۸ اور ۸٫۴ − ۶ = ۲٫۴

۸٫۴ × ۳٫۲ × ۲٫۸ × ۲٫۴ = ۱۸۰٫۶۳۳۶ اور ۱۸۰٫۶۳۳۶ کا جذر ۱۳٫۴۴ ہے

پس رقبہ ۱۳٫۴۴ مربع جریب یعنی ۱٫۳۴۴ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ایک روڈ ۱۵٫۰۴ پول ہے

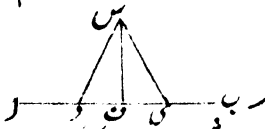
(۳) ایک گھاس کا قطعہ زمین بالکل گول ہے اور ۲ جریب ۵۰ کڑی اوسکا نصف قطر ہی دفعہ ۱۶۸ کے قاعدہ کو کام مین لاتے ہین

$$۲٫۵ \times ۲٫۵ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۱۹٫۶۳۵$$

پس رقبہ ۱۹٫۶۳۵ مربع جریب یعنی ۱٫۹۶۳۵ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ۳ روڈ ۳۴٫۱۶ پول ہے

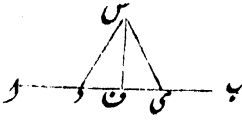
پینتالیسوین فصل عمود

(۳۹۸) اشکال مستقیمۃ الاضلاع کی رقبہ دریافت کرنے مین ہمکو ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ بعض عمودون کے طول جو خاص نقطون سے خاص خطوط مستقیم پر قائم کئے جائین معلوم کرین اور جب مقام ایسے عمودون کا معلوم ہو جائے تو طول اونکے موافق دفعہ ۳۹۴ کی نپ سکینگے اب ہم اونکے مقامات کے معین کرنیکا طریقہ لکھتے ہین

(۳۹۹) ایک خط مستقیم معلوم ہی باہر ایک نقطہ معلوم ہی اوس سے عمود جو اوس خط پر قائم کیا جاوے اوسکا مقام دریافت کرو

س
ا د ق ی ب

فرضکرو کہ اب خط مستقیم معلوم و س اوس سے باہر ایک نقطہ ہی ایک رسی دو برابر حصون مین موڑو اور اوسکے بیچ کے مقام کو ایک شخص نقطہ س پر لیکر کھڑا ہوا اور دو آدمی اوسکو سرونکو ملکر دو ٹکڑون کو تانین یہانتک کہ خط مستقیم اب کے نقاط د اور ی پر وہ سر آجائین اور دی کا نقطہ وسط ق دریافت کرکے س ق ملاؤ پس س ق عمود مطلوب ہوگا

(۴۰۰) دفعہ گذشتہ مین ضرور ہے کہ خط مستقیم اب کا نشان صاف زمین پر کسی نہ کسی طرح بنایا جاوے اور یہ اسطرح ہو سکتا ہی کہ کوئی رسی یا جریب ا و ب کے درمیان خوب تانکر پھیلائی جاوے یا جھنڈیان تھوڑی تھوڑی فاصلہ پر سمت اب پر لگائین جائین لیکن اگر خط مستقیم اب کا اسطرح نشان نہ کیا جائے تو ایک شخص و سی پر سے ہٹکر دیکھہ لے کہ د سیدہ مین ی کی ٹھیک ہے اور اسیطرح ب سے پرے ہٹکر دیکھہ لے کہ ی سیدہ مین ب کے ہی

(۴۰۱) خط مستقیم معلوم مین نقطہ معلوم ہی اس سے جو عمود اوس خط پر قائم کیا جائے اوسکا مقام دریافت کرو

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور ن نقطہ معلوم اوسپر ہے اب پر نقاط د اور ی ایسی مقرر کرو کہ ن د اور ن ی آپسمین برابر ہون اور ایک سی د ی سے بڑی لو اور اوسکے سرونکو د اور ی پر قائم کرو اور ایک شخص اوس سی کو بیچمین پکڑ کر تا ذ اور فرضکرو کہ جب سی تنی تو اوسکا وسط س پر پہونچے تو ن س زاوئے قائمے اب پر بنائیگا اور اسیواسطے یہ خط مستقیم مطلوب ہوگا

(۴۰۲) پس اوپر کے بیان سی ہمکو معلوم ہوتا ہی کہ رسی یا ڈور کے ذریعہ سے عمود مطلوب کا مقام دریافت ہو سکتا ہی مگر ایک آلہ ہوتا ہی اور اوسکا نام کراس ہی اکثر زمین کے سروییر اوس آلہ سے عمود کے مقام کو دریافت کیا کرتے ہین

(۴۰۳) کراس ایک ٹکڑا گول تختہ کا ہوتا ہے اور ۶ انچ اوسکا قطر ہوتا ہی اور اوسپر دو خط بہت صاف ایک دوسرے پر زاویہ قائمہ بناتی ہوئی کہدی ہوتی ہین اور وہ ایک گول لکڑی کے اوپر چڑہا ہوتا ہے اور اس گول لکڑی کے نیچے کوئی نوک دار چیز لگی ہوئی ہوتی ہے جس کہ وہ سیدہا زمین مین گڑ سکتا ہی غرض اوسکے بالکل شکل گول میز کی سی ہوتی ہے

(۴۰۴) ایک خط مستقیم معلوم سی باہر ایک نقطہ معلوم ہی اس نقطہ سی جو عمود اوس خط پر قائم ہو اوسکا مقام بذریعہ کراس کے دریافت کرو

فرضکرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور س نقطہ معلوم اوس سے باہر ہی ا اور ب اور س جہنڈیان کہڑی کرو اور فقط نظر سے کوئی مقام اب ایسا تجویز کرو کہ عمود اور اب کی نقطہ تقاطع کے وہ متصل ہو فرض کرو کہ یہ مقام د کا ہو اب د پر کراس کی لکڑی کو گاڑو اور کراس کو اسطرح رکھو کہ ایک نشان اوسکا متوازی اب کے ایسا ہو کہ اگر اوس نشان پر ایک سمت مین دیکہین

تو جھنڈی آڑ دکھائے دی اور اوسی نشان پر دوسری سمت مین دیکھین تو جھنڈی ب تو دکھائی دے
اب دوسرے نشان کی سیدھ مین جھنڈی کو دیکھو اگر جھنڈی س کی اس نشان کی سیدہ مین
دکھائی دی تو مقام د کا محل تقاطع ہوگا اب اور س ع و د کا کہ س سی قائم ہو اور اگر سیدہ مین
مقام س نہ دکھائی دے تو کراس کو دائین یا بائین طرف غرض جس سمت مین کہ س جھنڈی
اوس نشان کی دکھائی دے سرکاؤ جبتک کہ س جھنڈی سیدہ مین دکھائی دی ذری سی
آزمایش مین ایک مناسب مقام کراس کا ایسا دریافت ہوجاگا کہ جسکے ایک خط کی سیدہ مین آ
اور ب جھنڈیان نظر آئینگی اور دوسرے خط کی سیدہ مین جھنڈی س دکھائی دیگی اور اس
مقام کراس سے مقام عمود کا جو س سے اب پر نکالا جائے دریافت ہوگا

(۴۰۵) ایک خط مستقیم معلوم مین نقطہ معلوم ہے اس نقطہ سے اوسپر زاویے قائمے بناتا ہوا خط
بذریعہ کراس کے قائم کرو

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور د نقطہ معلوم ہے
کراس کے پایہ کو د پر قائم کرو اور کراس کے ایک خط کو متوازی اب کی رکھو تو دوسرا نشان کراس کا
مقام اوس خط کا معین کریگا جو زاویے قائمے اب کے ساتھ بناتا ہے

(۴۰۶) باب گذشتہ اور اس باب مین ہم نے اعمال مساحت کا بیان کیا ہے اوس سے اون طولون کا
حساب ہوتا ہی جو کھیتون اور قطعات زمین کے رقبونکے دریافت کرنے مین مطلوب ہوتی ہین اب
ہم اوسکی بعض مثالین لکھتے ہین

(۴۰۷) مثالین

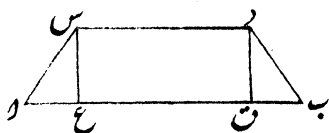
(۱) مثلث کا قاعدہ ۲،۱۳ جریب اور ارتفاع ۳،۰۸ جریب ہی

$$\frac{1}{2} \times 2,13 \times 3,08 = 0,5402$$

پس کھیت کا رقبہ ۰،۵۰۲ ۳ مربع جریب یعنی ۰،۵۴۰۲ ایکر یعنی ۵ ایکر ا روڈ ۲،۴۰۳۲ پچ ہے

(۲) اب س د جو کون کھیت ہے اور س ع اور د ق عمود اب پر ہین

اور کڑیون مین یہ خطوط پیمایش ہوئے ہین

ا ع = ۱۱۲ اور ا ق = ۴۸۴ اور ا ب = ۶۲۶

س ع = ۲۲۳ اور د ق = ۲۹۵

پس اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ع ق = ۳۳۶ اور ق ب = ۱۷۸

تو کہیت کے حصون کے رقبے مربع کڑیون مین بہ تفصیل ہونگے

مثلث ا ع س = ½ × ۱۱۲ × ۲۲۳ = ۱۲۴۸۸

ذوزنقہ ع ق د س = ½ × ۳۳۶ × ۵۱۸ = ۸۷۰۲۴

مثلث د ق ب = ½ × ۱۷۸ × ۲۹۵ = ۲۶۲۵۵

ان تینون عددونکا مجموعہ ۱۲۵۷۶۷ ہے پس کہیت کا رقبہ ۱٫۲۵۷۶۷ ایکر ہے یعنی قریب ایک ایکر ایک روڈ ایک پول کے

چہیالیسوین فصل فیلڈ بک اور خسرہ

(۴۰۸) بہت سے کہیتون کی پیمایش اسطرح سے ہوجاتی ہی کہ ایک کونے سے دوسرے کونے تک خط مستقیم کو پیمایش کرین اور کونونسے جو عمود اوسپر واقع ہون اونکو ناپ لین اول خط کو قاعدہ کا خط یا جریبی خط کہتے ہین اور عمودون کو اوفسٹ کہتے ہین اکثر قطعہ زمین جو بڑے سے بڑا خط کہنچتا ہے اوسکو قاعدہ کا خط ٹھہراتے ہین اس سے بہت فائدے حاصل ہوتے ہین اور بعض اوقات قطعات زمین مین ایک ضلع ہی قاعدہ کا خط ہوتا ہے جیسا کہ دفعہ ۴۰۴ کی دوسری مثال مین تمنے دیکھا ہوگا خطوط کی طول پیمایش ہو ہو کر جسطرح فیلڈ بک مین مندرج ہوتی ہین اوسکا حال بیان کرتے ہین

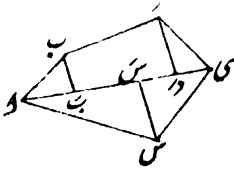
(۴۰۹) **فیلڈ بک** ہر صفحہ اس کتاب کا تین خانون مین منقسم ہوتا ہے اور سر دبیر یعنی مساح صفحہ کے نیچے کی طرف سے اوپر کیطرف لکہتا ہی

خانہ وسط مین جو قاعدہ کے خط پر طولون کی پیمایشین ہوتی ہین وہ لکہی جاتی ہین اور داہنے خانہ مین اون افسٹون کی طول لکہی جاتی ہین جو قاعدہ کے خط کے داہنی طرف واقع ہوتے ہین اور بائین

بائین خانہ مین اون افسٹونکے طول لکھی جاتی جو قاعدہ کی خط کے بائین طرف واقع ہوتی ہین اور
قاعدہ کے جن نقطون پر افسٹ پیمائش ہوتی ہین اونہین نقطونکے فاصلہ کے محاذی لکھے جاتے ہین
فیلڈ بک مین نقطہ پیمائش ہی طولونکی نہین لکھی جاتے بلکہ اور مخصوص باتین بہی لکھی جاتی ہین
جسے نقشہ بنانے مین سرویر کو بہت فائدہ پہنچتا ہی جس مقام پر کوئی جہیل خندق دریا و ندی
آبادی وغیرہ آجاتی ہین اوسکی تحریر بہی فیلڈ بک مین کرتے جاتے ہین اگر کوئی بڑا درخت یا عمارت
آجاتی ہے تو اوسکو بہی لکہہ لیتے ہین اور اگر جریب کسی ایسی سرحد پر گذرتی ہے کہ وہان کی حد
نہایت غیر منتظم ہوتی ہے تو اوس سرحد کو بہی کہینچ لیتے ہین

(۴۱۰) مثالین

(۱)

بائین		دائین
	ی تک	
	۱۱۲۵	
۲۶۰ د کی طرف	۷۵۰	
	۶۲۵	س کے طرف ۲۵۰
۲۳۰ ب کی طرف	۳۰۰	
	د سے	

سرویر یعنی مساح د سے ی کے طرف پیمائش شروع کرتا ہے د بَ ۳۰۰ کڑی اور
بَ پر ایک افسٹ ب بَ بائین طرف ۲۳۰ کڑی کا ہی اور د سَ ۶۲۵ کڑی کا ہی اور سَ پر
ایک افسٹ س سَ دائین طرف ۲۵۰ کڑی کا ہی اور د دَ ۷۵۰ کڑی کا ہے اور دَ پر ایک افسٹ
د دَ بائین طرف ۲۶۰ کڑی کا ہے اور د ی ۱۱۲۵ کڑی کا ہے
اب ان قطعات کے رقبون کا حساب کرتے ہین اور سب نتائج مربع کڑی مین لکھتے ہین

مثلث د بَ ب = ½ × ۳۰۰ × ۲۳۰ = ۳۴۵۰۰

ذوزنقہ بَ دَ د ب = ½ × ۴۵۰ × ۴۹۰ = ۱۱۰۲۵۰

مثلث دَ ی د = ½ × ۳۷۵ × ۲۶۰ = ۴۸۷۵۰

مثلث د ی س = ½ × ۱۱۲۵ × ۲۵۰ = ۱۴۰۶۲۵

پس کل رقبہ ۳۴۳۴۱۲۵ مربع کڑی کا ہی یعنی ۳،۴۳۴۱۲۵ ایکر یعنی ۳ ایکر ا رود ۶ ۱۴ پرچ

(۲)

	ح تک	
	۱۰۲۰	
۴۰۰ ف کیطرف	۹۹۰	
	۶۱۰	۵۰۰ ی کی طرف
۳۲۰ د کیطرف	۵۸۵	
۷۰ س کیطرف	۴۴۰	
	۳۱۵	
۳۵۰ ب کیطرف	ا سے	

پیمائش کو کڑیون مین لکہین تو قطعات کے رقبے یہ حاصل ہونگے

مثلث ا ب ب = ½ × ۳۱۵ × ۳۵۰ = ۵۵۱۲۵

ذوزنقہ ب ی ی ب = ½ × ۲۹۵ × ۴۰۰ = ۵۹۰۰۰

مثلث ی ح ی = ½ × ۴۱۰ × ۵۰ = ۱۰۲۵۰

مثلث ح ف ف = ½ × ۳۰ × ۴۷۰ = ۷۰۵۰

ذوزنقہ ف د د ف = ½ × ۴۰۵ × ۷۹۰ = ۱۵۹۹۷۵

ذوزنقہ د س س د = ½ × ۱۴۵ × ۳۹۰ = ۲۸۲۷۵

مثلث س ا س = ½ × ۴۴۰ × ۷۰ = ۱۵۴۰۰

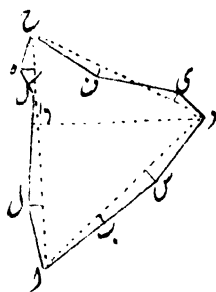
پس کل رقبہ ۳۳۵۰۷۵ مربع کڑی یعنی ۳،۳۵۰۷۵ ایکر یعنی ۳ ایکر ا رود ۱۲،۱۶ پول رقبہ ہوا

(۱۴۱) جریبی خط کے سرون کو مقام کہتے ہین اور اکثر فیلڈبک مین نشان ① ② ③ کا کر دیتے ہے خطوط جریبی کے مقامات بلحاظ جنوب مشرق مغرب شمال کہ لکہی جاتے ہین مثلاً از ① مشرق سے مراد یہ ہی کہ خط جریبی شروع ہو کر مشرق کیطرف جاتا ہی اور ایسی ہین ② شمال ۵۰° مغرب سے یہ مطلب ہے کہ جریبی خط دوسرے مقام سے شروع ہو کر اوس سمت مین جاتا ہی کہ ۵۰ درجہ کا زاویہ خط شمال سے مغرب کی طرف بناتا ہی بعض اوقات متواتر جریبی خطوط کے واسطے فقط الفاظ چپ راست کا لکھ دینا کافی ہوتا ہے مثلاً یہ لکھین کہ ② سے چپ پر تو اسکی یہ مراد ہے کہ جب مساح دوسرے مقام پر پہونچا تو

تو وہان سے بائین ہاتھ کیطرف مڑکر چلا گیا
اگر اوفسٹ کی خانہ مین صفر ہو تو وہان یہ سمجھنا چاہئے کہ خط جریب ٹھیک اوسی مقام پر زمین کی حد کے پہونچتا ہے جسکو پیمایش کرنا منظور ہے

(۴۱۲) مساح اس نظر سے کہ وہ اپنے کام کی صحت کا امتحان کرنیکے لئے بعض خطوط زائد کے طولون کی پیمایش کرتا ہے اور اونکی ضرورت کچہہ رقبون کے حساب لگانے مین نہین پڑتی بلکہ وہ فقط امتحان صحت کے لئے ناپی جاتی ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک کہیت چار خطوط مستقیم سے احاطہ ہوا ہو تو اوسکے رقبے کے دریافت کرنیکے لئے فقط چارون خطون کا طول ناپنا اور ایک قطر کا ناپنا کافی ہے اسلئے کہ دو مثلث جو شکل کے قطر سے بنتی ہین اونکے رقبونکا حساب ان خطون سے بخوبی ہو جائیگا مگر دوسرے قطر کو بھی ضرور ناپیگا وہ شکل کا نقشہ چارون ضلعون اور قطر کے طولون سے جو اوسنے معلوم کئے ہین بنائیگا اور دوسرا قطر کھینچیگا اور جس پیمانہ کے موافق اوسنے نقشہ اس شکل کا بنایا ہے اوس سے وہ دوسرے قطر کو ناپیگا اور امتحان اس بات کا کریگا کہ وہ مطابق اس طول کے ہے یا نہین جو اوسنے پیمایش کیا ہے اگر یہ دونو طول مطابق آپسمین ہوئے تو مساح کو یقین کامل اپنے کام کی صحت پر ہوگا اور اگر مطابق نہ ہوئی تو ضرور کوئی غلطی نقشہ بنانے مین ہوگی یا جریب سے پیمایش کرنے مین پس اس غلطی کو دریافت کرنا چاہئے کہ کہان رہے اور پھر اوسکو دریافت کرکے نقشہ درست کرنا چاہئے

اگر قطعہ زمین جسکی پیمایش کرنی منظور ہو مثلث کی صورت کا ہو تو اضلاع اوسکی ناپنی چاہئے جس سے رقبہ اوسکا دریافت ہو جائے اور نقشہ بن جائے اب اس کام کی صحت دریافت کرنیکے لئے بھی ضرور ہے کہ اوس عمود کا طول بھی ناپین جو ایک راس سے اوسکے مقابل کے ضلع پر نکالین یا اوس خط کا طول دریافت کرین جو ایک ضلع کے کسی خاص نقطہ سے دوسرے ضلع کے کسی خاص نقطہ تک کھینچا جائے اور پھر اس طول کا مقابلہ اوس طول سے کرنا چاہئے جو نقشہ مین دریافت کیا جائے وہ طول جو فقط کام کے امتحان صحت کے واسطے ناپا جاتا ہے اوسکو خط اثبات یا خط امتحان کہتے ہین:

(۴۱۳) ایک کہیت یا بہت سے کہیتونکی پیمایش مین بہت سے عمل اوسی طرح کرین جس طرح دفعہ ۴۱۲ مین عمل کیا ہے یعنی ہر ایک جریبی خط کے واسطے ایک عمل کرنا چاہیئے اب ایک کہیت کی مثال لیتے ہین اوسکی صورت مثلث کے قریب قریب ہے پس تین خط جریبی پیمایش مین کہینچے جائین گے

	⊙ ا	
۰	۱۶۵۰	
ل ۳۰	۱۳۰۰	
	۷۲۶	و ۱۲۳۲ و
ک ۰	۵۰۰	
ہ کیطرف ۲۰	۲۶۰	
۰	۰	
	⊙ ح	
بائین	طرف پہرا	
	⊙ ح	
	۱۴۳۰	
	۸۲۰	ف ۱۰
۰	۶۰۰	
ی ۴۰	۲۷۰	
	⊙ د	
بائین	طرف پہرا	صفائی کے واسطے اوفسٹونکو بہت بڑہا کر شکل مین بنایا ہے
	⊙ د	
۰	۱۵۴۰	
س ۳۰	۹۶۰	
ب ۱۰	۳۰۰	
۰	۰	
	⊙ ا	شمال مشرق کی طرف چلو

اضلاع مثلث ا د ح ۱۵۴۰ اور ۱۴۳۰ اور ۱۶۵۰ کڑیان ہین پس اس مثلث کا رقبہ موجب ۱۵۲ کے ۱۰۱۶۴۰۰ مربع کڑی ہے

اب ہم اون چہوٹے چہوٹے حصون کے رقبون کا حساب لگاتے ہین کہ مثلث کے اضلاع اور

حدود قطعہ زمین کے درمیان واقع ہین

ا د پر افسٹ ب اور س پر ہین پس ہمکو ایک مثلث اور ذوزنقہ اور دوسرے مثلث کا رقبہ دریافت کرنا چاہیے پس اونکے رقبے مربع کڑیون مین بہ تفصیل ذیل ہین

اول مثلث = ½ × ۳۰۰ × ۱۰ = ۱۵۰۰

ذوزنقہ = ½ × ۶۶۰ × ۴۰ = ۱۳۲۰۰

دوسرے مثلث = ½ × ۵۸۰ × ۳۰ = ۸۷۰۰

پس کل مجموعہ ۲۳۴۰۰ ہے

اب ج ح پر ایک افسٹ ی پر ہے اور اندر کی طرف افسٹ ق پر ہے تو دو مثلثون مین سے دوسرا مثلث تفریق ہونا چاہیے

اول مثلث = ½ × ۶۰۰ × ۴۰ = ۱۲۰۰۰

دوسرے مثلث = ½ × ۸۳۰ × ۱۰ = ۴۱۵۰

اب میزان ۷۸۵۰ زیادہ ہونی چاہیے

اب ا ح پر ھ اور ل افسٹ ہین اور خط ج ی سے نقطہ ک پر ملتے ہین پس یہان دو مثلث ہوئے

اول مثلث = ½ × ۵۰۰ × ۲۰ = ۵۰۰۰

دوسرا مثلث = ½ × ۱۱۵۰ × ۳۰ = ۱۷۲۵۰

پس کل مجموعہ ۲۲۲۵۰ ہوا

۱۰۱۶۴۰۰ + ۲۳۴۰۰ + ۷۸۵۰ + ۲۲۲۵۰ = ۱۰۶۹۹۰۰

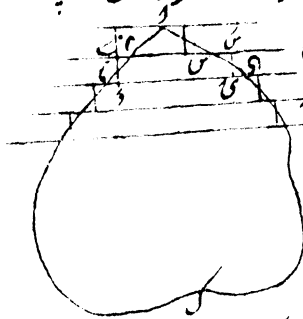
پس کہیت کا کل رقبہ ۱۰٫۶۹۹ ایکر ہے

عمود کی پیمائش خط اثبات کے واسطے ہوئی اور وہ ۱۲۳۲ کڑی ہے اور ج ا ۲۲۶ کڑیان

(۲۱۴) ایک اور ترکیب بہی سواء فیلڈ بک کے ہے جسکو مساح اختیار کرتے ہین

کہ ایک نقشہ اوس کھیت کا بناتے ہین جسکو پیمائش کرتے ہین اور جن طولون کو ناپتے جاتے ہین اونکے مطابق نقشہ مین خطون پر اوس طول کو لکھتے ہین یہ اکثر دستور بندوبست مین پٹواریون کا اس ملک مین ہے ؀

(۴۱۵) ابتک ہم نے یہ فرض کیا ہے کہ کھیت جسکی پیمائش ظاہر کی ہے اوسکی سرحد مین خطوط مستقیم تھے اور اونکی تعداد بھی اعتدال و ضبط کے ساتھہ تھی لیکن اگر حد اوسکی نہایت غیر منتظم ہو کہ وہان کام اوپر کے فرض سے نہ چل سکتا ہو تو وہان دفعہ ۲۰۲ کے اصول کو کام مین لانا چاہئے کھیت کا نقشہ بناؤ اور حد کو ایسا بدلو کہ مستقیمۃ الاضلاع حد بنجائے اور اوسکے اندر رقبہ اتنا ہے ہو جتنا کہ پہلی ترکیب مین تھا اب آسان ترکیب اس اصول کے برتنے کی بیان کرتے ہین

(۴۱۶) فرض کرو کہ ا ب د ک ل ی س ایک کھیت کا نقشہ ہے اب اس نقشہ پر خطوط متوازی متساوی الابعاد کھینچو تو اسی کھیت کے حصے متساوی العرض ہو جائینگے اب ان حصون مین سے ایک حصہ ب د ی س کو خیال کرو اور خط مستقیم ب د عمود اون خطون پر اسطرح سے کھینچو کہ رقبہ اس حصہ کا ہی رہے خواہ اوسکی حد ب د ہو خواہ ب د ہو اگر ب د کو خط مستقیم سمجھو تو یہ اوسکے نقطہ وسط پر گذریگا اور اگر ب د خط مستقیم نہ ہو تو مقام ب د کا نظر سے ایسا مقرر کرو کہ اوسمین شرط مذکور پائی جائے اور ایسی ہی س س دوسرے سرے سے اس حصہ کے کھینچو تو رقبہ ب د ی س کا برابر مستطیل ب د ی س کے ہے پس اس طرح سے ایک سلسلہ مستطیلون کا پیدا ہوگا جنکا رقبہ برابر اصل شکل کے رقبہ کے ہوگا اور ان مستطیلون کا رقبہ آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے اسلئے اصل شکل کا رقبہ معلوم ہو جائیگا مثلاً فرض کرو کہ خطوط متوازیہ ایک انچ کے فاصلہ پر کھینچے گئے ہین اور مجموعہ تمام مستطیلون کے طولون کا ۲۹ انچ ہے تو رقبہ اصل شکل کا ۲۹ مربع انچ ہے اب فرض کرو کہ

کہ کہیت کے نقشہ مین پیمانہ ایک انچ ۳ جریب کے واسطے بنا تو ایک مربع انچ ۹ مربع جریب کو تعبیر کریگا

اسیواسطے کہیت کا رقبہ ۹ × ۲۹ مربع جریب یعنی ۲۶۱ مربع جریب ہے

عمل مساحت مین طول سے طیلونکا ایک آلہ سے پیمایش ہوتا ہے اوسکو کنسٹوشن اسکیل کہتے ہین

چہیالیسوین فصل کی مثالین

ان کہیتونکا نقشہ کہینچو اور رقبہ دریافت کرو جنکی کیفیت طولون کی فیلڈ بک مین اس طرح لکہی ہے

(۱)

	ی تک	
	۵۵۰	
	۴۰۰	۱۰۰ د تک
س تک ۱۱۰	۳۵۰	
	۱۸۰	۵۵ اب تک
	و سے	

(۲)

	ی تک	
	۵۰۰	
د تک ۱۴۰	۲۲۰	۵۰ س تک
	۱۰۰	۱۶۰ اب تک
	ا سے	

(۳)

	ی تک	
	۳۰۰	
د تک ۱۸۰	۲۴۲	
	۱۶۲	۱۳۶ اس تک
ب تک ۱۲۲	۶۶	
	و سے	

(۴)

	ی تک	
د تک ۸۰	۴۵۰	
س تک ۹۰	۲۹۰	
	۱۵۰	۲۰۰ ب تک
	ا سے	

(۵)

	ف تک	
	۸۰۰	
	۶۵۰	۱۳۰ ی تک
	۴۰۰	۶۰ د تک
س تک ۱۱۰	۳۵۰	
	۱۸۰	۱۵۰ اب تک
	و سے	

(۶)

	ح تک	
	۶۰۰	
	۵۶۰	۱۳۰ ف تک
	۴۸۰	۱۵۰ ی تک
د تک ۱۶۰	۴۷۰	
	۳۸۰	۱۵۰ اس تک
ب تک ۱۵۰	۱۰۰	
	و سے	

(۷)

	۷۸	
۸	۷۳	۴
۱۴	۳۶	۸
۴	۳۱	۵
	⊙	

(۸)

	۱۰۲	
۹	۷۵	۸
۴	۴۰	۱۲
۱۷	۱۲	۷
	⊙	

(۹)

	۱۲۰	
۱۹	۱۰۰	
۲۶	۸۰	
۲۷	۶۰	
۲۵	۴۰	
۱۸	۲۰	
	⊙	

(۱۰)

	۱۳۰	
	۱۱۰	۲۲
۲۶	۹۰	
	۵۰	۴۰
۲۸	۳۰	
	⊙	

(۱۱)

۶۰	۳۸۰	۲۰
[illegible]	۲۶۰	۱۰۰
۴	۱۸۰	۷۶
۶۰	۱۰۰	۱۰
۲۰	۸۰	۶۰
۰	۰	۵۰
	⊙	

(۱۲)

	۱۳۹۴	۰
۲۷۰	۱۱ ۱۲	
۲۲۰	۹ ۴۰	
۱۸۴	۶ ۱۴	
	۳ ۶۸	۲۳۵
	۱ ۶۰	۶۲
	۳ ۳۸	۴۲
	۰	
	⊙	

(۱۴۳) فیلڈ بُک مین کہیت ا ب س کا حال بہ تفصیل ذیل لکھا ہوا ہے اور خطوط جریبی تمام کہیت کے اندر ہین اوسکا نقشہ بناؤ اور رقبہ دریافت کرو

ا ۲۵۰	۱۰
۲۰۰	۵۰
	۰
س ⊙	
س ۳۹۰	۰
۲۰۰	۴۰
۱۰۰	۳۰
۰	۱۰
ب ⊙	
ب ۵۶۰	۰
۱۰۰	۲۰
۰	۰
شمال ۱۲° مغرب	
ا ⊙	

(۱۴۴) کہیت ا س د کا حال فیلڈ بُک مین بہ تفصیل ذیل لکھا ہے اوسکا نقشہ بناؤ اور اوسکے رقبہ کا حساب لگاؤ اور ضلع ا د کی پیمائش نہین ہوئی وہ خط مستقیم بغیر افسٹ کے تہا

۰	د ۵۰۰	
۶۰	۴۰۰	
	شمال ۶۸° مشرق	
	س ⊙	
	س ۱۰۰۰	
۱۰	۸۶۰	
	۶۶۰	۰
	۶۰۰	۳۰
	۴۲۰	۸۰
۰	۲۴۰	
۱۰	۲۰۰	
۰	جنوب ۴۸° مشرق	
	ب ⊙	

ب ۱۰۰۰ (۸۰)
۹۰۰
جنوب ۷۶ مغرب
ا ⊙

(۱۵) کہیت ا ب س د ی ف ح کی ہتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ

د ⊙ تک
۱۵۶۰
مشرق ۲۰ | ۸۶۴
۶۱۸ | ۶۹۰ ج
ف ⊙ سے

ح ⊙ تک
۱۳۰۵
۳۶۲ | ۶۹۰ د
س ⊙ سے

س ⊙ تک
۱۶۵۰
۱۲۳۰ | ۳۶۲ ب
ح ۳۹۰ | ۴۰۵
مشرق کی سمت | ا ⊙ مین | شروع

(۱۶) اس کہیت کا نقشہ فیلڈ بک سے بناؤ اور کل کہیت کا رقبہ دریافت کرو اور فرض کرو مثلث ب س د مین ۲۳۲۷۱۶۴ مربع کڑی ہین اور ایک قطعہ زمین کا س اور افسٹون کے درمیان جو س د اور س ب پر کہینچے جاتین ۳۰۰۰ مربع کڑی کا ہے

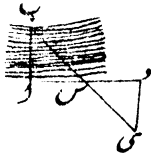
ب ۵
۹۴۴ ۰
۸۳۰ ۶۰
۵۱۰ ۰
۴۸۰ ۵۰
۱۲۰ ۰
۰ ۲۰
س ۵

س ۱۰۲۴ ۱۰
۶۴۰ ۳۰
۰ ۰
د ۵

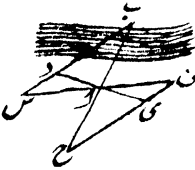
د ۱۲۹۲ ۱۰
۱۰۴۰ ۲۰
۶۸۰ ۸۰
ب ۳۲۱ ۰
۰ ۴۰ ۱۰
ا ۵

سیتالیسوین فصل کی سوالات

(۴۱۷) زمین کی مساحت مین ہم نے صرف جریب کی پیمایش اور اس کا ذکر توضیح کے ساتھہ بیان کیا مگر جہان پیمایش بڑی اور صحیح کرنی ہوتی ہے وہان آلات زاویون کی پیمایش مین استعمال کرتے ہین اور پھر حساب اوسکا علم مثلث کی وساطت سے لگاتے ہین اور انہین پیمانون کے ساتھہ ایسی پیمایشون کا بھی ذکر کرتے ہین جہان ہماری رسائی نہین ہوتی اور فاصلہ اون

اشیا کا جہان ہم پہونچ نہین سکتے دریافت کرتے ہین باوجودیکہ ایسے سوالات کے حل کرنے
مین علم مثلث کا کام پڑتا ہے مگر بعض سوال نہایت سیدہے سادہے طور سے حل ہوجاتے ہین
اسلیئے ہم اونکا بیان کرتے ہین

(۴۱۸) ایک دریا کا عرض دریافت کرو
فرض کرو کہ ا ایک چیز دریا کے نزدیک ہے
اور ٹھیک اوسکے مقابل ایک اور چیز ب دریا کے متصل ہے
ایک خط ا س زاوئے قائمے بناتا ہوا ا ب پر کھینچو اور اتنا طول اوسکا رکھو کہ جسمین آسانی
معلوم ہو اور خط مستقیم کو د تک ایسا کھینچو کہ س د برابر ا س کے ہو د سے ایک خط مستقیم
زاوئے قائمے بناتا ہوا د ر پر کھینچو اور اوسمین نقطہ ی ایسا دریافت کرو کہ ب س ی ایک خط مستقیم ہو
پس مثلث س ا ب اور س د ی سب طرح سے برابر ہین اور د ی برابر ہے ا ب کے اور
اب د ی کو پیمایش کرلو تو اوسی طول ا ب کا یعنی عرض دریا کا معلوم ہوجائے گا

(۴۱۹) دفعہ گذشتہ مین ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ ایک خط مستقیم زاویۂ قائمہ بناتا ہوا دوسرے
خط مستقیم پر کھینچین اور اوسکی ترکیب ہم بنتالیسوین فصل مین بیان کرآئے ہین اب ہم ایک اور
ترکیب سے سوال کو حل کرتے ہین اوسمین کچھہ ضرورت زاوئے قائمے بنانے کی نہین پڑتی

(۴۲۰) اون دو مقامون کے درمیان فاصلہ دریافت کرو جنمین ایک کا مقام ایسا ہے کہ ہم نہین پہونچ سکتے
فرض کرو کہ ا اور ب دو مقام ہین اور ب پر دریا کے حائل ہونیکے سبب سے یا کسی اور روک کے
سبب سے ہم نہین جاسکتے
ا سے کوئی خط ا س کھینچکر ناپ کو اور کسی نقطہ د پر
ایک جھنڈی ب س کی سمت مین قائم کرو اور س د کو
ف تک ایسا بڑھاؤ کہ د ف برابر ا س کے ہو اور د ا کو ی تک
ایسا خارج کرو کہ ا ی برابر ا د کے ہو اور ف اور ی پر جھنڈیان گاڑدو پس ح کا نقطہ ایسا دریافت کرو

جسپر ب اَ اور ف یَ کی سمتین قطع ہوتی ہین یعنی ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جہان سے آ
اور ب ایک خط مستقیم مین اور یَ اور فَ ایک اور مستقیم مین معلوم ہون
اب مثلث د ب اور ی اَح آپسمین سب طرح جسے برابر ہین اور ح اَ برابر ہے اَ ب کے
پس ح اَ کو ناپ لین اوس سے اَ ب کا طول دریافت ہو جائیگا

(۴۲۱) دفعات ۴۱۸ اور ۴۲۰ مین ہم نے اس بات کو تسلیم کر لیا ہے کہ ایسے اسباب ہمارے پاس موجود ہین کہ جس سے ایک خط برابر اوس خط کے جسکو ناپنا چاہئے ہین مرتسم کر سکتے ہین اکثر مقامات جہان ہم پہونچ نہین سکتے اگر بہت فاصلہ پر ہونگے وہان ان ترکیبون کا استعمال نہین ہو سکتا اسلئے ہم اس سوال کا حل ایک اور طرح سے لکھتے ہین جو ایسی صورتون مین بھی بکار آمد ہو سکتا ہے

(۴۲۲) دو مقامون کے درمیان فاصلہ دریافت کرو اور ایک مقام اونمین سے ایسا ہو کہ وہان ہم پہونچ نہین سکتے اور بہت دور ہے

فرض کرو کہ اَ اور بَ دو مقام ہین اور اونمین بَ پر پہونچ نہین سکتے اور وہ بہت دور ہے ب اَ کی سمت مین کوئی طول اَ سَ ناپ لو اور سَ سے کسی ایسی سمت مین کہ جسمین آسانی ہو سَ د برابر اَ سَ کے ناپ لو اب دو رسیان لو جنمین سے ہر یک سَ اَ کے برابر ہو اور ایک کا سرا اَ پر باندہا ہو اور دوسرا سرا د پر اور رسیون کو تانکر پہیلاؤ کہ اونسے خطوط مستقیم پیدا ہون اور اونکے دوسرے سرے ایک نقطہ پر ملین اور فرض کرو کہ یہ نقطہ یَ ہو پس اَ د معین ہوگا ایک جہنڈی نقطہ فَ پر گاڑ دو جہان سمتین اَ یَ اور د ب کی تقاطع کرتے ہین

مثلثات ف اَ ب اور فَ یَ د متشابہ ہین اسواسطے یَ فَ کو یَ د سے وہ نسبت ہے جو اَ فَ کو ہے اَ ب سے پس اگر یَ فَ اور فَ اَ کو ناپ لین تو اس تناسب سے اَ ب کو معلوم کرینگے +

اڑتالیسوین فصل ضرب اثنا عشری

(۴۲۳) سطحات اور مجسمات کے پیمانون سے جو سوالات متعلق ہوتے ہین وہ بعض اوقات اس ترکیب سے بھی حل ہوتے ہین اس ترکیب کا نام ضرب چلیپا یا اثنا عشری ہے وہ علم اور عمل دونو مین بکار آمد ہے عمل مین آسانی ہوتی ہے اور علم مین اوس سے عمدہ تعلیم ہوتی ہے اسلئے جو کچھہ ہم اوسکا بیان کرین وہ لایق توجہ کے ہے اول ہم مربعے پیمانون کا ذکر کرتے ہین

(۴۲۴) طالب علم خوب طرح سے اس بات کو جانتے ہین کہ مربع فٹ سی کیا مراد ہوتی ہے اور مربع انچ سے کیا مطلب ہوتا ہے

اب ہم رقبون کے ناپنے کے لئے اور اندازہ بتاتے ہین اور وہ یہ ہے کہ اگر مستطیل ۱۲ انچ لنبی اور ایک انچ چوڑی ہو تو اوسکا نام سطح اولے رکھتے ہین

پس جو جدول مربع پیمانون کی ہے اوسمین یہ پیمانے اور بڑہاؤ کہ

۱۲ مربع انچ کا ایک سطح اولے ہوتا ہے

۱۲ سطح اولی کا ایک مربع فٹ ہوتا ہے

(۴۲۵) خواہ کتنی ہی تعداد مربع انچون کی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ سطح اولی اور مربع انچونمین تحویل ہو سکتی ہے

مثلاً

۱۷ مربع انچ = ۱ سطح اولے ۵ مربع انچ

۳۲ مربع انچ = ۲ سطح اولے ۸ مربع انچ

۵۴ مربع انچ = ۴ سطح اولے ۶ مربع انچ

اور ایسی کتنی ہی تعداد سطح اولی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مربع فیٹ اور سطح اولی مین تحویل ہو سکتی

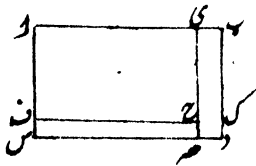
۱۹ سطح اولی = ۱ مربع فٹ ۷ سطح اولی

۴۵ سطح اولی = ۳ مربع فیٹ ۹ سطح اولی

۵۴ سطح اولی = ۴ مربع فیٹ ۶ سطح اولی

(۴۲۶) ایک مستطیل جو ایک فٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہے وہ سطح اولی ہے اس سے

معلوم ہوتا ہے کہ جو مستطیل ۲ فیٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتے ہیں وہ ۲ مسطح اولی ہیں اور ایسی ہی
مستطیل ۳ فیٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہے وہ ۳ مسطح اولی ہیں اور علی ہذا القیاس ایک مستطیل جو
۷ فیٹ اور ایک انچ عرض رکھتی ہے اوسمین ۷ مسطح اولے ہین اسسے معلوم ہوا کہ مستطیل جو ۷ فیٹ اور
۲ انچ طول عرض رکھتی ہے اوسمین ۱۴ مسطح اولے ہین اور جو مستطیل ۷ فیٹ اور ۳ انچ طول
عرض رکھتی ہے اوسمین ۲۱ مسطح اولے ہین اور علی ہذا القیاس پس اس سے نتیجہ عامہ یہ استخراج
ہوتا ہے جسکا بیان مختصر یہ ہے کہ فیٹ اور انچون کا حاصل ضرب مسطح اولے ہوتا ہے۔

(۴۲۷) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ہو
فرض کرو کہ شکل اب س د ایک مستطیل کو تعبیر کرتی ہے اور اب طول اور د س عرض ہے
اور فرض کرو کہ ای ۸ فیٹ ہے اور اف ۵ فیٹ اور ی ب ۹ انچ
اور ف س ۶ انچ ہے نقطہ ی سے ی ھ متوازی اس کا
اور نقطہ ف سے ف ک متوازی اب کا نکالو
اور فرض کرو کہ ان خطوط کا نقطہ تقاطع ح ہے

پس کل مستطیل اب د س چار حصون مین تقسیم ہوا ہے یعنی ایک حصہ مستطیل ی ب ک ح ہے
جو ۵ فیٹ طول مین اور ۹ انچ عرض مین ہے اسیواسطے ۴۵ مسطح اولی اوسمین ہین یعنی ۳ مربع
فیٹ اور ۹ مسطح اولے

دوسرا حصہ مستطیل اف ح ی ہے جو ۸ فیٹ طول مین اور ۵ فیٹ عرض مین ہے
اسیواسطے اوسمین ۴۰ مربع فیٹ ہین۔

تیسرا حصہ مستطیل ح ک د ھ ہے جو ۹ انچ طول مین اور ۶ انچ عرض مین ہے
اسیواسطے اوسمین ۵۴ مربع انچ ہین یعنی ۴ مسطح اولے ۶ مربع انچ

چوتھا حصہ مستطیل ف ح ھ س ہے ۸ فیٹ طول مین ۶ انچ عرض مین اسیواسطے اوسمین
۴۸ مسطح اولے ہین یعنی ۴ مربع فیٹ

مجموعہ اول دو مستطیلون کے رقبہ کا ۴۳ مربع فٹ ۹ سطح اولی ہے اور باقی دو مستطیلون کا ۴ مربع فٹ ۴ سطح اولی ۶ مربع انچ ہے اسیواسطے چارون مستطیلون کے رقبہ کا مجموعہ ۴۸ مربع فیٹ ۱ سطح اولی ۶ مربع انچ ہے

(۴۲۸) اوپر کی مثال کے عمل کو اسطرح لکھتے ہین
طول کو ایک سطر مین لکھو اور عرض کو دوسری سطر مین اسطرح لکھو کہ فیٹ کے نیچے فیٹ انچ کے نیچے انچ ہون

	۸	۹	
	۵	۶	
۴	۳	۹	
	۴	۴	۶
۴	۸	۱	۶

اول ہم ۵ کو جو فیٹ کی جگہہ ہین ضرب دیتے ہین تو پانچ نم ۴۵ ہوئی پس ۴۵ سطح اولی ہوئے یعنی ۳ مربع فیٹ ۹ سطح اولی ہوئے
اب ۹ کو لکھہ دو اور ۳ کو حاصل مانو اور ۵ آٹھی ۴۰ ہوے اور ۴۰ اور ۳ ملکر ۴۳ ہوئے اوس کو سطح اولی کے مقام سے بائین طرف لکھدو
اب ہم ۶ مین ضرب دیتے ہین جو انچون کی جگہہ ہے ۶ نم ۵۴ ہوئے ۵۴ مربع انچون مین ۴ سطح اولے اور ۶ مربع انچ ہین اوسکو دائین طرف اوس خانہ کے لکھدو جسمین سطح اولی لکھی ہین اور ۴ کو حاصل مانو اور ۶ آٹھے ۴۸ ہوئے اور ۴۸ اور چار ۵۲ ہوئے اور ۵۲ سطح اولی کے ۴ مربع فیٹ ۴ سطح اولے ہوئے اونکو اپنے اپنے خانون مین لکھو
اب ان دونو سطرون کے جو حاصل ہوئے ہین جمع کرو ۶ مربع کو نیچے اوتار لو اور ۹ اور ۴ تیرہ سطح اولے ہوئے جنکا ایک مربع فیٹ اور ایک سطح اولے ہوا اکو لکھدو اور ایک کو حاصل مانو اور ۱ اور ۴ اور ۴۳ ملکر ۴۸ ہوئے

پس ماحصل ۴۸ مربع فیٹ ۱ سطح اولے ۶ مربع انچ ہوئے

(۴۲۹) اب ہم اس نتیجہ کو اور صورتون مین لکھتے ہین
ایک سطح اولی اور ۶ مربع انچ ۱۸ مربع انچ ہوئے اسیواسطے ماحصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ ہوئے

اور اسطح اولیٰ $\frac{1}{12}$ مربع فیٹ ہی اور ۶ مربع انچ $\frac{6}{144}$ مربع فیٹ ہے

اسیواسطے ماحصل مربع فیٹ ہین ۴۸ + $\frac{1}{12}$ + $\frac{6}{144}$ یعنی ۴۸ + $\frac{1}{12}$ + $\frac{1}{24}$ یعنے ۴۸ $\frac{3}{24}$

یعنے ۴۸ $\frac{1}{8}$ ہے

یہ صورتین نتیجہ کی بالکل مطابق اون صورتون کے ہین جو بغیر اعانت ضرب چلیپا کے نکلے

پس ۸ فیٹ ۹ انچ = ۱۰۵ انچ اور ۵ فیٹ ۶ انچ = ۶۶

۱۰۵۰ × ۶۶ = ۶۹۳۰

۶۹۳۰ مربع انچ = ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ

یا اسطرح کہ ۸ فیٹ ۹ انچ = ۸ $\frac{3}{4}$ فیٹ = $\frac{35}{4}$ فیٹ

۵ فیٹ ۶ انچ = ۵ $\frac{1}{2}$ فیٹ = $\frac{11}{2}$ فیٹ

$\frac{35}{4} \times \frac{11}{2} = \frac{385}{8} = 48\frac{1}{8}$

(۴۳۰) اب ہم اختصار کے ساتھہ اس بات کا بیان کرتے ہین کہ ترکیب مذکور مجسمات پیمانون کے بیانون مین کسطرح توسیع پاتی ہے اور اب ہم دو اصطلاحین بیان کرتے ہین مجسم اولے اور مجسم ثانی اور انکے معنی یہ مقرر ہین کہ

۱۲ مکعب انچ کا ایک مجسم ثانی ہوتا ہے

۱۲ مجسم ثانی کا ایک مجسم اولے

۱۲ مجسم اولے کا ایک مکعب فٹ

(۴۳۱) دفعہ ۴۲۶ کی طرح عمل کرنیسے ہم بآسانی تمام اون نتایج کو حاصل کرتے ہین جنکو اون دو نتیجون کے ساتھہ جو بالفعل معلوم ہین ملائین تو سارا مطلب مختصر اول بیان ہوتا ہے

حاصل ضرب فیٹ کا سطح فیٹ مین مجسم فیٹ ہوتا ہی

حاصلضرب فیٹ کا سطح اولی مین مجسم اولی ہوتا ہی

حاصلضرب فٹون کا مربع انچون مین مجسم ثانی ہوتا ہی

حاصل ضرب انچون کا مسطح فتون مین مجسم اولی ہوتا ہی
حاصل ضرب انچون کا مسطح اولی مین مجسم ثانی ہوتا ہی۔
حاصل ضرب انچونکا مسطح انچون مین مجسم انچ ہوتا ہی

(۴۴۳) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم دریافت کرو اوسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ اور ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ۔

دفعہ ۴۲۸ مین قاعدہ کا رقبہ ۴۸ مربع فیٹ ۱ مسطح اولی ۶ مربع انچ دریافت ہوا ہی اب ہم باقی عمل لکھتے ہین

	۴۸	۱	۶	
	۴	۳	۰	
۱۹۲	۶		۰	
۱۲	۰		۴	۶
۲۰۴	۶		۴	۶

اب ہم اول ۴ مین جو بجاے فیٹ کے ہین ضرب دیتے ہین ۴ چہک ۲۴ ہوئے ۲۴ مجسم ثانی یعنی ۲ مجسم اولی پس صفر لکھو اور ۲ کو حاصل مانو اور ۴ اکن ۴ اور ۲ اور ۲ چہ ہوئے پس ۶ کو لکھہ دیا اور ۴ گنا ۴۸ برابر ۱۹۲ کے ہی پس ۱۹۲ کو لکھدیا۔

اب ہم ۳ مین جو بجاے انچ کے ہین ضرب دیتے ہین ۳ چہک ۱۸ ہوئے اور ۱۸ مجسم انچ ایک مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوئے پس ۶ کو اوس خانہ کے دائین طرف لکھو جسمین مجسم ثانی لکھے ہین اور ایک کو حاصل مانو اور ۳ اکن ۳ ہوئے اور ۳ اور ۱ ملکر ۴ ہوئے ۴ کو لکھو

۳ گنی ۴۸ برابر ۱۴۴ کے ہوئے ۱۴۴ مجسم اولی کے ۱۲ مجسم فٹ ہوئے پس ۰ کو خانہ مجسم اولی مین لکھو اور خانہ مجسم فیٹ مین ۱۲ کو لکھو

پس دو سطرین جو حاصل ہوئی ہین اونکو جمع کرو پس حاصل ۲۰۴ مجسم فیٹ ۶ مجسم اولی ۴ مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوئے۔

(۴۴۴) دفعہ ۴۲۹ کی طرح ہم اس نتیجہ کو اور صورتونمین بیان کرتے ہین اور ثابت کرتے ہین کہ اگر ہم اوسکو بغیر اس ترکیب ضرب چلیپا کے نکالتے تو بھی نتیجے مطابق انہین نتیجون کے نکلتے

اگر ہم نتیجہ کو مجسم فٹ کی رقبون مین بیان کرین تو یہہ حاصل ہوگا

$$\frac{۶}{۱۷۲۸} + \frac{۴}{۱۴۴} + \frac{۶}{۱۲} + ۲۰۴$$

یعنے ۲۰۴ + $\frac{۱}{۲}$ + $\frac{۱}{۳۶}$ + $\frac{۱}{۲۸۸}$ یعنی ۲۰۴ $\frac{۱۵۳}{۲۸۸}$ ہوے

(۴۳۴) بڑہی جوردل اپنی پاس رکھتے ہین وہ بارہوین حصون مین تقسیم ہوتا ہے اسلئے رقبون اور مجسمات سے جو سوال عمل مین واقع ہوتے ہین اونمین انچ کی بارہوین حصے ہی داخل ہوتے ہین یہ مثال اور اوپر کی مثالین ایک ہی اصول پر مبنی ہین اب ہم نئی اصطلاحین بیان کرتے ہین جنکے سبب سے تمام رقبے اس جدول کے پیمانون سے بیان ہوا کرینگے

سطح اولی ایک بارہوین مربع فیٹ کا ہوتا ہے

سطح ثانی ایک بارہوان حصہ مربع انچ کا ہوتا ہے یعنی ایک بارہوان سطح اولی کا

سطح ثالث ایک بارہوان حصہ سطح ثانی کا ہوتا ہے

سطح رابع ایک بارہوان حصہ سطح ثالث کا ہوتا ہے

(۴۳۵) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو کہ جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ ۱۰ بارہوین اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ۷ بارہوین ہے

```
۸   ۹   ۱۰
۵   ۶   ۷
-----------
۴۴  ۱   ۲
۴   ۴   ۱۱
    ۵   ۱   ۸   ۱۰
-------------------
۴۸  ۱۱  ۲   ۸   ۱۰
```

پس حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۱ سطح اولی ۲ سطح ثانی ۸ سطح ثالث ۱۰ سطح رابع ہے

اڑتالیسوین فصل کی مثالین

جن مستطیلون کے استداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے ضرب اثنا عشری سے دریافت کرو

(۱) ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ

فصل ۴۰ ۲۴۳ کی مثالین

(۲) ۵ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۳) ۳ فیٹ ۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ

(۴) ۴ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ

(۵) ۵ فیٹ ۷ انچ اور ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۶) ۵ فیٹ ۱۱ انچ اور ۴ فیٹ ۷ انچ

(۷) ۴ فیٹ ۳ انچ ۴ بارہوین اور ۳ فیٹ ۳ انچ

(۸) ۴ فیٹ ۸ انچ ۵ بارہوین اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۹) ۵ فیٹ ۴ انچ ۸ بارہوین ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ بارہوین

(۱۰) ۶ فیٹ ۸ انچ ۷ بارہوین ۲ فیٹ ۴ انچ ۵ بارہوین

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اشاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم بذریعہ ضرب اثنا عشری کی دریافت

(۱۱) ۳ فیٹ و ۳ فیٹ و ۱ فٹ ۶ انچ

(۱۲) ۵ فیٹ و ۳ فیٹ و ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۳) ۴ فیٹ و ۳ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۵ فیٹ و ۴ فیٹ ۰ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ

(۱۵) ۶ فیٹ ۱۱ انچ و ۵ فیٹ ۳ انچ و ۲ فیٹ ۹ انچ

(۱۶) ۷ فیٹ ۸ انچ و ۲ فیٹ ۷ انچ و ۲ فیٹ ۱۰ انچ

اونچاسوین فصل میٹر

(۴۲۶) فرانسیسون کا پیمانہ میٹر ہوتا ہے اوسکا کام بھی کبھی کبھی تحقیقات علمی مین آجاتا ہے اسلئے اوسکا بیان کرنا بھی ضرور ہے

(۴۲۷) طول کا پیمانہ جو گورنمنٹ کی طرف سے معین ہوا ہے میٹر ہے اور وہ برابر ہے

۳۹٫۳۷۰۷۹ انگریزی انچ کے ہی۔

سطح زمین پر جو فاصلہ قطبین کا خط استوا سے ہی اوسکے ایک دس لاکھوین حصہ کا نام میٹر رکہا گیا تہا حال کی تحقیقات سے ثابت ہوتا ہی کہ قریب ۱/۲۰۸ ایک انچ کے ہوتا ہی یعنی جس نسبت سے کہ یہ پیمانہ مقرر کیا گیا تہا اوس سے کچھ چھوٹا ہی

رقبہ کا پیمانہ معینہ ابر ہی جو ۱۰۰ مربع میٹر کے برابر ہوتا ہی

اور مجسمات کے واسطے پیمانہ معینہ سیٹر ہی اور وہ ایک مکعب میٹر کا ہوتا ہی

تمام تقسیمین اضعاف اور حصون کی عشری ہین ذیل مین اونکی ترکیب کی کیفیت لکہی ہی

میری میٹر = ۱۰۰۰۰ میٹر

کیلو میٹر = ۱۰۰۰ میٹر

ہیکٹو میٹر = ۱۰۰ میٹر

ڈیکی میٹر = ۱۰ میٹر

ڈیسی میٹر = ۱/۱۰ میٹر

سینٹی میٹر = ۱/۱۰۰ میٹر

ملی میٹر = ۱/۱۰۰۰ میٹر

اور ایسے ہی ہیکٹر = ۱۰۰ ایر اور سینٹائر = ۱/۱۰۰ ایر

ڈی کیسٹر = ۱۰ سیٹر اور ڈیسی سیٹر = ۱/۱۰ سیٹر

اور مایعات کے ناپنے کے واسطے ایک پیمانہ لٹر ہوتا ہی اور وہ ایک مکعب ڈیسی میٹر کے برابر ہوتا ہی اور اونکے واسطے ایک پیمانہ گریم ہی وہ ایک مکعب سینٹی میٹر پانی کے برابر ہوتا ہی اور اوسمین ۱۵٫۴۳۲ انگریزی گرین ہوتے ہین

اونچاسوین فصل کی مثالین

(۱) قطر دائرہ کا ۱۵ میٹر ہی محیط اوسکا دریافت کرو۔

(۲) ایک قائم الزاویہ کا ۵،۷۶،۴ میٹر طول اور ۴،۳۰ میٹر عرض ہی رقبہ اوسکا دریافت کرو
(۳) ایک ذوزنقہ کے خطوط متوازیہ ۶،۱۵ میٹر اور ۴،۹ میٹر ہین اور اونکا درمیانی عمودی فاصلہ ۲،۷ میٹر ہی رقبہ دریافت کرو۔
(۴) ایک دیوار ۸،۴ میٹر لمبی ۴،۲۳ میٹر بلند اور ۵،۴ میٹر آثار ہی اوسکا حجم مکعب میٹر مین دریافت کرو۔
(۵) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع ۴،۲ میٹر اور قاعدہ کا نصف قطر ۴، میٹر ہی اوسکے حجم مین مکعب ڈسی سی میٹر دریافت کرو
(۶) ایک ظرف جب خالی ہوتا ہی تو ۶،۷ کیلوگریم کا تلتا ہی اور جب پانی سے پر ہوتا ہی تو اوسکا وزن ۹،۶ کیلوگریم ہوتا ہی تو ظرف کا سماؤ مکعب ڈسی میٹر مین دریافت کرو۔
(۷) ایک ظرف ۸،۵ میٹر لنبا اور ۶ میٹر چوڑا اور ۲،۹ میٹر عمق مین ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے ہیکٹو لٹر پانی سمائینگے
(۸) ایک اسطوانہ مین ۴۶،۳ کیلوگریم پانی آتا ہی اور اسطوانہ کا نصف قطر ۱۵ سینٹی میٹر ہی تو اسطوانہ کا ارتفاع سینٹی میٹر مین دریافت کرو
(۹) ایک تار برقی ۳۵ کیلومیٹر لنبا ہی اور اوسکا قطر ۲ ½ ملی میٹر ہی تو اوسکا حجم مکعب ڈسی سی میٹر مین دریافت کرو
(۱۰) ایک لوہے کے گولی کا قطر ۲، میٹر ہی اوسکا وزن کیلوگریم مین دریافت کرو اور حجم لوہے کا ۷،۵ گنا اوس پانی سے ہی جسکا حجم لوہے کے حجم کے برابر ہو
(۱۱) ایک مخروط مستدیر کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو قاعدہ کا نصف قطر ۳ میٹر اور ارتفاع مائل ۸ میٹر ہی۔
(۱۲) ایک کرہ کا قطر ۹ میٹر ہی اوسکی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو۔
(۱۳) ثابت کرو کہ ایکر مین ۷،۴۰،۴ ایر ہوتے ہین

(۱۴) ثابت کرو کہ ایک مکعب گز مین ۷۶۴٫۵۵ مکعب ڈیسی میٹر ہوتے ہین

(۱۵) ثابت کرو کہ ایک گیلن مین ۴٫۵۴ کے قریب لٹر ہوتے ہین

ان نیچے کے مثالون مین جذر الکعب نکالا جاتا ہے۔

(۱۶) ایک مجوف کرہ کا ظرف ایک لٹر ہی کرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک ظرف مخروط مستدیر کی صورت کا ہے اور اوسکا ارتفاع برابر قطر قاعدہ کے ہے اور اوسکا ظرف ایک لٹر کا ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۱۸) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہے اور اوسکا حجم ایک مکعب ڈیسی میٹر ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

سوالات متفرقہ

(۱) ایک بلی کہڑی ہوئی تہی وہ اوپر کے حصے سے ٹوٹ کر زمین سے آلگی اور ایسی جگہہ لگی کروہ ۱۵ فیٹ کے فاصلہ پر بلی کے جڑ سے تہی اگر ٹوٹا ہوا ٹکڑا ۳۹ فیٹ ہو تو بتاؤ اوس بلی کا کل طول کیا ہے

(۲) ۱۲۰۰ مربع انچون مین کتنی مربع فٹ ہون گے

(۳) دو مربعون کے رقبے ۱۰۰ ایکڑ ہین اور ایک مربع کا ضلع سہ چند دوسرے مربع کے ضلع سے طول مین ہے تو ہر ایک مربع کا رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک مربع مین ۳۲۳۵۲ فیٹ ۱۴۴ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۵) ایک مستطیل کا احاطہ ۱۴۴ گز ہے اور طول سہ چند عرض سے ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۶) ایک کمرہ ۲۱ فیٹ لمبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا ہے ۲۷ انچ عرض کا فرش ۱۲ روپیہ فی گز کا کتنی روپیہ کا لگیگا

(۷) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۲ $\frac{1}{2}$ انچ لمبا اور ۱۵ فیٹ ۳ $\frac{1}{2}$ انچ چوڑا ہے اور ۱۲ فیٹ بلند ہے تو دیوارون پر ۱۹ انچ عرض کا کاغذ ۲ $\frac{1}{2}$ آنہ گز کا کتنے روپیہ کا لگے گا

(۸) ایک مکان مین ۴۳ کہڑکیان ہین اور اونمین بھی کے اندر ۱۲ پرکالے سیسہ لگے ہوئی ہین

اوران مین سی ہر ایک پرکالہ ۲۰ انچ لمبا اور ۱۶ انچ چوڑا ہے اور باقی مین ۶ پرکالے لگے ہوے ہین اور اونمین سے ہر ایک پرکالہ ۱۶ انچ مربع ہے اور ایکروپیہ ۴ ر فی فٹ شیشہ کی قیمت ہے تو بتاؤ کل خرچ شیشہ لگانے کا کیا ہوا

(۹) اضلاع مثلث ۸۵۰ اور ۱۹۹ اور ۱۰۰۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ذوزنقہ کا رقبہ ۴۷۵ مربع فیٹ ہے اضلاع متوازیہ کا درمیانی فاصلہ عمودی ۱۹ فیٹ ہے تو اضلاع متوازیہ کو دریافت کرو اور اونمین فرق ۴ فیٹ ہے

(۱۱) دو سڑکین ایک دوسرے کے ساتھہ زاویہ قائمہ بناتے ہین دو آدمی اوس مقام سے جہان سڑکین ایک دوسرے سے ملتی ہین ایک سڑک پر ۴ میل فی گھنٹہ کے چال چلتا ہے اور دوسرا آدمی دوسری سڑک پر ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلتا ہے تو بتاؤ ۱۰ منٹ چلنے کے بعد اونمین کیا فاصلہ ہوگا

(۱۲) بتاؤ ایک مربع میل کے ۱/۴ حصہ مین کتنے مربع گز ہوتی ہین۔

(۱۳) ایک مربع کا مجموعہ اضلاع ۸۴ انچ ہے اور دوسرے کا ۳۳۶ انچ ہے تو جو مربع ان دونوں مربعون کے برابر رقبہ مین ہے اوسکا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۱۴) ایک مربع مین ۳۶۶۰ فیٹ ۸۱ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۱۵) ایک مربع کی شکل کا کھیت ۱۳ ایکڑ ۱۰۸۹ گز کا ہے اگر ایک شخص ۲½ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اوسکی گرد پھرے تو کتنی دیر مین اوسکے گرد پھر آئیگا

(۱۶) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۸ انچ لمبا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ہے اوسمین ایک گز ۳/۴ عرض کا فرش ۶ ر گز کا کتنا اور کتنے کا صرف ہوگا

(۱۷) ایک کمرہ ۴۳ فیٹ لمبا ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۳ انچ بلند ہے اور ان دیوارون مین ۴ دروازے ہین اور ہر دروازہ ۱۰ فیٹ کے ۵ فیٹ ۳ انچ ہے اور تین بڑے دروازے ہین جنمین سے ہر ایک ۱۰ فیٹ کے ۶ فیٹ ۸ انچ ہے اور ایک نشان ۶ فیٹ ۹ انچ سے ۴ فیٹ کے ان [illegible] کو

منہا دیکر بتاؤ کہ ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۱۱ ½ آنہ گز کا کتنا اس کمرہ مین صرف ہوگا

(۱۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چند ہی اور اوسکی چھت کی رنگوائی ۴ ½ آنہ گز کے حساب سے ۲۹ روپیہ صرف ہوئی اور دیواریون کی رنگوائی مین ایک روپیہ ۱۲ ار گز کے حساب سے ۵۲۵ روپے خرچ ہوئے تو کمرہ کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) ضلاع ایک مثلث کے ۴۸۸ اور ۹۰۰ اور ۹۸۸ گز یان ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴ گز ۱ فٹ ۳ انچ طول مین اور ۱۰ گز ۱۰۰ انچ عرض مین ہی تو بتاؤ کتنے دائرے ایک ایک انچ نصف قطر کے ملکر رقبہ مین اس مستطیل کے رقبے کے برابر ہونگے اور یہ مان لو کہ دائرہ کا رقبہ جسکا نصف قطر ایک انچ ہو ³⁵⁵⁄₁₁₃ مربع انچ ہی

(۲۱) ایک پیمانہ قطری بناؤ اور اوسکے استعمال کے طریقہ کو بیان کرو اور بتاؤ پرکار کی ساقین کن نقطون پر رکھی جائین کہ ۳٫۷۱ طول پیمایش ہو

(۲۲) بتاؤ ۱۵ فیٹ مربع کسقدر ۱۵ مربع فیٹ سے زیادہ ہی۔

(۲۳) دو مستطیل کھیت ہین اور رقبے اونکے آپسمین برابر ہین اور اضلاع ایک کھیت کے ۵۴۹ گز اور ۱۳۴۴ گز طول مین ہین اور اوُر دوسرے کھیت کا بڑا ضلع ۱۱۳۴ گز ہی تو چھوٹے ضلع کا طول دریافت کرو اور ہر کھیت کے رقبہ کو ایکر روڈ پول مربع گز مین بیان کرو

(۲۴) ایک مربع مین ۳۶۷ مربع فیٹ ۵۲ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۲۵) ایک مستطیل کھیت کا رقبہ ۶ ایکر ۹۶۰ گز ہی اور اوسکا طول عرض سے سہ چند ہی تو مجموعہ اضلاع اوسکا دریافت کرو اور ایک گوشہ سے دوسرے گوشہ تک فاصلہ بھی بتلاؤ

(۲۶) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۷ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہی تو ۲۷ انچ عرض کا فرش ۵ ر ۳ پائی گز کا کتنے کا اوسمین صرف ہوگا۔

(۲۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ طول مین ۱۰ فیٹ عرض مین اور ۹ فیٹ ۹ انچ ارتفاع مین ہی تو اوسکی چھت اور دیوارون کی رنگوائی ۴ ار گز کے حساب سے کیا ہوگی۔

(۲۸) ایک کمرہ طول مین بہ نسبت عرض کے سہ چند ہی اور ۴ شلنگ ۲ پنس گز کا فرش اوسمین بچھایا گیا ہی اور ۹ پنس گز کے حساب سے دیوارون پر رنگوائی ہوئی ہی اور فرش مین ۸ پونڈ ۵ شلنگ ۴ ½ پنس اور رنگوائی مین ۴ گنی صرف ہوئی تو مکان کا تمام طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۲۹) کسی مثلث متساوی الساقین کا مجموعہ اضلاع ۳۰۶ فیٹ ہی اور ہر ایک ضلع برابر اضلاع مین سے تیسرے ضلع کا پانچ آٹھوان حصہ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہی اور زاویے ب اور س پر قائمے ہین اگر ا ب = ۲۰ فیٹ اور ب س = ۱۸ فیٹ اور س د = ۳۲ فیٹ اور د ی = ۱۳ فیٹ شکل کا رقبہ اور ا ی کا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک پل کی محراب قوس کی شکل کی ہی اوسکا وتر ۹۶ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکی وہ قوس ہی

(۳۲) ایک مربع گز ۵۷۶ برابر مربعون مین تقسیم ہوا ہی ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۳۳) منار اعظم مصر کے قاعدہ کے رقبہ مین بتاؤ کتنی ایکر ہین ۲۵ فصل کی ۱۴ مثال دیکھو

(۳۴) اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جسکا رقبہ برابر اوس مستطیل کے ہی جو ۱۸ فیٹ لنبا اور ۶۰ ¾ انچ چوڑا ہی

(۳۵) ایک قائم الزاویہ کھیت ۳۰۰ گز لنبا اور ۲۰۰ گز چوڑا ہی اوسمین ایک کونہ سے دوسرے کونہ تک فاصلہ دریافت کرو اگر اوسکے اندر ۳ گز چوڑا گھیرا درختونکے لیئے بنایا جائے تو کتنی جگہہ باقی رہیگی۔

(۳۶) ایک قائم الزاویہ صحن ۹۶ فیٹ لنبا اور ۴۸ فیٹ چوڑا ہی اور اوسمین چار کیاریان گھاس کی ہین اور ہر کیاری ۲۲ ½ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی ہی تو بتاؤ باقی صحن کا فرش ۸ ½ گز کے حساب سے کتنے روپے مین ہوگا۔

(۳۷) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا اور ۱۵ فیٹ بلند ہی تو دیوارون پر ۴ ½ فیٹ عرض کا اور ۴ ½ آنہ گز کا کاغذ کتنے روپیہ کا لگے گا۔

اور اوس کمرہ مین بھی خرچ کاغذ منڈھنے کا بتاؤ جسکا طول عرض ارتفاع پہلی کمرہ کے طول عرض ارتفاع سے دوچند ہے مگر کاغذ عرض اور قیمت مین بہ نسبت پہلی کاغذ کے عرض اور قیمت کے نصف ہے

(۳۸) ایک کمرہ کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہے اور طول عرض سے دوچند ہے اوسمین ۱۶۵ گز کاغذ ۲ فیٹ عرض کا چارون دیوارون مین لگا ہو تو بتاؤ اوسمین فرش کتنا لگے گا

(۳۹) مثلث کی اضلاع ۲۵، ۳۹، ۵۶ فیٹ ہین اوسکی ایک راس سے سب سے بڑے ضلع پر عمود نکالا گیا ہے تو جو دو مثلث اس عمود سے پیدا ہوتے ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۴۰) کہیت ا ب س د کا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ اور اوسکے اندر بہ تفصیل ذیل طول پیمایش گزیون مین ہوئی ہین

ب سے عمود ب م کا اوس پر = ۴۰۰

د سے عمودون کا اوس پر = ۸۱۶

اس = ۱۲۲۰ اور ام = ۵۳۲ اور ان = ۴۸۶

(۴۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ ہے اور اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اوسکا طول دریافت کرو

(۴۲) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۵ انچ لمبا ہے اوسکا کیا عرض کہین کہ ۱۲ مربع گز رقبہ اوسکا ہو

(۴۳) مستطیل کا رقبہ ۳۰۲ فیٹ ۳۲ $\frac{۵}{۹}$ مربع انچ اور ایک ضلع ۲۰ فیٹ ۵ $\frac{۱}{۲}$ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۴۴) ایک مستطیل ۲۰۹ گز لمبا اور ۳۰۳ گز چوڑا ہے اوسکے رقبہ کے برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۴۵) زمین کا ایک قائم الزاویہ قطعہ ۲۰۵ فیٹ ۶ انچ لمبا اور ۱۵۷ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور قیمت اوسکے ۱۴ روپیہ ۱۰ $\frac{۲}{۶}$ پائی ہے تو بتاؤ اوسکے مثلث متشابہ قطعہ ۲۰۲ فیٹ ۹ انچ لمبا اور ۱۵۰ فیٹ چوڑا کس قیمت کا ہوگا۔

(۴۶) ایک بازار نصف میل لمبا اور ۴۰ فیٹ چوڑا ہے اوسکے فرش کی لاگت ۷ $\frac{۱}{۲}$ آنہ

مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۴۷) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ ۶ انچ لمبا ۱۵ فیٹ ۶ انچ چوڑا ۱۶ فیٹ بلند ہے اور اوسکے دیوارون مین دو دروازے ہین ہر ایک ۶ فیٹ سے ۳ فیٹ ۹ انچ ہے اور ایک بڑا دروازہ ۵ فیٹ سے ۷ فیٹ ہے اور دو اور دروازے ہین ہر ایک ۵ فیٹ سے ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ ۸ انچ سے ۴ فیٹ کا ایک آتش دان ہے، تو ان سب کو دیوارون مین سے منہا دیکر ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۶½ آنہ گز کا اوسکی دیوارون مین کتنا لگے گا۔

(۴۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چند ہے اور ۸ گز کا فرش اوسمین ۶ روپیہ ۱۰ آنہ ۸ پائی کا لگا اور اوسکی دیوارون کی سفیدی مین ۹ پائی گز کے حساب سے ۳ روپیہ ۴ آنہ ۶ پائی صرف ہوئے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو

(۴۹) $\overline{ا ب س د}$ چار ضلع کی شکل ہے اور $\overline{ب س}$ متوازی $\overline{ا د}$ کا ہے اور اب = ب س = س د = ۲۵ فیٹ اور اد = ۲۳ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۰) دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے اوسکے اندر جو مربع بنایا جائے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۱) ایک مخروط مضلع ناقص کے ایک سرے اضلاع ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین اور دوسرے سر کا بڑا ضلع ۵ انچ ہے دوسرے سر کی اضلاع دریافت کرو

(۵۲) قائم الزاویہ صحن ۴۰ فیٹ سے ۲۴ فیٹ ہے اوسکی فرش کا خرچ ۲۴ روپیہ ہے دوسرے قائم الزاویہ صحن کا خرچ تبلاؤ جو ۶۰ فیٹ سے ۳۲ فیٹ ہے

(۵۳) قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۰۰۵ مربع فیٹ ۷۰ ۹/۱۶ مربع انچ ہے اور ایک ضلع ۸۱ فیٹ ۹½ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۵۴) مان لو کہ تین ہیکٹر مین ۱۰۸۰۵ ۳ مربع گز ہین اور ایک ہیکٹر ۱۰۰۰۰ مربع میٹر تو طول میٹر کا گزون کے رقمون مین دریافت کرو

(۵۵) ۱۳½ فیٹ طول اور ۱۰ انچ عرض کی تختی ۴۸ گز لمبی اور ۱۲ گز چوڑی چبوترہ

پر کتنی بچھینگے اور اگر ۵½ آنہ مربع فٹ کی لکڑی ہو تو کتنا روپیہ اوسمین خرچ ہوگا

(۵۶) ایک کمرہ ۱۰ فیٹ ۹ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین ہی ایک فرش اوسکا ¾ گز عرض کی ٹاٹ کا اور ۴ر۶ پائی گز کا بنایا جاے اور دوسرا فرش ⅞ گز عرض اور ۳ر۹ پائی گز گاڑہے کا بنایا جاے تو بتاؤ دونون فرشون کی قیمت مین کیا فرق ہوگا

(۵۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۹ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند ہی اور اوس مین دو دروازے ۵ فیٹ سے ۴ فیٹ ہین اور ۳ کھڑکیان ہین اور ہر ایک ۶ فٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ ہی تو اوسکی دیوارون پر ۱۵¾ انچ لنبے اور ۲¾ انچ چوڑے ڈاک کے ٹکٹ کتنے لگینگے دروازے مستثنی ہین۔

(۵۸) ایک شخص پاس تکھونٹا باغ ہی اور اوسکے قاعدے مین ۲۰۰ گز ہین وہ قاعدہ کے متوازی جھاڑی لگاکر اوسکے دو برابر حصے کرنا چاہتا ہی تو جھاڑی کا طول دریافت کرو

(۵۹) اس دعوی کو مثالون سے ثابت کرو کہ اگر دو دائرے متحد المرکز ہون تو اونکے درمیانی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے ہوتا ہی جسکا قطر برابر اوس وتر بیرونی کے ہی جو دائرہ اندرونی کو مس کرتا ہی۔

(۶۰) ایک مدور صحن ۳۰ فیٹ قطر کا ہی اور اوسکا فرش ۲ر۳ پائی فٹ کے حساب سے کیا گیا مگر مرکز پر اوسکے ایک مسدس منتظم کی جگہہ چھوڑ دی گئی ہی اور اس مسدس کا ہر ایک ضلع ۲ فیٹ ہی تو بتاؤ فرش مین کیا لاگت لگے گی۔

(۶۱) ایک دیوار ۱۲۰ اینٹ لنبی اور ۱۵ اینٹ بلند اور ۱۲ اینٹ آنار کی ہی تو بتاؤ اوسمین کتنی اینٹین لگینگی

(۶۲) ایک مجسم کا طول ۲ گز عرض ۱½ گز اور حجامت ایک مکعب گز ۶ مکعب فٹ ۱۲۹۶ مکعب انچ ہی اس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۶۳) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہی اوسمین بارش کے سبب سے ۲ فٹ گہرا پانی چڑہگیا تو بتاؤ یہ پانی وزن مین کتنا ہوگا اور ایک مکعب پانی کا وزن

۱۳۱ لم سیر ہی۔

(۶۴) سونا ایسا کوٹا جاے کہ ایک گرین سونے کا ورق ۵۶ مربع انچ کا بنجاے تو بتاؤ کتنے ایسے ورق اوپر تلے رکہین کہ ایک انچ کا دَل بنجاے اور ایک مکعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ ہنڈریڈ ویٹ ۹۵ پونڈ ہی

(۶۵) ایک مکعب مین ۰۰۰،۲۷،۳ مکعب گز ہین تو بتاؤ اوسکے کنارہ مین کتنے طولانی فیٹ ہین۔

(۶۶) ایک ظرف چارون طرف سے بند ایک انچ موٹی دہات کا بنا ہوا ہی اور اوسکی امتداد بیرونی ۶ فیٹ ۳ انچ اور ۲ فیٹ ۵ انچ اور ۴ فیٹ ۳ انچ ہین اور وزن ۲ ہنڈریڈ ویٹ ۲ کارٹر ۷ پونڈ ہی تو بتاؤ اگر یہ ظرف ٹہوس ہوتا اور اندر سے خالی نہوتا تو کیا وزن اوسکا ہوتا۔

(۶۷) ایک سنگ سرخ کا چٹان ۱۱۵ فیٹ لنبا اور سطح متفاصل کا اوسط ۱۱۳ مربع فیٹ ہی اگر اوسکا ایک چوکہوٹہ مینار بناوین تو ایک تہائی چٹان کا حجم ضائع ہوتا ہی اور اوسکا وزن ۶۳۹ ٹن کا ہو جاتا ہی تو ایسے مینار کے حجم مین مکعب فٹ اور ایک مکعب فٹ سنگ سرخ کا وزن بتاؤ

(۶۸) ایک گول میز کے تختہ کا ۷ فیٹ قطر ہی اور ایک انچ موٹا ہی تو بتاؤ کتنے مکعب فٹ لکڑی اوسمین ہی اور اوسکی خراد کرائی ۲ر فی فٹ کے حساب سے کتنے روپیہ مین ہوگی۔

(۶۹) ایک نل چمڑے کا ۴۰ فیٹ لنبا اور ۲ انچ سوراخ کا ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے گیلن پانی سمائیگا۔

(۷۰) ناقص مخروط مضلع کے سرے قائم الزاویہ ہین اور ایک سرے مین اضلاع محیط زاویہ قائمہ کے ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور دوسرے ضلع کا سب سے چھوٹا ضلع ۸ فیٹ ہی اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۷ فیٹ ہی حجم اوسکا دریافت کرو

(۷۱) اینٹ کا طول عرض موٹائی ۹ و ۴½ و ۳ انچ ہی تو بتاؤ کہ ۲۰ و ۸ و ۱½ فیٹ کے طول عرض آثار کی دیوار مین کتنی اینٹین لگینگی۔

(۷۲) ایک مجسم کا دَل ایک فٹ ہی اور عرض ۱۸ انچ اور جسامت ۳ مکعب فٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہی اوس مجسم کا طول دریافت کرو۔

(۷۳) ایک صندوق ۴ فیٹ طول مین ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین اور ایک فٹ ۶ انچ عمق مین ہے

اور اوسمین ۲۵۰ کتابین رکھی گئی ہین اور ہر یک کتاب ۸ انچ لمبی اور ۵ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی ہے تو بتاؤ ۶ انچ لمبی اور ۳ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی کتابین اوس صندوق مین کتنی اور سمائین گے

(۷۴) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ مین ۹۵۰ فیٹ ۲۱۶ انچ ہین اور اوسکا قاعدہ ۲۶ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۷۵) مکعب کی جسامت ۴۸۰۵۰۴۶۰۰۰۰۹۰۱ مکعب انچ ہے اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۷۶) مکعب کے سطح مین ۶۶۰۳۰۹۳ مربع فیٹ ہین تو اوسکی کنارہ کا طول اور جسامت دریافت کرو

(۷۷) مخروط مستدیر کا ارتفاع ایک گز ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۷۸) بیلن لوہی کا ہے اور ایک انچ موٹا ہی اور طول اوسکا ۳۰ انچ ہے اور قطر اندر کے سطح کا ۲۰ انچ ہے وزن اوسکا دریافت کرو اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ لوہی کا وزن ۵۶۲ء۴ اونس ہے

(۷۹) ایک برج کہ ہر طرف ۱۲ فیٹ ہے اور اوسکی چہت چپٹی ہے اور سیسہ کی چادر اوسپر بچھائی گئی ہے جسکی قیمت ۶ پنس مربع فٹ ہے اور ایک مخروطی چہت ہے جسکا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اور سلیٹون سے پٹی ہے اور ۱۸ شلنگ ۹ پنس فی صد سلیٹ کی قیمت ہے اور اوسمین سے ہر ایک کے سطح ۱۲ انچ سے ۹ انچ ہے ہر صورت مین چہت کی قیمت دریافت کرو

(۸۰) دو مجسم متشابہ ہین اور اونمین سے ایک کی سطح چہارچند دوسرے کی سطح سے ہے تو اونکے حجمون مین نسبت دریافت کرو

(۸۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی متصل کنارے ۲۴۶۰۵ و ۹۰۸ انچ ہین تو اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اس مجسم کے ہو

(۸۲) ایک دریا ۳۰ فیٹ عمیق اور ۲۰۰ گز عریض ہے اوسمین ۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے پانی چلتا ہی تو بتاؤ اوسکا پانی کتنی ٹن سمندر مین ایک منٹ کی اندر گرتا ہی۔

(۸۳) مکعب کی جسامت مین ۵۰۴۳۲۶۷۵ مکعب فیٹ ہین اوسکے کنارہ مین تعداد انچون کی دریافت کرو

(۸۴) ایک ظرف ایسا ہے کہ اوسکا حجم برابر اون مکعبون کے حجم کے ہے جنکی کناری ۱۰ انچ اور ۲ انچ ہین اور اوسکے قاعدہ کا رقبہ برابر دو مربعون کے تفاوت کے ہے جنکے اضلاع ۱½ و ۱¼ فیٹ ہین ظرف کا عمق دریافت کرو

(۸۵) ظرف فلزات کی قیمت ۳ پونڈ ۱۰ شلنگ ۴ پنس فی مکعب انچ کے حساب سے ۱۲۰۶ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پنس ہے ½ پنس فی مربع انچ کے حساب سے اوسکے گلٹ کرائی کیا ہوگی

(۸۶) اگر سونا کوٹ کر ایسا پتلا بنایا جا کہ ایک گرین کا ورق ۵۶ مربع انچ ہو تو بتاؤ کتنے یہ ورق سونے کے ملکر موٹائی مین برابر اوس کاغذ کے ہونگے جسکے ۵۰۰ تختون کی کتاب ایک انچ موٹی ضخامت مین ہے اور سونے کا وزن ۱۲۱۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہے۔

(۸۷) نصف کرہ کی شکل کا برتن ہے اور اوسکا قطر ۵ فیٹ ہے اور اوسکا ظرف ۱۲۰۰ گنا ایک اور برتن سے ہے جسکے صورت اسطوانہ کی سی ہے اور اوسکا عمق ۱ فٹ ۶ انچ ہے اس ظرف کا قطر دریافت کرو

(۸۸) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۳ اور ۴ انچ طول مین ہین وہ بڑے ضلع کی گرد حرکت کرکے جو مخروط ستدیر پیدا کریگا اوسکا حجم اور کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۸۹) مخروط مضلع ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور نیچے کا سر مستطیل ہے اور وہ ۱۹ انچ سے ۱۲ انچ ہے اور اوپر کا سرا مستطیل ہے جسکا بڑا ضلع ۸ انچ ہے اس ناقص مخروط کا حجم دریافت کرو

(۹۰) کرہ کی سطح کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہے کرہ کا حجم دریافت کرو

(۹۱) ایک لٹھہ ۲۰ فیٹ ۴ انچ لمبا ہی اور ۱ فٹ ۱۰ انچ چوڑا ہے اور ۱ فٹ ۶ انچ موٹا ہے تو بتاؤ ایک انچ موٹا تختے کتنے پھلاؤ کے کٹینگے

(۹۲) حمام کا حوض ۶ فیٹ لمبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۱ فٹ ۹ انچ گہرا ہے اوسمین کسقدر پانی وزن مین سماتا ہوگا۔

(۹۳) مکعب کا حجم ۲۹۱۷۰۰۱۰۷۴۲۳۲۳۴۳۴۳ مکعب انچ ہی اوسکا ضلع دریافت کرو

(۹۴) ایک صندوق کا طول عرض اور عمق ۲ فٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۴ انچ ہی اوسمین ۴ ½ انچ کنارہ کی مکعب کتنے سمائینگے۔

(۹۵) ایک مکان ۱۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہی اور اوسمین تختون کا فرش بچھا ہوا ہی اور تختہ کا دل آدہ انچ کا ہی اور ہر ایک تختہ ۸ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ لنبا ہی تو ایسے تختے کتنے فرش مین لگے ہوئے ہونگے اور اگر ایک مکعب انچ کا وزن نصف اونس ہو تو کل فرش کے تختون کا وزن کیا ہوگا۔

(۹۶) کمرہ مکعب کی شکل کا ہی اور اوسمین ۴۶۶۵۶ مکعب فیٹ کا سماؤ ہی تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۲۷ انچ عرض اور ۴ ر ۶ پائی گز کا فرش کتنا لگے گا

(۹۷) ایک مخروطی چہت ۱۶ فیٹ بلند ہی اور قاعدہ اوسکا مربع ہی اور ہر ایک قاعدہ کا ضلع ۲۴ فٹ ہی اور اوسپر ۱/۱۶ انچ موٹی چادرین سیسہ کی لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنا سیسہ اوسمین لگا ہوا ہی اور یہ مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۶ اونس ہی۔

اگر سیسہ کو اوتار لین اور اوسکی گولی ایسی صورت کی بنائین کہ اوسکی شکل اسطوانہ کی سی ہو اور ½ انچ لنبا اور ۱/۱۱ انچ قطر ہو اور ایک سر پر اوسکے اسی قطر کا مخروط مستدیر ہو اور [illegible] انچ بلند ہو تو بتاؤ کتنی گولیان اوسکی ایسی بنین گی۔

(۹۸) ایک توپ کا گول گولا ۹ انچ قطر کا گلایا گیا اور مخروط مستدیر کے قالب مین ڈہالا گیا اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۱۸ انچ ہی مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۹۹) ایک اسطوانہ ۲۴ فیٹ لنبا ہی اوسکا قطر ۴ فیٹ ہی اور اوسکے سرون پر نصف کرہ چسپان کیے گیے ہین تو کل سطح کا رقبہ دریافت کرو۔

(۱۰۰) ٹین کی ایک کیف ہی اور اوسکے دو حصے ہین ایک حصہ مخروط مستدیر ہی اور ارتفاع مائل ۶ انچ ہی اور ایک سر کا محیط ۲۰ انچ ہی اور دوسرا سرا ۱ ½ انچ ہی اور دوسرا حصہ اسطوانہ ہی جسکا محیط ۱ ½ انچ ہے

اور طول ۹ انچ ہی تو بتاؤ کتنے مربع انچ ٹین اس کیف مین لگا ہوگا

(۱۰۱) ایک مکعب کا کنارہ ۲۲۰ انچ ہی اوسمین سے ۲ $\frac{۳}{۴}$ انچ کنارہ کے مکعب کتنے کٹینگے

(۱۰۲) ایک کمرہ کا عرض دو تہائی اوسکے طول سے ہی اور تین نصف اوسکے ارتفاع سے ہی اور ظرف کمرہ کا ۲۳۳۸۵ مکعب فیٹ ہی تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۰۳) ایک مکعب کا حجم ۲۳۳۶۷۵۳۸۵۹ مکعب انچ ہی اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(۱۰۴) ایک مجسم کی جسامت ۳۰ $\frac{۳}{۸}$ مکعب فیٹ ہی اور دوسرے مجسم کی ۴ $\frac{۱}{۲}$ مکعب گز تو بتاؤ دوسرا مجسم کونسا اضعاف پہلی مجسم کا ہی۔

(۱۰۵) ایک پل ۱۷ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہی اور دریار اوسکی نیچے سے ۱۰ فیٹ ۱۱ انچ گہری جاتی ہی اور اوسکے رفتار ۴٫۰ میل فی گھنٹہ ہی تو بتاؤ اس پل کے نیچے سے ۱۰ منٹ مین کتنا پانی جایگا۔

(۱۰۶) ایک مکعب انچ دہات کا اتنا بڑہایا گیا ہی کہ ہر ایک رخ اوسکا ۱٫۰۲۰۱ رقبہ مین بڑہگیا ہی تو بتاؤ اوسکا حجم کتنا بڑہا

(۱۰۷) کرہ اور مکعب کی سطحین آپسمین برابر ہین تو ثابت کرو کہ حجم کرہ کا ۱٫۳۸۲۰ گنا مکعب کے حجم سے ہی۔

(۱۰۸) کرہ اور اسطوانہ مستدیر کی سطحین آپسمین برابر ہین اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہی تو ثابت کرو کہ کرہ کا حجم ۱٫۲۲۴ گنا اسطوانہ کے حجم سے ہی۔

(۱۰۹) ایک کرہ اور مکعب کا ایک ہی حجم ہی ثابت کرو کہ سطح مکعب کی ۱٫۲۴۰ گنا کرہ کی سطح سے ہی۔

(۱۱۰) ایک کرہ اور اسطوانہ مستدیر کا ایک ہی حجم ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر سے دوچند ہی تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی سطح ۱٫۱۴۴ گنی کرہ کے سطح سے ہی۔

(۱۱۱) ایک ظرف کا طول عرض عمق ۵ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ اور ۱ فٹ ۲ انچ ہی تو بتاؤ اوسمین پانی کا وزن کیا ہوگا اور اس وزن کو ایک سیر کے قریب تک نکالو۔

(۱۱۲) ایک قطعہ زمین ۳ ایکر ۳ روڈ ہی اوسپر ۴ فیٹ ۶ انچ اونچی بجری بچھی ہوئی ہی تو بتاؤ بجری ۶ر مکعب گز کے حساب سے کتنے کی بچھی ہوگی۔

(۱۱۳) ایک مکعب کا حجم ۵ مکعب فیٹ ۱۶۱ مکعب انچ ہے اوسکے قطر کا طول دریافت کرو

(۱۱۴) اینٹ ۹ انچ لنبی ۴ ۱/۲ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی ہے اور ۵ سیر اوسکا وزن ہے تو بتاؤ جو چبوترہ اینٹون کا ۱۰ فیٹ بلند ۶ فیٹ چوڑا اور ۳ فیٹ آثار کا بنا ہوا ہو اوسکا وزن کیا ہوگا

(۱۱۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور باقی اطراف اوسکے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور ہر ایک کنارہ ۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۶) قاعدہ اسطوانہ کا قطر ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۷) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ہے اور ۱۶ فیٹ چوڑی اوپر کیطرف اور ۱۲ فیٹ چوڑی نیچے تہ پر ہے اگر اوسمین آدہا پانی بھرا ہوا ہو تو پانی کا عمق بتاؤ کیا ہوگا

(۱۱۸) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سر کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۲ انچ اور ارتفاع ۵ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۹) اگر لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کے وزن مین ۹ پونڈ ہے تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر بیرونی اور اندرونی ۱۰ انچ اور ۳ انچ ہے

(۱۲۰) مخروط مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۳۲ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع اوس سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے اوس مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۲۱) ایک مجسم متوازی السطوح کے قاعدہ کا رقبہ ایک مربع گز ہے اور ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۲۲) قطعہ زمین ۲۰۰ ایکر کا ہے اور کل اوسمین ۵ فیٹ موٹی تہین کوئلہ کی جمی ہوئی ہین اور ایک ٹن کوئلہ کی قیمت ۱۲ شلنگ ہے اور ایک مکعب گز کوئلہ وزن مین ایک ٹن ہوتا ہے تو اس تمام کوئلہ کی قیمت دریافت کرو

(۱۲۳) ایک طباق پیتل کا ۵ فیٹ لنبا ۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ۱ ۱/۸ انچ موٹا ہے اوسمین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۱۲۴) جنوبی ویلز مین کوئلہ کے میدان کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع میل ہے اور اوسط کوئلہ کی موٹائی کا

۱۰ فیٹ ہی اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور گریٹ برٹن مین صرف کوئلہ کا سالیانہ ...... ٹن ہو تو بتاؤ اگر یہی خرچ سالیانہ رہے تو تمام گریٹ برٹن کو اس میدان کا کوئلہ کتنے برسون کے واسطے کافی ہوگا

(۱۲) ایک مخروط مضلع کے دو ٹکڑے قاعدہ کے متوازی سطح سے ہوئی ہین اور یہہ سطح قاعدے اور راس کے درمیان مین وسط مین گذرتی ہے تو ثابت کرو کہ ایک حصہ ست گنا دوسرے حصہ سے ہے

(۱۲) ایک اسطوانہ کا قطر ۶ فیٹ ہے اور اوسکا حجم ۴ ۵ ۸ ، ۶ مکعب فیٹ تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا ہوگا +

(۱۲) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی استداد ۸ فیٹ سے ۶ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سے ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۴ فیٹ اس مجسم کا حجم دریافت کرو +

(۱۲) ایک مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی اور دونو سرون کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ہین اور مخروط ناقص دو حصون مین قاعدہ کے متوازی سطح سے تقسیم ہوا ہے اور اس سطح کا فاصلہ چھوٹے سرے سے ۴ ۸ ۸ ، ۳ فیٹ کا ہے تو ثابت کرو کہ دونو حصون کے حجم آپسمین برابر ہین

(۱۲) ایک ٹھوس گولی ۳ انچ نصف قطر کی ہے اور کسی خاص چیز کی بنائی گئی ہے اور اوسکا وزن ۲ پونڈ ہی تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر اندرونی ۸ انچ ہے اور بیرونی ۱۰ انچ

(۱۲) ایک گولی کے دائرۂ عظیم کا محیط ۸۰ ، ۷ ، ۵ ۱ فیٹ ہی کل گولی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) ایک پتھر کی دیوار ۱۰ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اور ۲ فیٹ ۳ انچ آثار کی چٹان سے پتھر نکال کر اس دیوار مین لگائی گئی ہین وہان غار ۳۰ فیٹ لنبا ۲۸ فیٹ چوڑا ۱۸ فیٹ گہرا ہے تو دیوار کا طول دریافت کرو

(۱۳) ایک ظرف کا طول عمق عرض ۵ فیٹ ۴ فیٹ ۳ فیٹ ہے جب اس ظرف مین پانی بھرا ہو تو وہ ایک نل کے ذریعہ سے ڈیڑھ گھنٹہ مین خالی ہوگیا تو بتاؤ اس نل مین

ایک منٹ مین کتنا پانی گذرتا ہی

(۱۳۳) ۱۰۰ تختے ہین اور ہر ایک تختہ ۱۵ فیٹ لنبا اور ۱۰ انچ چوڑا اور ۱½ انچ موٹا ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے مکعب فیٹ ڈیل کی لکڑی لگی ہوئی ہی۔

(۱۳۴) ۴ ایکر کا تالاب ہی اوسپر برابر ۶ انچ موٹی برف جم گئی ہی اگر ایک مکعب فٹ برف کا وزن ۹۲ ۸ اونس ہو تو اوس تالاب کی برف کا وزن ٹن مین دریافت کرو۔

(۱۳۵) فرض کرو کہ کوئلہ جتنا گریٹ برٹن مین صرف ہوتا ہی اوسکا ایک مینار مربع قاعدہ پر بنایا گیا اور یہ قاعدہ مینار مصر کے قاعدہ کے برابر ہو تو اوسکا ارتفاع کیا ہوگا ۲۵ فصل کی ۱۴ مثال اور امثلہ متفرقہ کی ۱۲۴ مثال دیکھو

(۱۳۶) ایک خندق ۸ فٹ گہری ۱۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۰ فیٹ چوڑی تہ پر کھودی گئی اور مٹی نکال کر خندق کے کنارے پر ڈالی گئی اور اوس سے ایک کنارہ سلامی کا بنایا گیا اور یہ کنارہ ایک ہی زاویہ افق کے ساتھ بناتا ہی اور ارتفاع کنارہ کا تین چوتھائی قاعدہ کا ہی تو کنارہ کا ارتفاع دریافت کرو۔

(۱۳۷) اوس اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جسکا ارتفاع ۴۰ فیٹ اور نصف قطر ۸ فیٹ ہی۔

(۱۳۸) ایک ڈول مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہی اور اوسکی تہ کا قطر ۱ فٹ ہی اور اوپر کا قطر ۱ فٹ ۳ انچ ہی اور عمق ۱ فٹ ۶ انچ تو بتاؤ جب ڈول پانی سے بہرا ہو تو وہ خالی ڈول کی نسبت وزن مین کتنے پونڈ کے قریب ہوگا۔

(۱۳۹) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ۱ پونڈ ہو تو جس خالی گولہ مین ۱۱ پونڈ بارود سماتی ہو اوسکا قطر دریافت کرو۔

(۱۴۰) ایک منطقہ کرہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ اور قطر کرہ ۶½ فیٹ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴۱) ایک کہیت مین ایک ایکر ۲ روڈ ۱۶ پول ہین اگر اس کہیت کی زمین کو ۱۸ انچ اونچا اوٹہانا چاہین تو کتنے مکعب فٹ مٹی اوسپر ڈالین۔

(۱۴۲) ایک مکعب انچ سونے کے ورق کوٹ کر ایسے بنائے کہ وہ ۲ مربع فیٹ پر چسپاں ہو سکتے ہین تو بتاؤ ورق کتنا موٹا ہوگا۔

(۱۴۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۸ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۸ انچ بلند ہی تو اوس کمرہ مین کتنے مکعب فیٹ ہوا سمائیگی۔

(۱۴۴) ایک مکان بنانے کے واسطے بنیاد ۴۰ فیٹ لنبی ۳۰ فیٹ چوڑی گہری کھودی گئی ہی اور نصف ایکڑ زمین پر یہ مٹی کھود کر یکساں پہیلائی گئی تو بتاؤ یہ زمین کتنی اونچی ہوجائیگی اور یہ مان لو کہ مٹی کھودنے سے حجم مین ۱/۱۰ انچ بڑہجاتی ہی۔

(۱۴۵) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہی جسکا ہر ایک ضلع ۱۰ انچ ہی اس مخروط کی جسامت دریافت کرو۔

(۱۴۶) ایک مکعب انچ دہات ہی اوسکا تار ۰۸. انچ قطر کا کھینچا گیا ہی تو بتاؤ اوسکا کتنا طول ہوگا

(۱۴۷) دو برابر تختے ہین اور ہر ایک تختہ ۵ انچ چوڑا ہی اوسکے لنبے کنارون کو جوڑکر ایک میزاب بنایا گیا ہی اور اوس میزاب کا عرض زیادہ سے زیادہ ۸ انچ ہی پس اگر وہ ۴ گز لنبا ہو تو کتنے مکعب انچ اوسمین آئینگے۔

(۱۴۸) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۴ انچ اور ۵ انچ ہین اور ارتفاع مخروط کا ۳ انچ ہی کل مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۴۹) ایک گولی کا قطر ۴ء۴ انچ ہو اور وزن ۱۲ پونڈ تو بتاؤ جس گولی کا قطر ۹۶ء۳ انچ ہو اوسکا وزن کیا ہوگا۔

(۱۵۰) ایک اسطوانہ مستدیر کی سطح کا رقبہ ۶۰۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲۵ انچ ہو تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(۱۵۱) ایک قائم الزاویہ کہیت ۴۰ء۴ گز لنبا اور ۵ء۳ گز چوڑا ہی اوسکا رقبہ ایکڑ مین دریافت کرو اور اوسکے اون حصونکے رقبے بہی دریافت کرو جو ایک ضلع کے نقطہ وسط اور کسی ایک مقابل کے زاویہ مین

ملانے سے پیدا ہون

(۱۵۲) ایک کمرہ کی دیوارین ۱۲ فیٹ لمبی اور ۱۵ فیٹ ۹ انچ چوڑی اور ۱۱ فیٹ ۸ انچ بلند ہین اور ۹ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پنس کے اوپر رنگت کی گئی تو بتاؤ اسی حساب سے چھت کی رنگوائی مین اور کیا خرچ ہوگا

(۱۵۳) ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعون مین ہر ایک ۸ فیٹ ۹ انچ لمبا اور باقی دو ضلعون مین ہر ایک ۶ فیٹ ۴ انچ لمبا ہے اور قطر ۱۱ فیٹ ۶ انچ لمبا ہے اس بات کو دریافت کرو کہ متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے یا نہین

(۱۵۴) محیط دائرہ کی ایک نقطہ سے دو وتر زاویے قائمے بناتی ہوئی کھینچی گئی ہین اور اونکے طول ۱۳ اور ۱۰ انچ ہین دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵۵) یورک شیر کے کوئلہ کی کان کا رقبہ ۹۳۰ مربع میل ہے اور اوسط کوئلہ کے دل کا ۵ فیٹ ہے اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور انگلستان مین ۰۰۰۰۰۰۰ ٹن کوئلہ کا خرچ سالیانہ ہو تو بتاؤ کتنی برس تک اگر اسی طرح کوئلہ خرچ ہوا کرے تو اسی کوئلہ کی کان سے خرچ گریٹ برٹن کا چل جائیگا

(۱۵۶) انگلستان مین جتنا کوئلہ ایک سال مین صرف ہوتا ہے اگر اوسکا چبوترہ ۱۰ ایکر کے مستطیل پر لگایا جائے تو بتاؤ اسکا ارتفاع کتنے گز کے قریب ہوگا

(۱۵۷) ایک مکعب فٹ سونے کے ورق ایسے کوٹے گئے کہ وہ ۹ ایکر پر پھیلتے ہین تو موٹائی ورق کی انچ کے اعشاریہ مین دریافت کرو اور وہان تک اعشاریہ نکالو کہ اوسمین دو ہندسے ایسے ہون کہ اونسے کچھ مفہوم ہوتا ہو

(۱۵۸) ایک مکعب فٹ مین تعداد گیلن کی تین مرتبے کے اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۵۹) ایک مکعب انچ پیتل کا تار کھینچا گیا ہے اور $\frac{1}{25}$ انچ قطر اوسکا ہے تو بتاؤ تار کتنی انچ کے قریب ہوگا

(۱۶۰) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۳ انچ اور ۴ انچ ہین اگر وتر کے گرد یہ مثلث چکر

دکھائی تو جو دو مخروط پیدا ہونگے اونکا حجم دریافت کرو

(۱۶۱) ایک ظرف شیشہ کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ارتفاع قاعدہ کے ضلع سے نصف ہے اور اوسپر کچھہ ڈہکنا نہین ہے اور ظرف کی قیمت ۱۵ روپیہ ۱۰ مربع گز ۲/۱ روپیہ مربع گز کے حساب سے ہی تو بتاؤ کتنی گیلن اوس ظرف مین پانی آئیگا +

(۱۶۲) فرض کرو کہ ایک مکعب فٹ پیتل کا وزن ۵۰۰۰ اونس ہوتا ہے اوسکی ایک گز تار کا وزن جسکی موٹائی ۱/۴ انچ ہے کیا ہوگا

(۱۶۳) مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۵ اور ۱۲ انچ طول مین ہین وتر پر دورہ حرکت کرکے جو دو ہرے مخروط پیدا کرے اونکا حجم اور سطح دریافت کرو

(۱۶۴) دو کرون کے وزنون مین نسبت ۹ اور ۲۵ کی ہے اور جس چیز کی وہ بنی ہوئی ہین اونکے وزنون مین نسبت ۵ اور ۹ کی ہے تو بتاؤ اونکے قطرون مین کیا نسبت ہے +

(۱۶۵) ایک تار سونے کا ۰۱، انچ موٹا ہے اوسکا چھلا بنایا گیا ہے جسکا قطر اندرونی ایک انچ ہے اب اس چھلے کا اندر جو سطح واقع ہے اوسپر اوس قدر سونے کا گلٹ کیا ہے جسقدر کہ خود چھلا وزن مین ہے تو بتاؤ گلٹ کا دل کیا ہے

(۱۶۶) مخروط مستدیر اور نصف کرہ سے ترکیب پاکر ایک مجسم بنا ہے اور یہ نصف کرہ قاعدہ مدور مخروط پر لگایا گیا ہے اور اوسکا قطر ۲ فیٹ ہی اور زاویہ راس مخروط مستدیر کا قائمہ ہے اب اس مجسم کو پانی سے بہری ہوئی اسطوانہ مین ڈبویا اور اس اسطوانہ کی بہی تراش مدور کا قطر ۲۵ فیٹ ہے اب جس مجسم کو ڈبویا ہے اوسکی یہ کیفیت ہی کہ اوسمین راس مخروط مستدیر کا قاعدہ اسطوانہ کے مرکز پر منطبق ہے اور سب سے اونچا حصہ نصف کرہ کا سطح آب سے ملا ہوا ہے تو بتاؤ اسطوانہ مین کسقدر پانی باقی رہا

(۱۶۷) ایک نصف کرہ کی شکل کا گولہ ۶ فیٹ قطر کا کچھہ نہ مین مین گڑا ہے اور اوسکا منہ نیچے کی طرف ہی اور رافقی المقام ہے اور زمین کے اوپر اوسکا ایک تہائی حصہ دکھائی

دیتا ہی تو بتاؤ کتنی زمین کھودین کہ وہ بالکل زمین سے نکل آئے اور مٹی سے اسطوانہ کی شکل دیوار اوسکے گرد بنجاے۔

(۱۶۸) مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی اور چھوٹے سرے کا نصف قطر ۲ فٹ ہی اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی تو بتاؤ قاعدہ کے متوازی سطح کس مقام سے کھنچین کہ وہ دو برابر حصوںمین تقسیم ہو جاے اور ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۶۹) ایک گنبد کا محیط ۲۳ انچ ہی تو بتاؤ اوسکے غلاف مین کتنے انچ کے قریب چمڑہ لگیگا۔

(۱۷۰) حجم پیپہ کا گیلن مین دریافت کرو طول اوسکا ۵ء۴۷ انچ اور قطر متوسط ۶ء۲۸ اور قطر راس ۵ء۲۶ انچ

(۱۷۱) مثلث متساوی الاضلاع کی شکل کا رقبہ ہی اوسکا فرش ۹ پائی فٹ کے حساب سے ہوا ہی اور اوسکے گرد مینڈ بندی ۵ ر فٹ کے حساب سے ہوئی ہی تو ثابت کرو کہ فرش کی لاگت کو مینڈ بندی کی لاگت سے وہ نسبت ہی جو ۰۸۰ء کو ضلع کے سہ چند فٹون کی تعداد سے۔

(۱۷۲) اوس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جسکے فرش مین ۹ پائی فٹ کے حساب سے اوتنا ہی خرچ ہوا ہو جتنا ۵ ر فٹ کے حساب سے اوسکے اضلاع پر مینڈ بندی مین ہوا ہی۔

(۱۷۳) کسی خاص مربع سے ایک مستطیل ۲۰۲ ر انچ لمبی زیادہ اور ۲ ر انچ چوڑی کم ہی مگر رقبہ دونون مین ایک ہی ہی تو شکل کھینچکر ثابت کرو کہ مربع کے ضلع مین تعداد انچون کی برابر اوس خارج قسمت کے ہے جو ۲۰۲ ر اور ۲ ر کے حاصل ضرب کو اونکے تفاوت پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہی۔

(۱۷۴) ایک مکعب صندوق کے کنارونکے ناپنے مین غلطی سے ۲۰۲ ر ایک انچ طول مین بڑہ گیے اور عرض مین ۲ ر انچ گھٹ گیے اور ارتفاع صحیح صحیح ناپا گیا اور حساب کرکے جو حجم دریافت کیا تو وہ صندوق کے حجم کے برابر تھا تو صندوق کا حجم مکعب انچون مین دریافت کرو۔

(۱۷۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۶ انچ ہی اور ایک انچ کے فاصلہ پر مرکز سے وہ خطوط

مستقیم کھینچے گئے ہین تو ان خطوط کے درمیان جو حصہ دائرہ کا آئے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۷۶) ۲ انچ چوڑا سوراخ مربع کی شکل کا ایک اسطوانہ مین جسکا نصف قطر ۲ انچ ہے اسطرح کیا گیا ہے کہ سوراخ کا محور اسطوانہ کے محور کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہے تو بتاؤ برادہ اوسمین سے نکالا گیا ہے ۔

(۱۷۷) ایک برتن لوہے کا مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قاعدہ مربع ہے اور ایک اور برتن اسی طرف کا اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا لوہے سے بنایا گیا ہے اور ان برتنون کے ڈھکنے نہین ہین اور اونکی شکلین ایسی بنائی گئی ہین کہ اونمین ذرا بھی لوہا بیکار نہین گیا غرض نہایت کفایت سے بنائی گئی ہین تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی شکل کے برتن کا لوہا ۹۲ حصے دوسرے برتن کے لوہے کا ہے

(۱۷۸) اور ثابت کرو کہ اوپر کی مثال مین اگر ڈھکنے بھی ہوتے تو یہی نتیجہ نکلتا ۔

(۱۷۹) ایک مخروط مضلع مربع قاعدہ پر ہے اور ہر ایک کنارہ ۱۰۰ فیٹ لمبا ہے اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر مخروط کے ہو

(۱۸۰) اس دعوی کو مختلف مثالون سے ثابت کرو کہ ایک مخروط مستدیر قائم دو حصون مین تقسیم ہوا ہے ایک حصہ مخروط ہے دوسرا مخروط ناقص ہے اور مخروط ناقص کو چھیل چھیل کر اسطوانہ مستدیر کی شکل بنایا ہے اگر ارتفاع مخروط ناقص کا ایک تہائی اصل مخروط مستدیر کی ارتفاع کا ہو تو اسطوانہ کا حجم بہ نسبت کسی اور صورت کے مجسم بنانے کی زیادہ ہوگا اور اصل مخروط کے حجم کے چار نوین حصے کے برابر ہوگا

جوابات

جہان جواب پورے صحیح نہین نکلتے وہان تقریبی جواب لکھے گئے ہین وہ اصلی جوابون سے کبھی چھوٹے کبھی بڑے ہوتے ہین

پانچوین فصل

(۱) ۵۵۰ فیٹ (۲) ۵۴۵۰۵ فیٹ (۳) ۳۸۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴) ۵۴۵۹ گز ۱ فٹ (۵) ۵۵۴٫۹۲ (۶) ۵۸۵۸٫۶۶

(۷) ۳۲۸٫۶۹ (۸) ۱۸۴۰٫۷۸ (۹) ۳۳۲ فیٹ (۱۰) ۸۲۲۵ فیٹ

(۱۱) ۹۰ فیٹ ۹ انچ (۱۲) ۲۵۹ گز ۲ فیٹ (۱۳) ۴۸۲٫۵۴

(۱۴) ۳۲۷۰٫۳۱ (۱۵) ۳۲۱٫۷۷ (۱۶) ۱۸۲۳٫۱۴

(۱۷) ۱۹۴۸۸ + ۵٫۸۸۷ فیٹ (۱۸) ۱۲٫۶۴۷ و ۱۲۰٫۱۲ فیٹ (۱۹) ۷ فیٹ

(۲۰) ۳۲ + ۲۴ فیٹ (۲۱) ۱۴ + ۳۰ فیٹ (۲۲) ۱٫۴۱۴۲۱۳۵۶۲۴ انچ

(۲۳) ۱۵۵٫۵۶ فیٹ (۲۴) ۳۲ ، ۸۴ فیٹ (۲۵) ۹۸ گز

(۲۶) ۹٫۶۴ فیٹ (۲۷) ۵٫۶۶ فیٹ (۲۸) ۸٫۴۸۵ فیٹ

(۲۹) ۵٫۷۴ فیٹ (۳۰) ۲۱٫۹۱ انچ

(۳۱) ۱۱٫۹۳۲ و ۱۱٫۳۱۴ و ۱۰٫۳۹۲ و ۸٫۹۴۴ و ۶٫۶۳۳ (۳۲) ۹٫۷۵ فیٹ

چھٹی فصل

(۱) ۵٫۶ انچ (۲) ۲۵٫۹۸ انچ (۳) ۴۰ فیٹ

(۴) ۴۰$\frac{1}{4}$ فیٹ (۵) ۵ فیٹ ۲$\frac{1}{2}$ انچ (۶) ایک چوتھائی انچ کو ایک میل سے

(۷) ۶۸ میل (۸) ۳۰ انچ (۹) ۹$\frac{5}{8}$ انچ

(۱۰) ۴$\frac{3}{4}$ انچ (۱۱) ۲۵ فیٹ (۱۲) ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

ساتویں فصل

(۱) ۱۶$\frac{1}{2}$ فیٹ (۲) ۲۲٫۴۲ فیٹ (۳) ۵$\frac{1}{4}$ انچ

(۴) ۱٫۷۴ فٹ (۵) ۳ فیٹ ۹ انچ (۶) ۹٫۶۵ فیٹ (۷) ۲۹ فیٹ

(۸) ۲۵٫۰۳ فیٹ (۹) ۸٫۲۳ فیٹ (۱۰) ۴۴٫۷۲ انچ (۱۱) ۴ فیٹ

(۱۲) ۴٫۶۵ فیٹ (۱۳) ۵۰٫۷ فیٹ (۱۴) ۱۲۵٫۹۳ فیٹ

آٹھویں فصل

(۱) ۴۴ فیٹ (۲) ۲۷ گز ۱ فٹ (۳) ۶۷۲ گز ۸ انچ

(۴) ۴ فرلانگ (۵) ۸۴٫۸۲۳۲ فیٹ (۶) ۵۸۱٫۱۴۶ فیٹ

(۷) ۵۲۳۵٫۴۷۶۴ فیٹ (۸) ۹۴۲٫۴۸ گز (۹) ۲۱ گز

(۱۰) ۷۰ گز (۱۱) ۲۳۸ گز (۱۲) ۵۶۰ گز

(۱۳) ۳۱۸۳٫۷ فٹ (۱۴) ۷۷۵۵۹٫۷ فیٹ (۱۵) ۵۰۵۴٫۱۰۳ فیٹ

(۱۶) ۲۸٫۰۷۰ گز (۱۷) ۳۰٫۶۶ (۱۸) ۳۶۰

(۱۹) ۱۹٫۰۹۸۵ فیٹ (۲۰) ۷۶٫۴ فیٹ

نویں فصل

(۱) ۱۲٫۵۷۷۴ انچ (۲) ۴۲٫۶۵۶ (۳) ۸۱٫۳۵

(۴) ۳٫۷۵ (۵) ۳۸ $\frac{۱}{۴}$ انچ (۶) ۱۹٫۵۷ انچ

(۷) ۱۱٫۶۷ انچ (۸) ۱۷٫۸۵۴ انچ (۹) ۲۰۲۷٫۴ انچ

(۱۰) ۱۴۱۶٫۵ انچ (۱۱) ۱۹٫۳۵ انچ (۱۲) ۱۸۹۷٫۱۴ انچ

گیارہویں فصل

(۱) ۱۹۴ (۲) ۵۷۶ (۳) ۵۶۷ $\frac{۱}{۴}$ (۴) ۹۱۵ $\frac{۱}{۱۶}$

(۵) ۱۱۲ گز ۱ فیٹ (۶) ۱۵۲ گز ۱ فٹ (۷) ۲۴۰ گز ۲ فیٹ

(۸) ۳۱۳ گز ۲ فیٹ (۹) ۱۴ گز ۲ فیٹ ۶ انچ

(۱۰) ۳۴ گز ۱ فیٹ ۱۱ انچ (۱۱) ۳۷ گز ۱ فیٹ ۹ انچ

(۱۲) ۲۱۳ گز ۲ فیٹ ۵۲ انچ (۱۳) ۲ ایکر ۲ پول

(۱۴) ۵ ایکر ۱ روڈ ۱ پول (۱۵) ۱۵ ایکر ۲ روڈ ۳۰٫۴ پول

(۱۶) ۷۰ ایکر ۲ روڈ ۳۶٫۹۷ پول (۱۷) ۳۲۵۱۲٫۵ مربع فیٹ

(۱۸) ۳۹۳۸ مربع گز ۲ فیٹ ۷۶٫۵ انچ (۱۹) ۷ ایکر ۲ روڈ ۵ پول

(۲۰) ۱۶ ایکر ۳ روڈ ۱۶۸٫۱۶ پول (۲۱) ۳۲ گز (۲۲) ۸۵ گز

(۲۳) ۱۰۳ گز (۲۴) ۴۴۰ گز (۲۵) ۸۸۰ گز

(۲۶) ۱۱۰ گز (۲۷) ۴۰۰٫۸ فیٹ (۲۸) ۱۲۷ گز

(۲۹) ۱۰٫۹۵۴ (۳۰) ۱۶٫۹۴۱ (۳۱) ۶۵٫۵۹۷

(۳۲) ۹۸٫۸۲۳ (۳۳) ۱۵۵۶٫۱۶۹ (۳۴) ۳۴۶۵۱٫۰۷

(۳۵) ۲۴۷،۳ انچ (۳۶) ۱½ انچ (۳۷) ۲۸۰

(۳۸) ۴۳۲ (۳۹) ۲۷۹ (۴۰) ۴۳۷۴

(۴۱) ۴۴ گز (۴۲) ۳۶۳ گز ۵ فیٹ (۴۳) ۷۲۱ گز ۲ فیٹ

(۴۴) ۱۸۰ گز ۲ فیٹ (۴۵) ۷ گز ۸ فیٹ ۱۰۸ انچ

(۴۶) ۱۶ گز ۹۶ انچ (۴۷) ۴۲ گز ۱ فٹ ۸۰ انچ

(۴۸) ۵۹ گز ۷۸ انچ (۴۹) ۳ ایکر ۳۴ پول

(۵۰) ۵ ایکر ۲ روڈ ۸۳۶،۳۴۳ پول (۵۱) ۹ ایکر ۲ روڈ ۶۲۲۴،۱۱ پول

(۵۲) ۳ ایکر ۱ روڈ ۲۰،۲۲ پول (۵۳) ۲۳ فیٹ (۵۴) ۴۴ گز

(۵۵) ۳۵۲ گز (۵۶) ۱۱۰۰ گز (۵۷) ۱۱۰ گز

(۵۸) ۳۶ $\frac{۳}{۳۲}$ گز (۵۹) ۸۷ گز ۱ فٹ (۶۰) ۲ گز

(۶۱) ۱۲۵ (۶۲) $\frac{۵}{۸}$ (۶۳) ۶۶۰ (۶۴) ۳ جریب

(۶۵) ۵۳۰۴۰ مربع فیٹ (۶۶) ۱۱ فیٹ (۶۷) ۸۸۴،۱۰ فیٹ

(۶۸) ۴۹ (۶۹) ۴۳۲۰ (۷۰) ۳۲۴ (۷۱) ۸۱۶

(۷۲) ۴۸ (۷۳) ۸۰ $\frac{۱۶}{۱۹}$ (۷۴) ۴۰۰ (۷۵) ۱۴ (۷۶) ۶۹۶۹۶۰

(۷۷) ۳۲۰۰ (۷۸) ۳۸۴ (۷۹) ۲۰ (۸۰) ۳۰۷۸۰ (۸۱) ۳۴۵۶ (۸۲) ۱۹۲ (۸۳) ۲ کو نسبت ۵ سے

(۸۴) ۲۸۰ فیٹ (۸۵) ۱۵۱۰ $\frac{۵}{۶}$ (۸۶) ۱۴۴۴ مربع فیٹ (۸۷) ۱۲ و ۶۳ فیٹ

(۸۸) ۱ $\frac{۵}{۲۷}$ تولہ (۹۱) ۹۷ روپیہ ۹ ۱۱½ پائی (۹۲) ۱۰۲ پونڈ ۱۰ شلنگ

(۹۳) ۵۶ روپیہ ۱۰½ آنہ (۹۴) ۲۵ روپیہ (۹۵) ۲۳ روپیہ ۶ ۵½ پائی

(۹۶) ۳۶۵۹ روپیہ ۳ $\frac{۵}{۹}$ آنہ (۹۷) ۳۸۰ روپیہ ۶ (۹۸) ۷۷ روپیہ ۹ ۴ پائی

(۹۹) ۳۴ فیٹ (۱۰۰) ۷ گز (۱۰۱) ۱۴ روپیہ ۴ (۱۰۲) ۳۲ (۱۰۳) ۴۴

(۱۰۴) ۴۶ گز ۲ فیٹ (۱۰۵) ۲۴ گز ۳۳ انچ (۱۰۶) ۸۸ گز ۲ فیٹ

(۱۰۷) ۱۸ گز ۲۷ انچ (۱۰۸) ۱۸ روپیہ ۱۲ آنے $\frac{1}{2}$ پائی (۱۰۹) ۳۷ روپیہ ۹ آنے ۲ پائی

(۱۱۰) ۷ روپیہ ۵ آنے ۱۱ $\frac{5}{84}$ پائی (۱۱۱) ۲۹ روپیہ ۷ آنے ۹ پائی (۱۱۲) ۱۶ روپیہ ۳ آنے ۹ $\frac{3}{14}$ پائی

(۱۱۳) ۵ روپیہ ۶ آنے ۱۱ پائی (۱۱۴) ۶ روپیہ ۲ آنے ۹ $\frac{1}{2}$ پائی (۱۱۵) ۷ روپیہ ۳ آنے ۱ $\frac{2}{3}$ پائی

(۱۱۶) ۱۱ روپیہ ۲ آنے ۹ پائی (۱۱۷) ۱۰ روپیہ ۴ آنے $\frac{3}{4}$ پائی (۱۱۸) ۹ فیٹ

(۱۱۹) ۲۸ $\frac{1}{2}$ مربع گز، ۱ روپیہ ۹ آنے ۹ پائی و ۲۰ $\frac{25}{36}$ مربع گز (۱۲۰) ۱۰۹ گز ۱ فٹ (۱۲۱) ۱۸۰ گز ۱ فٹ ۴ انچ

(۱۲۲) ۱۳ روپیہ ۲ آنے (۱۲۳) ۱۴ روپیہ ۶ پائی (۱۲۴) ۱۱ روپیہ ۱۱ آنے ۱۰ $\frac{1}{2}$ پائی

بارہوین فصل

(۱) ۷۰ مربع گز (۲) ۱۷۷ مربع گز ۵ فیٹ (۳) ۲۴۹ مربع گز ۳ فیٹ ۲۷ انچ

(۴) ۱۳ ایکڑ ۱ روڈ ۸۸۸، ۲۷ پول (۵) ۱۵ فیٹ (۶) ۷۰ گز (۷) ۵ فیٹ ۸ انچ

(۸) ۳۵ فیٹ ۵ انچ (۹) ۴ فیٹ (۱۰) ۹ فیٹ و ۴ فیٹ ۶ انچ

(۱۱) ۸،۹۸۴ مربع فیٹ (۱۲) ۸،۸۸۶ مربع فیٹ

تیرہوین فصل

(۱) ۲۲۰ مربع فیٹ (۲) ۲۱۲،۵ مربع فیٹ

(۳) ۴۰ مربع ۱ مربع فٹ ۱۸ مربع انچ (۴) ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۸،۵۶۸، ۲۵ پول

(۵) ۶۰۹۰ (۶) ۵۴۲۶۴ (۷) ۲۴،۹۹۵

(۸) ۴۲،۲۱۴ (۹) ۱۲ (۱۰) ۱۸۴۸

(۱۱) ۲۷۷۲ (۱۲) ۶۹۳۰۰ (۱۳) ۲۳۱۰ (۱۴) ۳۵۷۰

(۱۵) ۶۰۰۶ (۱۶) ۶۲۴۰ (۱۷) ۱۸۰۶۰ (۱۸) ۶۶۹۹۰

(۱۹) ۲۲۳۸۶۰ (۲۰) ۵۵۱۵۶۵۰ (۲۱) ۲،۹۰۵ (۲۲) ۲۰،۹۷۶

(۲۳) ۲۲۶،۲۲۹ (۲۴) ۱۰۹،۹۰۲ (۲۵) ۳۰۲،۹۶۴

(۲۶) ۴۶۳،۷۵۶ (۲۷) ۵،۷۷۵ و ۱۶۳۲،۵ (۳۰) ۱۰۲۶ $\frac{2}{3}$ و ۳۰۸۰ و ۵۱۳۳ $\frac{1}{3}$

(۳۱) ۱۲ فیٹ (۳۲) ۵۴ فیٹ و ۴۰۵ و ۹۳۰ مربع فیٹ

(۳۳) ۲۴۰۰ و ۲۶۰۰ و ۱۸۰۰ و ۳۲۰۰ مربع فیٹ

(۳۴) ب د = $\frac{۶۵}{۱۲}$ فٹ و اب = $\frac{۱۶۹}{۱۲}$ د س = $\frac{۵۲}{۳}$ و ا س = $\frac{۶۵}{۳}$

رقبہ ۱۴۷ $\frac{۱}{۸}$ مربع فیٹ (۳۵) ۱۵ روپیہ ۹ ر ۳ پائی (۳۶) ۲۷ روپیہ ۸ ر

(۳۷) ۲۱۱۶ (۳۸) ۱۰۰۰۰ و ۲۰۰۰ و ۸۰۰۰ مربع گز

(۳۹) ۵۰۷ مربع فیٹ (۴۰) ۲۱۰۰ مربع فیٹ (۴۱) ۱۲ روپیہ ۱۲ ر ۹ پائی

(۴۲) ۲۹۳ (۴۳) ۱۴۱ $\frac{۲}{۷}$ (۴۴) ۱۲۵٫۰۵ (۴۵) ۲۷۱٫۴۵

چودھویں فصل

(۱) ۴۶۳٫۰۴۰۸ (۲) ۱۱۴۳ مربع فیٹ

(۳) ۲۷٫۶۵۳۱ مربع جریب (۴) ۶٫۳۷۷۵ مربع جریب (۵) ۱۳۷۲ مربع فیٹ

(۶) ۲۹٫۸۸ جریب (۷) ۴۰ مربع فیٹ (۸) ۴۴ مربع فیٹ

(۹) ۲۰۴ م گز (۱۰) ۵ م جریب (۱۱) ۷٫۱۴۱ م جریب

(۱۲) ۱۵۲٫۰۷۵ م جریب (۱۳) ۱۲۵ گز (۱۴) ۲۰۰ $\frac{۱}{۲}$ گز

(۱۵) ۱۷ $\frac{۱}{۲}$ و ۲۲ $\frac{۱}{۲}$ م فیٹ (۱۶) ۶۰ و ۴۸ و ۷۶ م گز

(۱۷) ۳۱۲ م فٹ (۱۸) ایک ایکڑ (۱۹) ۱۱۵۲ م گز ۲۷۵ روپیہ ۹ ر

(۲۰) ۲۱۴ م فیٹ (۲۱) ۱۸۰۰ م فیٹ (۲۲) ۱۲۶۰ م جریب

(۲۳) ۳۹٫۵۵۳۸ م فیٹ (۲۴) ۱۶٫۸۲۵ م فیٹ (۲۵) ۲۸۸ م فیٹ

(۲۶) ۵۰۶۴۳۰ م فیٹ (۲۷) ۷۲۰۰ و ۷۲۰۰۰ م فیٹ

(۲۸) ۱۰۲۹۶ م فیٹ و ۱۲۵ و ۸۲٫۳۶۸ فیٹ (۲۹) ۱۰۵۴ و ۶۲۵ و ۵۶۶٫۶۳۰۴ فیٹ

پندرہویں فصل

(۱) ۱۳۴ م فیٹ (۲) ۱۱۰٫۸۶۵ م فیٹ (۳) ۱۵۰٫۶ م فیٹ

(۴) ۶۸۱۳٫۵۲ م فیٹ (۵) ۱۴۲٫۵۵۷ م فیٹ (۶) ۱۰۳۹٫۲۲ م فیٹ

(۷) ۶۴۹۵٫۲ م فیٹ (۸) ۲۵۹٫۸۱ م جریب

(۹) ۳۶۲ م فٹ (۱۰) ۵۱۷۶۴ × ۶ مربع فیٹ دفعہ ۹۹ دیکھو

سولہویں فصل

(١) ١٣٨٦ (٢) ٨٥٧½ (٣) ١٣٦٩٠٢٨¾

(٤) ١٩٦٣٫٥ (٥) ٣٠٩١٥١٣٥٫٣٦ (٦) ٥٤٧٣٩٢٣٫٨٤

(٧) ٥٫٦٤ (٨) ٥٨٫٨٦ (٩) ٢٨٣٫٥٣ (١٠) ١٢٫٦١٦

(١١) ٣٠١٫٧٩ (١٢) ٢٩٧٨٫٩ (١٣) ١٨٨٫٣٩٦ام فیٹ

(١٤) ٣٧٦٩٫٩٢م فیٹ (١٥) ٢٣٣٦٫٢٤٨٣٢م فیٹ (١٦) ١٥٫٠٩٤ انچ

(١٧) ١٥٫١١٦ فیٹ (١٨) ٨٫٩٥٦ فیٹ (١٩) ٣٨٩٩٣م فیٹ

(٢٠) ٥٥٤٦٢٢م فیٹ (٢١) ٥٢٣٫١٦م فیٹ (٢٢) ١١٣٤٫٤ فیٹ

(٢٣) ٥٫٦٥٧ فیٹ (٢٤) ٨٫٠٠٥ انچ (٢٥) ٥٫٧٧ و ٨٫١٦ انچ

(٢٦) ٥٣٩٫٣٠٥٧م فیٹ (٢٧) ١٣٦ (٢٨) ١٧٦ روپیہ ١٫٤٤ آنہ

(٢٩) ٤٠٧٫٠١ (٣٠) ٧٫٥٨٦٦ روپیہ (٣١) ٢٨٥ روپیہ ١١٫٦٠٣٢ آنہ

(٣٢) ٥٨٥٧ مربع فیٹ (٣٣) ١٤١٫٨ فیٹ (٣٤) ٤٥٫١ فیٹ

(٣٥) ٥٤٫٩٣٧٦م فیٹ (٣٦) ١٨٤٫٩٣٩٢ (٣٧) ٢٠٢٤٫٨م فیٹ (٣٨) ١٠٤٫٢ فیٹ

(٣٩) ١٫٨٤٢٦م فیٹ (٤٠) ١٢٩٦٨٨٫٣٨٦٦م فیٹ (٤١) ٧١٫٦٢

(٤٢) ١٤٠٫٣٧٤م فیٹ (٥١) ١٨١٫٠٥١٩١٢ مربع فیٹ (٥٢) ٢٫٤٨ فیٹ

سترہویں فصل

(١) ١٢٥٫٦٦٤ (٢) ١٥٠٫٧٩٦٨ (٣) ٥٦٢٫٩٧٤٧

(٤) ٣٤٣٫٦٣م فیٹ (٥) ٩٧٫٧٤م فیٹ (٦) ١٨٫٥٤ فیٹ (٧) ٦٩٫٢٦ فیٹ

(٨) ٨٠٫٥٧ (٩) ١١٫٧٥م فیٹ (١٠) ٧٫٤٣٠٥ فیٹ

(١١) ١٢٫٥ (١٢) ١٥٫٤١ فیٹ (١٣) ٢٩٤٣م انچ دفعہ ١٢٢ دیکھو

(١٤) ٢٧٫٥٢م انچ (١٥) ١٨٠٫١ام فیٹ دفعہ ١٦٧ دیکھو (١٦) ٢٤٢٫٦١م فیٹ دفعہ ٩٩ دیکھو

(١٧) ٢٩٦٫٠٤م فیٹ (١٨) ٢٨٫٠٥م فیٹ (١٩) ٣٩٨٫٢٥م فیٹ

(٢٠) ٢٠،٣٨٥ و ٦٨٦،٣٧٨م فیٹ (٢١) ٤١،٣٤٤ (٢٢) ٢٨،٥٣٦

(٢٣) ٩،٠٥٩ (٢٤) ١،١٨٠ (٢٥) ١١٤٨٩م فٹ

اٹھارہویں فصل

(١) ١٦٢ (٢) ١٩٢ (٣) ٢٨٨ (٤) ٢٧ (٥) ٦٦،٩٠٧ (٦) ٨،٣٠٣

(٧) ٢٦٣،٩ (٨) ٥٩،٣٠٧ (٩) ٧٠،٦٤١ (١٠) ٢٢،٠٩٥٧ (١١) ٧٨١٧، (١٢) ٦،٣٩٣١

اونیسویں فصل

(١) ٣٢٤ (٢) ٤،٣٦٥م انچ (٣) ا انچ کو ٣٦ سے (٤) ا انچ کو ٦٦٠

(٥) ٢،٧ انچ (٦) ٦،٣٣٦ انچ کو ایک میل سے (٧) ١١،٨٣٢ و ١٠،٧٤٨ فیٹ

(٨) ١٣١ و ٢٣٨ و ٢٥٥ (٩) ٥٠،٩٦ و ١٠٩،٢٠ و ١٤٥،٦٠

(١٠) مربع ١،٢٩٩ گنا مثلث سے ہے

(١١) مسدس ١،١٥٤٧ گنا مربع سے

(١٢) دائرہ ١،٢٧٣٢ گنا مربع سے (١٣) دائرہ ١،١٠٢٦ گنا مسدس سے

(١٤) ١٥،١٩٠ فیٹ (١٥) ٦،٢٣٣ فیٹ (١٦) ١٣،٢٣٦ فیٹ

(١٧) ٦،٠٨٢ و ٩،٤٨٦٨ و ١١،٦١٩٠ و ١٣،٤١٦٤ فیٹ

(١٨) مثلث کا مجموعہ اضلاع ١،١٤ گنا مربع کے مجموعہ اضلاع سے (١٩) ٢،٦٣٨ فیٹ

(٢٠) ٣،١١٤ فیٹ

بائیسویں فصل

(١) ١٨ فیٹ ١٦٦٤ انچ (٢) ٢١٦ فیٹ (٣) ١٠٧ فیٹ ٢٩٧ انچ

(٤) ٢٩٣٤ فیٹ ٢١٦ انچ (٥) ٣٨ فیٹ ١٩٢ انچ (٦) ٨٧ فیٹ ٨١٠ انچ

(٧) ٢٠٠ فیٹ ٢٠٠ انچ (٨) ٣٣٩٩ فیٹ ١٠٠٨ انچ (٩) ٦٨ فیٹ

(١٠) ٢٠ فیٹ ١٤٤٠ انچ (١١) ٣٢ فیٹ ٧٥٢ انچ

(۱۲) ۶۶ فیٹ ۱۲۹۶ انچ (۱۳) ۹ انچ (۱۴) ۳۲٫۴ انچ (۱۵) ۵ فیٹ (۱۶) ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۱۷) ۴۲۰ فیٹ (۱۸) ۴۴ فیٹ ۴۸ انچ (۱۹) ۴۱۷ فیٹ ۲ انچ (۲۰) ۴۳۴ فیٹ ۱۴۰ انچ

(۲۱) ۱۳۴۶ (۲۲) ۱۷۷۷ (۲۳) ۲۳۱۴ (۲۴) ۳۶۰۵

(۲۵) ۷۰ (۲۶) ۸۹ (۲۷) ۱۴۱ (۲۸) ۳۶۵

(۳۰) ۳۱٫۲۵۵۸۷۵ (۳۱) ۲۴ فیٹ (۳۲) ۱۵۳۶۰ (۳۳) ۳۸۴

(۳۴) ۱٫۰۰۰۰۰۴ ایک انچ کا (۳۵) ۳۵٫۳۱۴ (۳۶) ۱۴ پونڈ

(۳۷) ۱۱۶۱۰۹ اونس (۳۹) ۳۱۴ ۱/۲ (۴۰) ۳٫۸ انچ

(۴۱) ۲۹۱۶۰۰ (۴۲) ۶۱۹۶ (۴۳) ۶۸۱۰ ۱/۲ (۴۸) ۱/۱۲ پونڈ و ۱/۹ پونڈ

(۴۹) ۹ مکعب فیٹ (۵۰) ۳ فیٹ ۶ انچ (۵۲) ۱٫۲۶ فیٹ

(۵۳) ۴۲٫۱۴ فیٹ (۵۴) ۱۰۳٫۵۱ انچ (۵۵) ۳٫۲۹۷ فیٹ (۵۶) ۲۰ انچ

تیئسویں فصل

(۱) ۱۵ فیٹ ۱۰٫۵۰ انچ (۲) ۶۲ فیٹ ۷٫۲۹ انچ

(۳) ۱۰۹ فیٹ ۳۳ انچ (۴) ۱۹۴ فیٹ ۳۶۳ انچ (۵) ۱ فٹ ۱۶۲ انچ

(۶) ۳ فیٹ ۱۰۵۶ انچ (۷) ۵ فیٹ ۴۰۸ انچ (۸) ۱۱ فیٹ ۱۴۵۲ انچ

(۹) ۴۳٫۹۸۲۴ (۱۰) ۸۳٫۴۴۸۷۵ (۱۱) ۲۲۱٫۲۸۶۴۵

(۱۲) ۵۶۹٫۶۷۶۸ (۱۳) ۳۳ انچ (۱۴) ۴۴ انچ (۱۵) ۴۷ انچ

(۱۶) ۵۳ انچ (۱۷) ۷٫۹۷۹ انچ (۱۸) ۱٫۱۷۳۲ فیٹ

(۱۹) ۱٫۷۲۰۸ فٹ (۲۰) ۲٫۳۳۶ فیٹ (۲۱) ۲۳ (۲۲) ۴۸۹

(۲۳) ۳۹۱۶ (۲۴) ۱۱۰۱۳ (۲۵) ۱۸۰۰ مکعب فٹ

(۲۶) ۱۱۷۳۳۳۳۳ ۱/۳ (۲۷) ۱۴۴۰۰۰ (۲۸) ۱۳۴۶۱

(۲۹) ۱۵۶۲٫۵ فیٹ (۳۰) ۸۹ (۳۱) ۲۱۲٫۰۶ (۳۲) ۵۵٫۴

(۳۳) ۱۷۴۵٫۳ (۳۴) ۴۸۹ (۳۵) ۶ روپیہ ۸ ر ۹ پائی

(۳۶) ۶ روپیہ ۱۱ر (۳۷) ۸ روپیہ ۵ر ۶ پائی (۳۸) ۱۰٫۶۱ انچ

(۳۹) ۸۸۰۰۶۱ فیٹ (۴۰) ۳۵۲۰۲۴۴ فیٹ (۴۱) ۱٫۶۸ مکعب فیٹ

(۴۲) ۷٫۰۶۸۶ فیٹ (۴۳) ۱۷٫۶۷۱۵ مکعب فیٹ (۴۴) ۳۷۳ پونڈ

(۴۵) ۶۵۴ پونڈ (۴۶) ۴ پونڈ ۱۷ شلنگ ۳ پنس (۴۷) ۸٫۲۴۶۷ پونڈ

(۴۸) ۳۳۴ مکعب انچ (۴۹) ۲٫۵۹۸ مکعب فیٹ (۵۰) ۵/۱۶ ایک انچ کا

(۵۱) ۹۰ مکعب فیٹ (۵۲) ۳۳٫۴۵ انچ (۵۳) ۶٫۴۶ فیٹ

(۵۴) ۱۰٫۵۵ انچ (۵۵) ٫۹۲۷ فٹ (۵۶) ۵٫۶۱ انچ

چوبیسویں فصل

(۳) ۴۹٫۳ (۴) ۱۵٫۲ (۵) قریب ایک کے

(۶) ۳۹۱٫۶ (۷) ۴۱۰٫۵ (۸) ۲٫۷ (۹) ۶۳٫۷ (۱۰) ۳٫۸۴ انچ

پچیسویں فصل

(۱) ۶ فیٹ ۳۶۲ انچ (۲) ۱۷ فیٹ ۸۹۶ انچ

(۳) ۳۲ فیٹ ۴۰۷ انچ (۴) ۵۴ فیٹ ۱۱۲۱ انچ (۵) ۱۹٫۵۹۶

(۶) ۸۳٫۷۸۵ (۷) ۹۸۷٫۷۹۸ (۸) ۲۳۷۸٫۵۷۱

(۹) ۱۶٫۷۵۵ (۱۰) ۶۴٫۱۴۱ (۱۱) ۹۷٫۹۰۵ (۱۲) ۱۰۴۷٫۲ (۱۳) ۷ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۲۱ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۴۰ فیٹ (۱۶) ۳۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۷) ۷٫۹۷۵ انچ (۱۸) ۲٫۶۸۴۴ فیٹ (۱۹) ۳٫۲۶۱۲ فیٹ

(۲۰) ۴٫۲۸۵۳ فیٹ (۲۱) ۴۰۷۲۹۳٫۵ مکعب (۲۲) ۶۶۶۶۶۶ ۲/۳ مکعب فٹ

(۲۳) ۲۰۶٫۴۴۸ مکعب (۲۴) ۱۹۲۰۰۰ مکعب فٹ (۲۵) ۳۴۹۴٫۴ مکعب فیٹ

(۲۶) ۱۱۶۴٫۹ مکعب (۲۷) ۳۶۴۰ مکعب فیٹ (۲۸) ۳۱۴۷٫۱۸ مکعب فیٹ

(۲۹) ۱۲۳۱٫۵ مکعب فیٹ (۳۰) ۳۹۱٫۸ مکعب فیٹ (۳۱) ۳۲۹۲٫۹۲۸ مکعب فیٹ

(۳۲) ۱۲۳۱٫۵ مکعب فیٹ (۳۳) ۶۲۶۵٫۲ (۳۴) ۳٫۱۴۱۶

(۳۵) ۱۰۱٫۸۶ مکعب فیٹ (۳۶) ۱۱۶٫۲۲۴ مکعب فیٹ (۳۷) ۱۰٫۴۷۲ فیٹ

(۳۸) ۳۶۳۷۳۰۷ (۳۹) ۱۶۶ $\frac{2}{3}$ مکعب فیٹ (۴۰) ۲۷۰۸ مکعب انچ

(۴۱) ۳۴۶۶۱۴۵ (۴۲) ۴۶،۳۷۰۳ ۱۱ مکعب فیٹ

چھبیسویں فصل

(۱) ۱۲،۲۵ (۲) ۱۱،۲۲۷ (۳) ۳۸،۲۴۷۵

(۴) ۴۸،۲۱۶ (۵) ۲۰۳،۴۱۸۶ (۶) ۵۰۱،۷۲۹۲ (۷) ۷۱۴،۱۷۳۶

(۸) ۱۰۳۸،۴۳۶۲ (۹) ۹۱۷،۳۴۷۲ (۱۰) ۶۰۲ روپیہ

(۱۱) ۳۲۳،۲۳ مکعب فیٹ (۱۲) ۷۷۰۰ مکعب (۱۳) ۳۲،۴۸۲۴ مکعب فیٹ

(۱۴) ۶۵ (۱۵) ۵،۱۶۰۸ مکعب فیٹ (۱۶) ۸،۲۴۷ و ۱،۲۸۳ مکعب فٹ

(۱۷) ۵،۷۳ ۲۷۸۸ و ۸،۱۳ ۳۰۵۴ و ۴،۶۰ ۳۳۳۱

(۱۸) ۶،۱۱۲۷ و ۲،۱۴۰۸ مکعب فیٹ

ستائیسویں فصل

(۱) ۱۶۲۰ مکعب انچ (۲) ۲۱ مکعب فٹ

(۳) ۲۴۰ مکعب انچ (۴) ۶۴،۳۳ مکعب انچ (۵) ۵۸۸ مکعب انچ

(۶) ۴۰۰۰ مکعب انچ (۷) ۶،۹۹۵ مکعب فٹ (۸) ۴۶۲ و ۱۱۵۵ مکعب انچ

(۹) ۱۰۰۸ و ۷۲۸ مکعب انچ (۱۰) ۴۲۰ و ۴۸۰ مکعب انچ

اٹھائیسویں فصل

(۱) ۴۴۰۰۰ مکعب (۲) ۸۳۲۰۰۰ مکعب انچ

(۳) ۱۲۵۰۶۷ مکعب انچ (۴) ۱۰۳۱۱۰ (۵) ۳۳۶۶۰۰

(۶) ۱۲۶ $\frac{2}{3}$ و ۱۹۸ $\frac{1}{3}$ مکعب فٹ (۷) ۴۷۳ و ۳۷۱ و ۲۸۱ مکعب فیٹ

(۸) ۴۸۰ و ۷۲۰ مکعب فیٹ (۹) ۲۶۱ $\frac{1}{3}$ و ۴۸۵ $\frac{1}{3}$ مکعب انچ

(۱۰) ۲۵۰ و ۶۷۰ و ۹۷۰ مکعب انچ (۱۲) ۱۴۴ و ۵۸۴ مکعب فیٹ

اونتیسویں فصل

(۱) ۶۹۶۷۹ مکعب انچ (۲) ۲۶۸۰۱ مکعب فیٹ

(۳) ۲،۲۳۸ ۷ مکعب فیٹ (۴) ۲،۱۷۹۷۴۳ مکعب فیٹ (۵) ۶۵،۲۵

(۶) ۶۵،۸ (۷) ۸۹،۱۴ (۸) ۱۸،۲۹ (۹) ۹۴،۳۱

(۱۰) ۱۵۴،۹۹ (۱۱) ۳۴۴،۱۰ (۱۲) ۱۲۳۹،۸۰ (۱۳) ۲۰،۷۳

(۱۴) ۲۷۲ منٹ (۱۵) ۱۹۷،۹۲۰۸ مکعب فٹ (۱۶) ۶۴۹۴ پونڈ

(۱۷) ۲۱۴،۳۴ مکعب انچ (۱۸) ۱۴ سیر ۱۳ ½ چھٹانک (۱۹) ۲۲۷،۳۲۳۴ اونس

(۲۰) ۳۹۴،۲ سیر (۲۱) ۶،۳۶ سیر

(۲۲) ۴۹،۱۳ پونڈ (۲۳) ۸۱،۱۱۱ پونڈ (۲۴) ۵۲،۶۷ اونس

(۲۵) ۲۶،۲۲۹ اونس (۲۶) ۱۲،۶۱۱ پونڈ (۲۷) ۹۴۵ پونڈ

(۲۸) ۶۸۷۵،۲۸ پونڈ (۳۰) ۴۲،۱ پونڈ (۳۱) ۲ انچ (۳۲) ۳ انچ

(۳۳) ۲۸،۱۹ انچ (۳۴) ۵۴،۶۵ مکعب انچ (۳۵) ۹۴ گنے کے قریب

(۳۶) ۱۲،۱۶ انچ (۳۷) ۴۱،۴۲ انچ (۳۸) ۴،۱۶۶ انچ

(۳۹) ۷۶،۰۵۶ انچ (۴۰) ۱۴ انچ (۴۱) ۴ انچ کے قریب

(۴۲) ۳،۱۰ انچ

تیسوین فصل

(۱) ۴۸۳۶۴۶،۴۵ مکعب انچ (۲) ۶۵۴،۳۷۰۲ مکعب فٹ

(۳) ۴۴۹۸،۳۶۲ مکعب فٹ (۴) ۹۵،۷۶ مکعب فٹ (۵) ۵۷،۴۳۲ مکعب فیٹ

(۶) ۵۱،۸۵۴ مکعب فیٹ (۷) ۴۶،۷۷۰۲ مکعب فٹ (۸) ۲۵،۲۰۵ مکعب فیٹ

(۹) ۵۴۶۵،۳۴۲۵۳ مکعب فیٹ (۱۰) ۲۲۶۱،۹۵۲۹۷۹۱،۶۸۳۲ مکعب فیٹ

(۱۱) ۷۵،۳۴ مکعب انچ (۱۲) ۵،۳۰

(۱۳) دو ۶۹،۹۸ مکعب فیٹ ایک ۸۷،۳۸۱ مکعب فیٹ

(۱۴) دو ۱،۳۵۳ مکعب انچ دو ۲،۷۲ مکعب انچ

(۱۵) ۱۱،۹۷۲ مکعب انچ (۱۶) ۵،۴۳۸۶۲ مکعب انچ (۱۷) ۱۴۳

اکتیسوین فصل

(۱) ۶۶،۴۸۸۱ مکعب انچ (۲) ۰۶،۵۸ مکعب فیٹ (۳) ۳۰

(۴) ۶۵،۴۸ مکعب فیٹ (۵) ۳۳۳۹ مکعب انچ

بتیسویں فصل (۱) ۲۵ء۲۰ پونڈ (۲) ۲۰۸۳۲۰ء۵ پونڈ

(۴) ۱۶۸ء۷۵ اور ۲۲۱۳ء۲۵ مکعب انچ (۵) ۱۵ء۲۲۸ انچ (۶) ۳۲۰ء۸ فیٹ

(۷) ۴۴۶ء۲ فیٹ (۸) ۲۶۵ء۹۱ اور ۵۶۳۵ء۳ فیٹ

تینتیسویں فصل (۱) ۳۷م فیٹ ۷۲ انچ (۲) ۸۰م فیٹ ۹۶ انچ

(۳) ۲۰۴م فیٹ ۴۲ انچ (۴) ۲۶۰م فیٹ ۶ انچ (۵) ۷۰م فیٹ

(۶) ۴۳م فیٹ (۷) ۳۷م فیٹ ۴۰ انچ (۸) ۸۸م فیٹ ۱۰ انچ

(۹) ۱۰۸ام فیٹ (۱۰) ۵۲۰م فیٹ (۱۱) ۱۵م فیٹ ۹۶م انچ

(۱۲) ۷۷م فیٹ ۱۳۲ انچ (۱۳) ۲۴م فیٹ ۴۷ انچ

(۱۴) ۴۴م فیٹ ۸ ۱۲ انچ (۱۵) ۶۶م فیٹ ۱۶ انچ

(۱۶) ۱۲۲۷ام فیٹ ۸۴ انچ (۱۷) ۸۵۹م فیٹ ۱۲۰ انچ

(۱۸) ۸۸۴۲م فیٹ ۱۲۰ انچ (۱۹) ۸ام فیٹ

(۲۰) ۸۴م فیٹ ۹۰ انچ (۲۱) ۳۰م فیٹ ۸۴ انچ

(۲۲) ۴۰م فیٹ ۵۲ انچ (۲۳) ۱۰۴ام فیٹ ۸۴ انچ

(۲۴) ۲ء۳۷ام فیٹ (۲۵) ۲۸۸۸ء۸۸م فیٹ (۲۶) ۲۱۹۷ مکعب انچ

(۲۷) ۶ء۰۸۳م فیٹ (۲۸) ۲۱۹ء۵۲ مکعب انچ (۲۹) ۱۳ء۱۹۱ام انچ

(۳۰) ۴۶۸۷ء۴۴م فیٹ (۳۱) ۱۹۰ام فیٹ ۹۶ انچ (۳۲) ۶م فیٹ

(۳۳) ۱۳۸۰ و ۱۲۹۶ام انچ (۳۷) ۵۰۰ (۳۸) ۵۶۶ء۹۶

(۳۹) ۴۷۶ء۲۲ (۴۰) ۹۲۴ء۹۷ (۴۱) ۴۸۵ء۳۵ (۴۲) ۶۰۰

(۴۳) ۶۲۹ء۹۶ (۴۴) ۶۳۴ء۹۶ (۴۵) ۹۷۳ء۰۵ (۴۶) ۴۶۹۳ء۴۶

چونتیسویں فصل (۱) ۱۲۴۸ام انچ (۲) ۱۶۵۳ام انچ

(۳) ۹۲ء۲۳۴۹م انچ (۴) ۸۹ء۵۲۷۷م انچ (۵) ۲۴ء۲۱۰م فیٹ

(۶) ۶۲۲٫۸۳۲ م فٹ (۷) ۱۰۸۶٫۹۲۵۲ م فیٹ (۸) ۱۱۰۵٫۸۴ م انچ

(۹) ۱۷۳٫۶۶۲ م فیٹ (۱۰) ۲۴۱٫۷۴۷۳ م فیٹ (۱۱) ۱۹٫۲ انچ

(۱۲) ۴٫۷۷۵ انچ (۱۳) ۱۲٫۶۶۶ انچ (۱۴) ۱۳٫۵۴۱ انچ

(۱۵) ۲۱٫۴۰۹ انچ (۱۶) ۲٫۶ (۱۷) ۱۹٫۶۳۵ م فیٹ

(۱۸) ۳٫۸۲ انچ (۱۹) ۲۸٫۳۲ م انچ (۲۰) ۹۶۸٫۵۴ م انچ

(۲۱) ۴۳۷۵ (۲۲) ۴۵۹۳ (۲۳) ۴۶۳۰ (۲۴) ۴۹۰۷

(۲۵) ۵۰۵۵ (۲۶) ۵۸۳۳ (۲۷) ۵۵۱۲ (۲۸) ۶۹۴۴

(۲۹) ۵۶۰۸ (۳۰) ۸۰۸۸ (۳۱) ۵۸۶٫۶۰۰ م انچ (۳۲) ۱۸۶۸۳ م انچ

پینتیسویں فصل ۳۵

(۱) ۷۵۳٫۹۸ م انچ (۲) ۶۲۸٫۳۲ م انچ

(۳) ۳۵۱۸٫۵۹ م انچ (۴) ۸۰ (۵) ۱۱۷٫۸۱ (۶) ۱۳٫۰۳

(۷) ۲۵۰٫۶۱ (۸) ۸۶۸٫۵۳ (۹) ۶۸۵٫۴

(۱۰) ۸۹۷٫۹۸ (۱۱) ۱۵٫۹۲ انچ (۱۲) ۳٫۴۶ انچ

چھتیسویں فصل ۳۶

(۱) ۷۱۵٫۵ (۲) ۱۲۷۳ (۳) ۱۵۸۳٫۳۷

(۴) ۳۴۱۸٫۰۶ (۵) ۲۰۳۵٫۷۶ (۶) ۵۴۹٫۷۸ (۷) ۱۱۵۹٫۲۵

(۸) ۱۷۰۹٫۰۳ (۹) ۲۱۰۸٫۰۱ (۱۰) ۶۷۳۸٫۷۳ (۱۱) ۲۳۰۶٫۷۴

(۱۲) ۸۷۱۵٫۷ (۱۳) ۳۷٫۶۹۹ (۱۴) ۸۵٫۴۵۲ (۱۵) ۲۹٫۰۹۳

(۱۶) ۳۸٫۵۲۷ (۱۷) ۱٫۹۶۳۵ (۱۸) ۲۱٫۳۸۰۳ (۱۹) ۲٫۱۳۷۸

(۲۰) ۱۸٫۴۳۳۲ (۲۱) ۳۰ انچ (۲۲) ۲۲٫۸۳۱ (۲۳) ۲٫۵۴۶۵ فیٹ

(۲۴) ۲٫۷۲۹ فیٹ (۲۵) ۵۲ انچ (۲۶) ۱٫۸۳۳۵ فیٹ

(۲۷) ۱٫۰۹۲۵ فٹ (۲۸) ۱٫۰۹۹۸ فٹ (۲۹) ۲۸ گز کے قریب

(۳۰) ۳۲۷ گز کے قریب (۳۱) ۶۲٫۶۸۸ (۳۲) ۶۶٫۴۹۰

(۳۳) ۹۵ء۱۳۵ (۳۴) ۹۲ء۶۸۸ (۳۵) ۶۰ء۰۷۴

(۳۶) ۳۳۹۸۹ (۳۷) ۲۸۷۰۱ (۳۸) ۲۸۱۷۲

(۳۹) ۴۷۳۳۵ (۴۰) ۶۰۱۵۴

سینتیسویں فصل ۳۷

(۱) ۱۷۶م انچ (۲) ۲۷۳م انچ

(۳) ۲۵۱ء۳۲۸م انچ (۴) ۹۴ء۲۴۸م فیٹ (۵) ۱۱۰۲ء۷۰م انچ

(۶) ۹۷۶۴ء۰۹م انچ (۷) ۸۹ء۴۱م فیٹ (۸) ۹۶ء۳۵م فیٹ

(۹) ۱۸۵ء۹۷م انچ (۱۰) ۲۲۹ء۰۹م انچ (۱۱) ۸۰ء۱۱م فیٹ

(۱۲) ۱۳۹ء۴۹م فیٹ (۱۳) ۲۴۱۲ء۷۵م انچ (۱۴) ۳۴۱۸ء۰۶م انچ

(۱۵) ۴۰ء۸۴ (۱۶) ۱۷۱ء۲۲ (۱۷) ۴۲۷ء۲۶

(۱۸) ۱۷۴۷ء۵۱۵ (۱۹) ۲ء۲۲۸ و ۱ء۷۷۲ (۲۰) ۱۰۵ کے قریب

اٹھتیسویں فصل ۳۸

(۱) ۳۱۴ء۱۶م انچ (۲) ۲۸۲۷ء۴۴م انچ

(۳) ۶۰ء۸۲۱م فیٹ (۴) ۱۲۷ء۳۲م انچ (۵) ۵ء۰۹۳م فیٹ

(۶) ۱۳ء۰۳۸م فیٹ (۷) ۱۱ء۲۸۴ انچ (۸) ۴ء۵۱۳۵ فیٹ

(۹) ۴ء۸۸۶ فیٹ (۱۰) ۸ء۴۱۰۴ مکعب فیٹ (۱۱) ۳۳ء۲۴۵ مکعب فیٹ

(۱۲) ۹۴ء۰۳۱۵ مکعب فیٹ (۱۳) ۴۱۸۸۸ مکعب فیٹ

(۱۴) ۴۷ء۷۱۳ مکعب فیٹ (۱۵) ۷۵ء۳۹۸۴م فیٹ

(۱۶) اسطوانہ ۳۱۴۱ء۶ مکعب انچ کرہ ۴۱۸۸ء۸ مکعب انچ

(۱۷) مکعب ایک مکعب فٹ کرہ ۱ء۳۸۲ مکعب فیٹ

(۱۸) اسطوانہ ۶ء۲۸۲ مکعب کرہ ۷ء۶۹۵ مکعب فیٹ

(۱۹) مکعب ۶ م فیٹ کرہ ۴ء۸۳۶م فیٹ

(۲۰) اسطوانہ ۱۸ء۸۴۹۶م فیٹ کرہ ۱۶ء۴۶۶۶م فیٹ

انتالیسوین فصل (۱) ۵۰۸م انچ (۲) ۵۴م فیٹ

(۳) ۸۷،۹۰۴م انچ (۴) ۹۰۰۹،۹۴م فیٹ (۵) ۳۶۳۲،۳۱۶۳۱م فیٹ

(۶) ۲۲،۱۲۲۳۱۲م انچ (۷) ۲۵۶،۷۳۳۳۱م فیٹ (۸) ۸۷،۱۹۹۹م انچ

(۹) ۸۶۴۶،۱۰۳۹م فیٹ (۱۰) ۷۹۸،۱۳۲۸م انچ

(۱۱) ۳۶۹۸،۳۰۸م فیٹ (۱۲) ۹۷،۷۸۶م انچ

(۱۳) ۲۴۴۸،۷۵۰م فیٹ (۱۴) ۴۴۱۶،۱۶۷۷م انچ

(۱۵) ۳۴۴۳،۳۰۸م فیٹ (۱۶) ۴۹۸،۲۲۱م انچ (۱۷) $\frac{1}{82}$

(۱۸) $\frac{4}{54}$ (۱۹) $\frac{1}{7}$ نصف قطر کا (۲۰) $\frac{1}{4}$ نصف قطر کا

چالیسوین فصل (۱) ۷۷روپیہ ۱۰ر (۲) ۱۶۵۶روپیہ (۳) ۱۸۳۶روپیہ ۲ر ۸پائی

(۴) ۵۶۶روپیہ ۹ر (۵) ۶۲روپیہ ۸ر (۶) ۳$\frac{1}{2}$ فیٹ لنبا

(۷) ۳۷۸روپیہ ۳ر (۸) ۱۸۶سیر ۸چھٹانک (۹) ۳۴$\frac{3}{4}$

(۱۰) ۱۲پونڈ ۹شلنگ ۵$\frac{1}{2}$ پنس (۱۱) ۷۴روپیہ ۲ر کے قریب (۱۲) ۱۸۰روپیہ

(۱۳) ۱۱۵روپیہ ۸ر (۱۴) ۱۴۳۴روپیہ ۱۵ر (۱۵) ۸۲روپیہ ۸ر

(۱۶) ۵۰۰روپیہ (۱۷) ۱۲۰روپیہ (۱۸) ۵۵۵۰

(۱۹) ۹۶روپیہ ۶ر (۲۰) ۳۳۹روپیہ ۸ر

اکتالیسوین فصل (۱) ۵،۶۲ (۲) ۳،۴ (۳) ۱۰۲روپیہ ۸ر (۴) ۲۱۶$\frac{2}{3}$

(۵) ۱۸روپیہ ۸ر (۶) ۵۷روپیہ ۸ر (۷) ۱۲۰۰ (۸) ۴۶پونڈ ۱۰شلنگ

(۹) ۲۵پونڈ ۸پنس (۱۰) ۶۲پونڈ ۱شلنگ (۱۱) ۱۲۶روپیہ (۱۲) ۱۲۷روپیہ ۸ر

(۱۳) ۱۰۰$\frac{1}{4}$ (۱۴) ۱۲۶روپیہ (۱۵) ۱۴روپیہ (۱۶) ۱۶۲روپیہ

بیالیسوین فصل (۱) ۹۳$\frac{3}{4}$ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۶۱ (۴) ۸۷$\frac{1}{2}$

(۵) ۱۲$\frac{1}{2}$ (۶) ۱۶$\frac{2}{3}$ (۷) ۱۲۸$\frac{1}{4}$ (۸) ۱۲۸$\frac{1}{4}$ (۹) ۷۵$\frac{5}{8}$

(۱۰) ۹۶ ۴/۵ (۱۱) ۹۸٫۶۷۶ (۱۲) ۶۲٫۸

تینتالیسویں فصل

(۱) ۱۱۰٫۸۰ (۲) ۸۸٫۱۸ (۳) ۱۰۸٫۵۴

(۴) ۵۴٫۲ (۵) ۱۰۸٫۷ (۶) ۹۰٫۰۳ (۷) ۱۱۲٫۴۳

(۸) ۳۵٫۱۵ (۹) ۲۳٫۴۹ (۱۰) ۱۵٫۹۸

چوالیسویں فصل

(۱) ٫۷۹۰۵ ایکر (۲) ٫۶۲۶ ایکر

(۳) ٫۵۶۲۸۳ ایکر (۴) ٫۷۱۶۵ ایکر (۵) ۱٫۱۴۴۵ ایکر

(۶) ۱٫۱۱۶۵ ایکر (۷) ۷۶۶ مربع کڑی (۸) ۱۵۱۱م کڑی

(۹) ۲۳۰۰م کڑی (۱۰) ۵۶۴۰م کڑی (۱۱) ٫۳۱۱ ایکر

(۱۲) ۳٫۶۱۱۳۵ ایکر (۱۳) ٫۶۶۲ ایکر

(۱۴) ۸٫۴۰۶۱۲۷ ایکر اور زاویہ ا ب س ۹۰° کا معلوم ہوگا اور ا س د ۹۰° کا

(۱۵) ۱۶٫۲۴۴۲۵ ایکر (۱۶) ۵٫۰۲۹۲۲ ایکر

اڑتالیسویں فصل

(۱) ۹م فیٹ (۲) ۱۶م فیٹ ۸ مسطح (۳) ۹م فیٹ ۲ مسطح اولے

(۴) ۱۶م فیٹ ۶ مسطح اولی ۹ انچ (۵) ۲۶م فیٹ ۱۱ مسطح اولے ۱۰ انچ

(۶) ۲۷م فیٹ ۱ مسطح اولی ۵ انچ (۷) ۱۳م فیٹ ۱۰ مسطح اولی ۱۰ انچ

(۸) ۱۵م فیٹ ۸ مسطح اولی ۸ انچ (۹) ۱۴م فیٹ ۱۰ مسطح اولی ۴ انچ ۱۰ والن

(۱۰) ۲۲م فیٹ ۷ مسطح اولے ۴ انچ بارہویں ۱۱ (۱۱) ۱۳ مکعب فٹ ۶ مجسم اولے

(۱۲) ۴۳ مکعب فیٹ ۹ مجسم اولی (۱۳) ۴۳ مکعب فیٹ ۴ مجسم اولے

(۱۴) ۷۳ مکعب فیٹ ۱۰ مجسم اولی ۸ مجسم ثانی (۱۵) ۱۲۳ مکعب فیٹ ۶ مسطح ثانی ۹ انچ

(۱۶) ۱۸۷ مکعب فیٹ ۲ مجسم اولی ۲ انچ

اونچاسویں فصل

(۱) ۴۷٫۱۲۴ میٹر (۲) ۱۲ ہیکٹر ۳۹٫۵۶ ایر

(۳) [illegible]٫۵۷۶ ایر (۴) ۷۳٫۴۴ (۵) ۴۰۲ (۶) ۵٫۲۳ (۷) ۴۶۹۲

(۸) ۵۱ (۹) ۱۷۲ (۱۰) ۱۶۴۱۳،۳ (۱۱) ۱۰۴ (۱۲) ۲۵۴

(۱۶) ۰۶۲،۰ میٹر (۱۷) ۱۰۸،۰ میٹر (۱۸) ۰۵۸،۰ میٹر

متفرقات مثالوں کے جواب

(۱) ۵۷ فیٹ (۲) ۸$\frac{1}{2}$ (۳) ۱۰ ایکڑ و ۹۰ ایکڑ (۴) ۵۰ فیٹ ۴ انچ

(۵) ۲۷۹۴ گز (۶) ۱۷ روپیہ ۸ ر (۷) ۵۲ روپیہ ۸ ر (۸) ۱۶۱۴ روپیہ (۹) ۹۶،۳ ایکڑ

(۱۰) ۲۳ فیٹ ۲۷ فیٹ (۱۱) $\frac{5}{6}$ میل (۱۲) ۱۹۳۶۰۰ (۱۳) ۸۲۰ انچ

(۱۴) ۶۰ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۸،۱۳ سنٹ (۱۶) ۸ روپیہ ۵ ر ۲ پائی

(۱۷) ۸۰ روپیہ ۱۰ ر (۱۸) ۶ گز (۱۹) ۸۶۸۵۵،۳ ایکڑ (۲۰) ۱۷۵۶۰۲

(۲۲) ۲۱۰۴ فیٹ (۲۳) ۱۱۲۰۰ گز ۲۶۲ ایکڑ ۱ روڈ ۲۶ پول ۳$\frac{1}{2}$ ۴ گز

(۲۴) ۸۵ فیٹ ۱۰ انچ (۲۵) ۸۰۰ گز و ۳۱۶۲۲۸ گز (۲۶) ۱۵ روپیہ ۱۵ ر ۲$\frac{1}{2}$ پائی

(۲۷) ۶۱ روپیہ ۵ ر ۶ پائی (۲۸) طول ۱۰$\frac{1}{2}$ گز عرض ۳$\frac{1}{2}$ ارتفاع ۴ گز

(۲۹) ۸۴۴۳ م فیٹ (۳۰) ۶۴۵ م فیٹ ۱۳ فیٹ (۳۱) ۱۰۲ فیٹ

(۳۲) ۱$\frac{1}{2}$ انچ (۳۳) کچھ زیادہ ۱۳$\frac{3}{8}$ سے (۳۴) ۲۴۳ انچ

(۳۵) ۵۵۵،۳۶۰ گز و ۳۳۶۰۰م گز (۳۶) ۳۸۰ روپیہ ۶ ر

(۳۷) ۲۸ روپیہ ۱۲ ر اور چوگنا اسے (۳۸) ۵۰م گز

(۳۹) ۱۵۰ م فیٹ ۲۷۰ م فیٹ (۴۰) ۹،۴۴۱۶ ایکڑ (۴۱) ۲۶$\frac{1}{2}$ فیٹ

(۴۲) ۱۲ فیٹ (۴۳) ۱۸ فیٹ ۲$\frac{1}{2}$ انچ (۴۴) ۵۹۴ گز

(۴۵) ۲۲۰ روپیہ ۱۴ ر ۱$\frac{3}{4}$ پائی (۴۶) ۶۴۶۲ روپیہ (۴۷) ۶۲ روپیہ ۱۱ ر

(۴۸) ۲۱ فیٹ طول ۱۰$\frac{1}{2}$ فیٹ عرض ۱۰ فیٹ ارتفاع (۴۹) ۳۷۸۳۳۱م فیٹ

(۵۰) ۲۷م فیٹ (۵۱) ۱۵ انچ ۱$\frac{3}{4}$ انچ (۵۲) ۷۰ روپیہ (۵۳) ۳۷ فیٹ $\frac{1}{4}$ انچ

(۵۴) ۰۹۳۶،۱۰ گز (۵۵) ۸۶۴ و ۳۵۰۸ روپیہ ۸ ر (۵۶) ۳ روپیہ ۱ ر ۳$\frac{2}{3}$ پائی

(۵۷) ۸۹۲۰ (۵۸) ۱۴۱،۴۲ گز (۶۰) ۹۰ روپیہ ۱۵ ار

(۶۱) ۳۶۰۰ (۶۲) ۱۵ انچ (۶۳) ۱۳۰۲ $\frac{1}{12}$ سیر

(۶۴) ۲۷۵۶۲۵ (۶۵) ۴ فیٹ (۶۶) ۳۳۴۹ $\frac{1}{2}$ پونڈ

(۶۷) ۳۲۰ $\frac{47}{81}$ ، ۱۶۵۹ (۶۸) ۲۰۷۰۵ ، ۱۳۰۹۴ روپیہ ۸ ار (۶۹) ۴۴ ، ۵

(۷۰) ۱۴۴ مکعب فیٹ (۷۱) ۱۲۲۸۸ (۷۲) ۲۵ انچ

(۷۳) ۴۸۰ (۷۴) ۲۵ فیٹ ۴ انچ

(۷۵) ۲۲۱۴۴ انچ (۷۶) ۱۰۹ فیٹ ۱۴۹ ، ۱۳ ، ۵ مکعب فیٹ

(۷۷) ۱۶ ، ۱۴۱ ، ۳ مکعب فیٹ (۷۸) ۴ ، ۷۰۵ ، ۲ پونڈ (۷۹) ۱۱ پونڈ ۴ پنس اور ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۳ پنس

(۸۰) ۳ $\frac{3}{4}$ اور ای (۸۱) ۵ فیٹ (۸۲) ۱۷۶۷۸۶ (۸۳) ۲۱

(۸۴) ۲۷ انچ (۸۵) ۱۲ شلنگ ۳ پنس (۸۶) ۶۸۹ (۸۷) ۲ فیٹ ۲ انچ

(۸۸) ۲۶۹۹۲ ، ۲۷ ، ۳ مکعب انچ ۳۵۸۴ ، ۵۷ م انچ (۸۹) ۳۰۴ مکعب انچ

(۹۰) ۷۵۴ ، ۱۱ مکعب انچ (۹۱) ۱۷۱ (۹۲) ۱۹۶۹ پونڈ

(۹۳) ۷۰۰۹ انچ (۹۴) ۶۴۸ (۹۵) ۲۸ $\frac{1}{2}$ ، ۴۲۷ $\frac{1}{2}$ پونڈ

(۹۶) ۵۲ روپیہ (۹۷) ۳۷۸۰ پونڈ ۵۹۱۵۹ (۹۸) ۴ $\frac{1}{2}$ انچ

(۹۹) ۳۵۸۵۹۲ ، ۳ م فیٹ (۱۰۰) ۳ $\frac{3}{4}$

(۱۰۱) ۵۱۲ (۱۰۲) ۱۸۲۷ ، ۱۲ فیٹ (۱۰۳) ۹۰۱۹ انچ (۱۰۴) چوگنا

(۱۰۵) ۴۲۳۰۷۴ (۱۰۶) ۱۳۰۳۰۱ / ۱ پہلے حجم کے

(۱۱۰) ۸۰۵ $\frac{1}{2}$ (۱۱۲) ۱۰۲۰۹ روپیہ ۹ ار (۱۱۳) ۲۱ $\frac{3}{4}$ انچ (۱۱۴) ۱۲۸۰۰ سیر

(۱۱۵) ۶ ، ۱۸۸۵ مکعب فیٹ (۱۱۶) ۴۸۸ ، ۶۵۵ مکعب فیٹ (۱۱۷) ۲ ، ۱۴۲ فیٹ

(۱۱۸) ۲۶۲ ، ۱۰۶۴۴ مکعب انچ (۱۱۹) ۴ پونڈ ۴ اونس (۱۲۰) ۱۲۰۳۰ مکعب فیٹ

(۱۲۱) ۲۲ $\frac{1}{2}$ مکعب فیٹ (۱۲۲) ۵۰۰۰۰ پونڈ (۱۲۳) ۹۰۰

جوابات ۲۸۴

(۱۲۵) ۸۸۵ (۱۲۶) ۴۰ (۱۲۷) ۲۳۳ ۱/۴ مکعب فیٹ

(۱۲۹) ۷ ۵/۸ پونڈ (۱۳۰) ۷۸٫۵۴م فیٹ (۱۳۱) ۴۰۴ فیٹ

(۱۳۲) ۴۱٫۱۵ (۱۳۳) ۳۱۲ ۱/۲ (۱۳۴) ۲۱۷۸ (۱۳۵) ۸۰۹ فیٹ

(۱۳۶) ۱۲ فیٹ (۱۳۷) ۸۰۴۲٫۵ مکعب فیٹ (۱۳۸) ۹۴

(۱۳۹) ۸٫۵۷۴ انچ (۱۴۰) ۵۱٫۰۵۱م فیٹ

(۱۴۱) ۳۸۷۲ (۱۴۲) ۱/۱۰۰۸ انچ (۱۴۳) ۴۸۴۰

(۱۴۴) ۴/۱۱ فیٹ (۱۴۵) ۳۷٫۲۰۵ مکعب انچ

(۱۴۶) ۱۹۹ انچ (۱۴۷) ۱۷۲۸ (۱۴۸) ۳۹۲٫۷ مکعب انچ

(۱۴۹) ۸٫۷۴۸ پونڈ (۱۵۰) ۳٫۸۲ انچ (۱۵۱) ۱۴، ۱۰ ۱/۲ و ۳ ۱/۲

(۱۵۲) ۳ پونڈ ۱۴ شلنگ ۳ پنس (۱۵۳) نہیں (۱۵۴) ۳۰۹٫۷۷م انچ (۱۵۵) ۹۶۸

(۱۵۶) ۱۴۴ (۱۵۷) ٫۰۰۰۰۴۶ (۱۵۸) ۶٫۲۳۲ (۱۵۹) ۷۹۶

(۱۶۰) ۱۶ ۳ مکعب انچ (۱۶۱) ۴۸٫۷۷ (۱۶۲) ۱٫۱۵۴۵ اونس

(۱۶۳) ۹۰٫۷ مکعب انچ ۴۶ ۲م انچ (۱۶۴) ۳ کو دسے

(۱۶۵) ٫۰۰۳۲ ایک انچ کا (۱۶۶) ۲٫۱۴۱۶ مکعب فیٹ

(۱۶۷) ۸٫۳۷۷۱ مکعب فیٹ (۱۶۸) ۳٫۵۷۷ فیٹ چھوٹے سرے کا ۵۹٫۶۹ مکعب فیٹ

(۱۶۹) ۸ ۱ (۱۷۰) ۱۰۳٫۴ (۱۷۲) ۴۶٫۱۸۸ فیٹ

(۱۷۴) ۸۲۴۲٫۴۰۸ مکعب انچ (۱۷۵) ۵٫۱۴۱۶م انچ

(۱۷۶) ۲۰٫۲۸۳۲ مکعب انچ (۱۷۹) ۶۱٫۷۷

نمبر	نام کتاب	قیمت	محصول
۷	ضمیمہ اول ر حصہ دوم	۰۵ر	ار
۸	انتخاب منتہی الحساب حصہ سوم	۲ر	۰ر
۹	ضمیمہ اول	ار	۰ر
۱۰	ایضاً دوم	ار	۰ر
۱۱	ایضاً سوم	۰۱ر	۰ر
	ر چہارم	۰۱ر	۰ر
۱۳	منتہی الحساب حصہ چہارم	۳ر	۰ر
۱۴	معراج الحساب حصہ دوم	۰۵ر	ار
۱۵	ایضاً حصہ سوم	۳ر	۰ر
۱۶	زبانی حساب	۱۰ر	۰ر
	علم جبر مقابلہ		
۱	ٹوڈہنٹر کا جبر مقابلہ خورد	۱۲ر	۰۱ر
۲	شرح ایضاً	۸ر	ار
۳	ٹوڈہنٹر کا جبر مقابلہ کلان	عہ ۱۲ر	۳ر
۴	شرح	عہ	۰۱ر
۵	ہاٹن گلبرتہہ کا جبر مقابلہ	۸ر	ار
۶	رسالہ معادلات	عہ	۰۱ر
	علم ہندسہ		
۱	ٹوڈہنٹر کے اقلیدس بارہ مقالے معہ شرح و نتائج	عہہ	۰۱ر
۲	ٹوڈہنٹر اور اقلیدس مقالہ اول و دوم	۳ر	۰ر
۳	ایضاً سوم و چہارم	۳ر	۰ر
۴	شرح چار مقالہ اول اقلیدس پوٹ	۴ر	۰ر
۵	شرح چار مقالہ اول ٹوڈہنٹر	۴ر	۰ر
۶	ضمیمہ نتائج مقالہ اول و دوم	۲ر	۰ر
۷	نتائج مقالہ پنجم و ششم و یازدہم	عہہ	ار
۸	رسالہ تراشہائے مخروطی	عہ	۲ر
۹	پوٹ اقلیدس مقالہ پنجم و ششم و یازدہم و دوازدہم مع شرح و سوالات	۱۲ر	ار

علم مساحت

نمبر	نام کتاب	قیمت	
۱	رسالہ مساحت کلان ٹوڈہنٹر	۱۲/	۱۰/
۲	شرح رسالہ مساحت کلان ٹوڈہنٹر در دو حصہ ہر حصہ قیمت ۲/	۸/	۱/
۳	رسالہ مساحت خورد ٹوڈہنٹر براے ہند	۶/	۱/
۴	شرح ایضاً	۴/	۰/
۵	مساحت جان ہنٹر	۰۴/	۱/
۶	رسالہ مساحت مور صاحب	۳/	۰/
۷	سوالات مساحت مع حل	۳/	۰/

علم مثلث

نمبر	نام کتاب	قیمت	
۱	رسالہ علم مثلث مستوی ٹوڈہنٹر	۴عہ/	۱/
۲	ایضاً کروی	۱۲/	۱/
۳	رسالہ علم مثلث ہاٹن گلبرتھ	۱۲/	۱/
۴	رسالہ استعمال جداول علم مثلثی	۴/	۰/

متفرقات

نمبر	نام کتاب	قیمت	
۱	رسالہ علم ہندسہ بالجبر	۸عہ/	۰۱/
۲	رسالہ علم حساب الجزئیات ٹوڈہنٹر	۸عہ/	۰۱/
۳	رسالہ علم حساب الکلیات	۸عہ/	۰۱/
۴	رسالہ علم سکون	عہ/	۰۱/
۵	رسالہ چار عنصر علم کیمیا	۳/	۱/

تاریخ جغرافیہ

ان کتابوں پر کمیشن نہیں ملیگا اور بہتر ہوگا کہ علی گڈھ کے مدرسۃ العلوم مسلمانان کے سکرتری صاحب سے طلب کیجائین

نمبر	نام کتاب	قیمت	
۱	تاریخ ہند عہد ہنود	۶/	۱/
۲	تاریخ ہند عہد انگلشیہ در چہار جلد	۴/	۱۲/
۳	جغرافیہ ہندیوں کے لئے	۸/	۱/
۴	تحریر اقلیدس مقالہ اول دوم ٹوڈہنٹر ٹایپ مین چھپا ہے	۸/	۱/

ہندی کتابین

نمبر	نام کتاب	قیمت	
	چہتر درپن	۸/	۱/
	ٹوڈہنٹر کا مقالہ اول مع شرح و نتائج	۵/	۱/

ذکاء اللہ پروفیسر میور کالج الہ آباد